This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

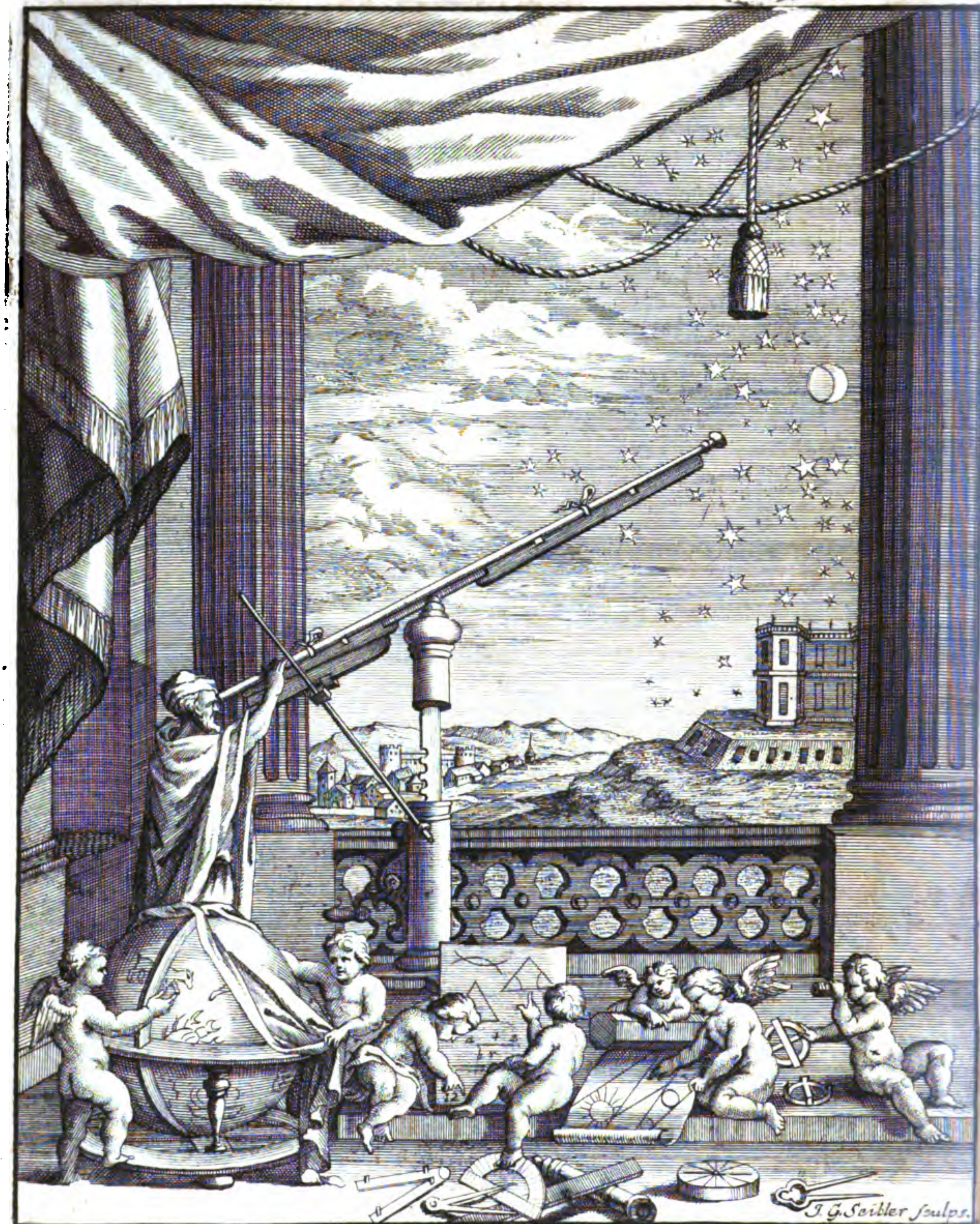
About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

B 50358 3

ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QH
35
.G822
1726


I. G. Seitler sculps.

Gregory, David

DAVIDIS GREGORII

M. D. ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI OXONIÆ, ET REGALIS SOCIETATIS LONDINENSIS SODALIS

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

Secunda Editio reviſa & correcta.

ACCESSERUNT

Præfatio Editoris; Cometographia HALLEIANA *in modum Appendicis; brevis ad Calcem Horologiorum Sciotericorum tractatus & duplex Index, primus Sectionum & Propoſitionum, alter Rerum & Verborum copioſus.*

TOMUS SECUNDUS.



GENEVÆ,

Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET ET SOCIOS.

M. DCC. XXVI.

Observatory library
Astronomy
Wheldon
10-13-31
24464

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUARTUS

DE THEORIA PLANETARUM SECUNDARIORUM.

POſt jacta in Lib. I. Aſtronomiæ Phyſicæ fundamenta vera & genuina, explicata in Lib. II. Primi Motûs phænomena à Telluris motu circa proprium Axem oriunda, & Planetarum primariorum Theoriam Lib. III. traditam; hoc eſt, quomodo eorum Orbitæ deſcribantur, & loca, cum ex Sole, tum ex ipſorum aliquo viſa ad tempus datum determinentur; item Primariorum Magnitudo, Denſitas, Diſtantia mutua reliquaque hujuſmodi definiantur: Ordo poſtulat ut ad Secundariorum, qui circa Primarios revolvuntur, Theoriam tradendam Lib. hoc IV. deſcendamus. Licet Primarii cujuſque Planetæ motus ſatis ſit ſimplex, quippe compoſitus (projecti motûs inſtar) ex uniformi progreſſivo in recta Orbitam tangente, alioque deſcenſivo, quo (quaſi attractus) ad Solem deſcendit, immenſâ eorum à ſe mutuo diſtantiâ actionis ſeu gravitatis mutuæ effectus inſenſibiles reddente; Secundariorum longe alia erit ratio: Nam eorum quivis (licet maxime ad Primarium ſuum reſpectivum tendat) eâdem gravitate acceleratrice verſus Solem, in eadem ab

illo diſtantia, urgetur atque ipſe Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diverſa hac ad bina corpora, Solem nempe ſuumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compoſitus redditur, iiſque afficitur inæqualitatibus, quas Aſtronomi Hypotheſibus ſalvare potius quam Philoſophi ex Cauſis Phyſicis explicare, ante feliciſſimum *Newtonum*, ſperabant.

SECTIO I.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario suo est Concentrica.

PROPOSITIO I.

Si Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

QUoniam Libro I. oſtenſum eſt in tribus hiſce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejuſque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium eſſe inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; manifeſtum eſt caſum hujus Propoſitionis eundem eſſe cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque ſi, ut illic, S denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe E T E revolventem, L Satellitem Orbitam B C G D circa primarium deſcribentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole deſignant, C & D Quadraturas: Si porro S K mediocris diſtantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipſius Satellitis à Sole in iſta media

Tab. XXV. Fig. 1.

dia diſtantia, & quicunque ſupponatur Satellitis locus L in ſua Orbita, ſumatur in L S (eave producta) S A quæ ſit ad S K in duplicata ratione S K ad S L; hæc S A exponet attractionem Satellitis ad L poſiti verſus S. Jungatur T L, & huic parallela ducatur A M cum S T in M concurrens. Notiſſimum eſt attractionem S A reſolvi in attractiones ut A M & M S, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per M S exponitur, reducitur ad attractionem ut M N, auferendo attractionem ut N S Satelliti Primarioque communem; ut fuſe ad dictam Prop. LX. Lib. I. oſtenſum eſt. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitatur: Prima nempe & præcipua illa eſt, quâ T trahit L; Secunda eſt illa, quæ eſt ut A M cum directione A M, hoc eſt, cum directione L T ipſi A M parallela. Unde Vis ex binis hiſce compoſita etiam dirigitur verſus T; corpuſque L, ſi ex hiſce ſolis compoſitâ agitaretur, areas circa T deſcriberet etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe eſt ut M N & cum directione ab M verſus N; hoc eſt, ab L verſus F, (poſitâ L F ad M N parallelâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hiſce compoſita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non deſcribet areas circa T temporibus proportionales, ſed Vis hæc per M N expoſita arearum deſcriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in ſemicirculi C G D quadrante C G motum corporis L circa T à C verſus G facti accelerat: poſt conjunctionem vero in G, in quadrante G D, cum rectæ L F directio ab L verſus F ſit in antecedentia, Vis ſecundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad quadraturam in D pervento, M N evaneſcit (quoniam S K, S L, ac proinde etiam & S A, tunc æquales ſunt) & proinde Vis per illam ubique expoſitæ nulli hic ſunt effectus: Satelles igitur

Tab. XXV. Fig. 1.

illo diſtantia, urgetur atque ipſe Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diverſa hac ad bina corpora, Solem nempe ſuumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compoſitus redditur, iiſque afficitur inæqualitatibus, quas Aſtronomi Hypotheſibus ſalvare potius quam Philoſophi ex Cauſis Phyſicis explicare, ante feliciſſimum *Newtonum*, ſperabant.

SECTIO I.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario suo est Concentrica.

PROPOSITIO I.

Si Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

Tab. XXV. Fig. 1. QUoniam Libro I. oſtenſum eſt in tribus hiſce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejuſque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium eſſe inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; manifeſtum eſt caſum hujus Propoſitionis eundem eſſe cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque ſi, ut illic, S denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe E T E revolventem, L Satellitem Orbitam B C G D circa primarium deſcribentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole deſignant, C & D Quadraturas: Si porro S K mediocris diſtantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipſius Satellitis à Sole in iſta media

dia diſtantia, & quicunque ſupponatur Satellitis locus L in ſua Orbita, ſumatur in L S (eave producta) S A quæ ſit ad S K in duplicata ratione S K ad S L; hæc S A exponet attractionem Satellitis ad L poſiti verſus S. Jungatur T L, & huic parallela ducatur A M cum S T in M concurrens. Notiſſimum eſt attractionem S A reſolvi in attractiones ut A M & M S, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per M S exponitur, reducitur ad attractionem ut M N, auferendo attractionem ut N S Satelliti Primarioque communem; ut fuſe ad dictam Prop. LX. Lib. I. oſtenſum eſt. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitatur: Prima nempe & præcipua illa eſt, quâ T trahit L; Secunda eſt illa, quæ eſt ut A M cum directione A M, hoc eſt, cum directione L T ipſi A M parallela. Unde Vis ex binis hiſce compoſita etiam dirigitur verſus T; corpuſque L, ſi ex hiſce ſolis compoſitâ agitaretur, areas circa T deſcriberet etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe eſt ut M N & cum directione ab M verſus N; hoc eſt, ab L verſus F, (poſitâ L F ad M N parallelâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hiſce compoſita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non deſcribet areas circa T temporibus proportionales, ſed Vis hæc per M N expoſita arearum deſcriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in ſemicirculi C G D quadrante C G motum corporis L circa T à C verſus G facti accelerat: poſt conjunctionem vero in G, in quadrante G D, cum rectæ L F directio ab L verſus F ſit in antecedentia, Vis ſecundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad quadraturam in D pervento, M N evaneſcit (quoniam S K, S L, ac proinde etiam & S A, tunc æquales ſunt) & proinde Vis per illam ubique expoſitæ nulli hic ſunt effectus: Satelles igitur *Tab. XXV. Fig. 1.*

 L re-

Tab XXV. Fig. 1. L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc deſcribit. Dum vero L quadrantem D B peragrat, S M deficit ab S N, & Vis perturbans deſcriptionem areæ per radium vectorem T L, quo minus ſit tempori proportionalis, quæ eſt ut M N, directionem ab M verſus N ſive ab L verſus F (hoc eſt, in conſequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat: poſt oppoſitionem vero in B, L F tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evaneſcat rurſus M N, ejuſque proinde effectus ceſſent. Rurſus, cum Vis M N perturbans deſcriptionem areæ quam radius T L verrit, ne ſc. hæc ſit tempori proportionalis, in tranſitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B ſit maxima, & hinc rurſus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evaneſcit; patet Satellitis ſic perturbati motum eſſe velociſſimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardiſſimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Iiſdem poſitis, Satellitis L *Orbita circa Primarium* T *deſcripta (cæteris paribus) magis curva eſt in* C *&* D *Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis* G *&* B.

Vide Fig. 2. CUm enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi inſitâ ſolâ deſcriberet, in illis quam in hiſce; hoc eſt, Satellitis Orbita minus curva eſt in Conjunctione & Oppoſitione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam cauſa provenit: Vis ut M N (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppoſitione ad G & B contraria eſt Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit: Minus ergo urgetur L verſus T ad G & B quam ad C & D; minuſque propterea

terea à recto tramite deflectet in illis quam in hiſce. Satellitis igitur Via curvior eſt in Quadraturis C & D quam in Syzygiis B & G.

COROLLARIUM.

Ex prædictis ſequitur Satellitem L, (cæteris paribus) longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quaſi ſit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: ſic enim Orbita curvior eſt illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diverſum erit in Orbita hac, ab illo quod fuiſſet in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut M N Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia eſt in hanc, alia in illam. *Tab. XXV. Fig. 2.*

Quæ hic dicta ſunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, ſi, excluſâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam ſi Excentrica ſit, fieri poteſt ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius abſit à Primario T, & ex illo ſpectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apſidem ſummam in Conjunctione vel Oppoſitione cum Sole verſantem tenet. Sed & hic etiam ſupra demonſtrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut M N movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam abſque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadverſa fuit ab Acutiſſimo Aſtronomo *Ed. Halleio*, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibuſdam Lunaris Theoriæ Emendationem ſpectantibus*. Sed & idem à D. *Picard* jam inde ab anno 1668 animadverſum teſtatur *Academiæ Scientiarum Gallicæ Hiſtoria* Anno 1698 edita.

Tab XXV. *Fig.* 1. L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc deſcribit. Dum vero L quadrantem D B peragrat, S M deficit ab S N, & Vis perturbans deſcriptionem areæ per radium vectorem T L, quo minus ſit tempori proportionalis, quæ eſt ut M N, directionem ab M verſus N ſive ab L verſus F (hoc eſt, in conſequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat: poſt oppoſitionem vero in B, L F tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evaneſcat rurſus M N, ejuſque proinde effectus ceſſent. Rurſus, cum Vis M N perturbans deſcriptionem areæ quam radius T L verrit, ne ſc. hæc ſit tempori proportionalis, in tranſitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B ſit maxima, & hinc rurſus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evaneſcit; patet Satellitis ſic perturbati motum eſſe velociſſimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardiſſimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Iiſdem poſitis, Satellitis L *Orbita circa Primarium* T *deſcripta (cæteris paribus) magis curva eſt in* C *&* D *Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis* G *&* B.

Vide Fig. 2. Cum enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi inſitâ ſolâ deſcriberet, in illis quam in hiſce; hoc eſt, Satellitis Orbita minus curva eſt in Conjunctione & Oppoſitione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam cauſa provenit: Vis ut M N (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppoſitione ad G & B contraria eſt Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit: Minus ergo urgetur L verſus T ad G & B quam ad C & D; minuſque propterea

terea à recto tramite deflectet in illis quam in hiſce. Satellitis igitur Via curvior eſt in Quadraturis C & D quam in Syzygiis B & G.

Corollarium.

Ex prædictis ſequitur Satellitem L, (cæteris paribus) longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quaſi fit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: ſic enim Orbita curvior eſt illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diverſum erit in Orbita hac, ab illo quod fuiſſet in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut M N Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia eſt in hanc, alia in illam. *Tab. XXV. Fig. 2.*

Quæ hic dicta ſunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, ſi, excluſâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam ſi Excentrica ſit, fieri poteſt ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius abſit à Primario T, & ex illo ſpectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apſidem ſummam in Conjunctione vel Oppoſitione cum Sole verſantem tenet. Sed & hic etiam ſupra demonſtrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut M N movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam abſque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadverſa fuit ab Acutiſſimo Aſtronomo *Ed. Halleio*, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibuſdam Lunaris Theoriæ Emendationem ſpectantibus*. Sed & idem à D. *Picard* jam inde ab anno 1668 animadverſum teſtatur *Academiæ Scientiarum Gallicæ Hiſtoria* Anno 1698 edita.

SECTIO II.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Excentrica est a suo Primario.

SI corporis minoris L Orbis non ſit Circulus corpori magno T concentricus, ſed Ellipſis in cujus focorum altero T corpus conſtituitur, Vires corporis maximi S ita corpus iſtud L perturbabunt, ut loco Ellipſeos conſtantis & immotæ, quam per Prop. XXXIX. Lib. I. deſcriberet, deſcribat Ellipſin, cujus Excentricitas perpetuo mutatur: Orbitaque iſta corporis L ſic perturbati talis erit, ac ſi iſtud Ellipſin ſuam deſcriberet, interea dum ipſe Ellipſeos Axis (ac ſimul ipſa Ellipſis) motu angulari ſuper Primarii centrum prorſum vel retrorſum movetur, manente plano; hoc eſt, dialecto Aſtronomicâ, Satellitis Orbitam Excentricam deſcribentis motus à Sole ita perturbatur, ut dum hic Orbitam ſuam percurrit, ipſius Orbitæ Apſides nunc in conſequentia ferantur, nunc in antecedentia. Ad hoc probandum res altius eſt repetenda, & quædam Lemmata præmittenda.

PROPOSITIO III.

nvenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri poſſit, dum corpus aliud in ſimili & æquali trajectoria quieſcente movetur.

Tab. XXV. Fig. 3. SIt A L P trajectoria quieſcens, quam corpus ad centrum virium T tendens deſcribit, pergendo ab A per L ad P. Invenienda eſt lex Vis centripetæ ad T tendentis, quâ urgente, corpus aliud feratur in perimetro figuræ *a l p* priori ſimilis & æqualis, interea dum hæc ipſa figura *a l p* circa T revolvitur vel in conſequentia vel

vel in antecedentia; ita ut dum corpus prius arcum quemlibet ut A L percurrit in orbe quieſcente A L P, poſterius ſimilem & æqualem *a l* percurrat in orbe revolvente *a t p*. Tab. XXV. Fig. 3.

Per centrum T in plano A L T agatur ſemper T *l* ipſi T L æqualis, angulumque A T *l* angulo A T L perpetuò proportionalem efficiens; hoc eſt, ut hic angulus A T *l* ſit ad correſpondentem A T L ut alter quivis A T *l* ad ſuum A T L. Adeoque area, quam T *l* motu angulari circa T ſic lata deſcribit, proportionalis erit areæ quam T L deſcribit. Sit A *l* E G H (*a*) Curva quam punctum *l*, modo jam expoſito motum, contingit: Et quoniam una cum L revolvitur corpus quod urgetur à Vi centripeta ad centrum T tendente, area A T L A (per Prop. XI. Lib. I.) eſt tempori proportionalis; quare & area A T *l* A tempori etiam proportionalis erit: ſed & in plano immobili conſiſtit, eodem nempe in quo corpus L circa T revolvitur; hoc eſt, puncti *l* is eſt motus, ut in plano immobili per T traducto perpetuo inveniatur, & areas A T *l* A, radio per T ducto deſcriptas, efficiat temporibus proportionales. Igitur per Prop. XII. Lib. I. manifeſtum eſt quod corpus, cogente juſtæ quantitatis Vi centripetâ, revolvi poſſit una cum puncto *l* in curva linea A *l* E G H, quam punctum *l* deſcribit. Datur autem hæc linea curva A *l* E G H, quippe ex data linea A L P A modo conſtanti & dato genita: quæratur igitur (per Cor. Prop. XXXVII. Lib. I.) lex Vis centripetæ, quâ corpus in illa revolvi poſſit. Fiat angulus A T *a* angulo L T *l*, rectaque T *a* rectæ T A æqualis; & igitur angulus

(*a*) Curva hîc deſcripta talis eſt, ut ſi ſemper angulus A T L ſit ad angulum A T *l*, ut 3. ad 4. punctum *l* deſcribat curvam illam A *l* E G H. Si alia ratio ſupponatur eorum dem angulorum, alia deſcribenda erit curva. Cæterum obſervet Lector hujuſce curvæ originem ſeu initium eſſe in puncto A, non vero in *a*: quod non ſatis nitidè à ſcalptore expreſſum eſt.

Tab. XXV. Fig. 3. gulus *a* T *l* angulo A T L æqualis erit. Deſcribatur jam figura *a l* T ſimilis & æqualis A L T : adeoque punctum *l* eſt in perimetro figuræ ipſi A L P A ſimilis & æqualis circa T revolventis. Corpus ergo una cum *l* latum, & figuram immotam A *l* E G H deſcribens, deſcribit etiam perimetrum *a l p a* Orbis ipſi A L P A ſimilis circa T revolventis; ita ut eodem tempore deſcribatur arcus *a l* in Orbe revolvente *a l p a*, quo ſimilis & æqualis A L in A L P A Orbe quieſcente ab alio corpore deſcriptus eſt. Inventa ergo eſt lex Vis centripetæ quæſita. Q. E. F.

PROPOSITIO IV. LEMMA.

Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri poſſunt, modo Prop. præc. indicato, eſt in triplicata ratione communis altitudinis inverſe.

Tab. XXVI. Fig. 1. MAnentibus quæ in præcedente poſita ſunt, dico differentiam virium centripetarum, quibus corpora L & *l* agitantur, eſſe reciproce in triplicata ratione communis altitudinis T L vel T *l*; ſive eſſe differentiam virium in punctis L & *l* ad differentiam virium in aliis quibuſvis punctis orbis quieſcentis & revolventis, ubi corpora eodem momento invenientur, ut cubus altitudinis ſive diſtantiæ horum punctorum à centro virium T ad cubum rectæ L T vel *l* T.

Sumantur L B, *l b* arcus minimi æquales, qui proinde æqualibus minimis temporibus à corporibus L & *l* deſcribentur. Ex B & *b* in T L, T *l* ducantur normales B E, *b e*, quæ (ſicut & L E, *l e*) æquales erunt. In recta *b e* (ſi opus eſt ad partes *b* producta) ſumatur punctum C, ut ſit C *e* ab *b e* ut angulus A T *l* ad angulum A T L. Quoniam corporum in locis L & *l* exiſtentium motus ſinguli diſtinguuntur in binos, quorum hi ſecundum lineas L T, *l* T, illi vero prioribus tranſverſi ſecundum lineas ipſis

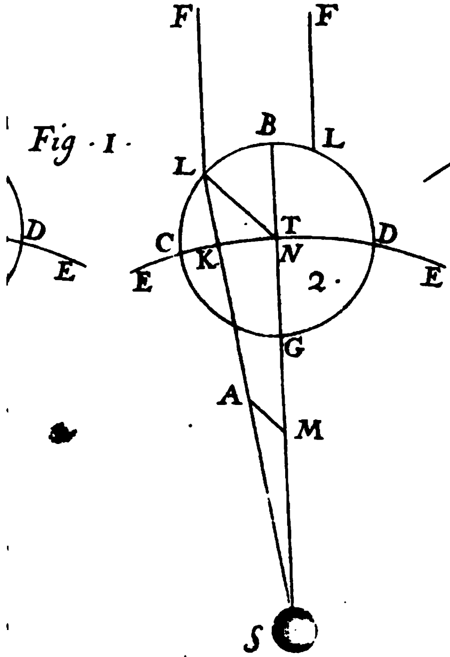


Fig. 1.

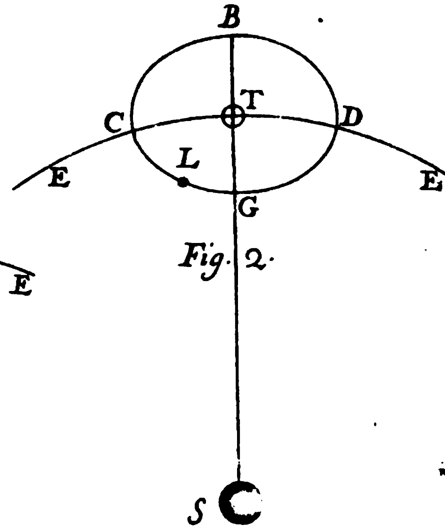


Fig. 2.

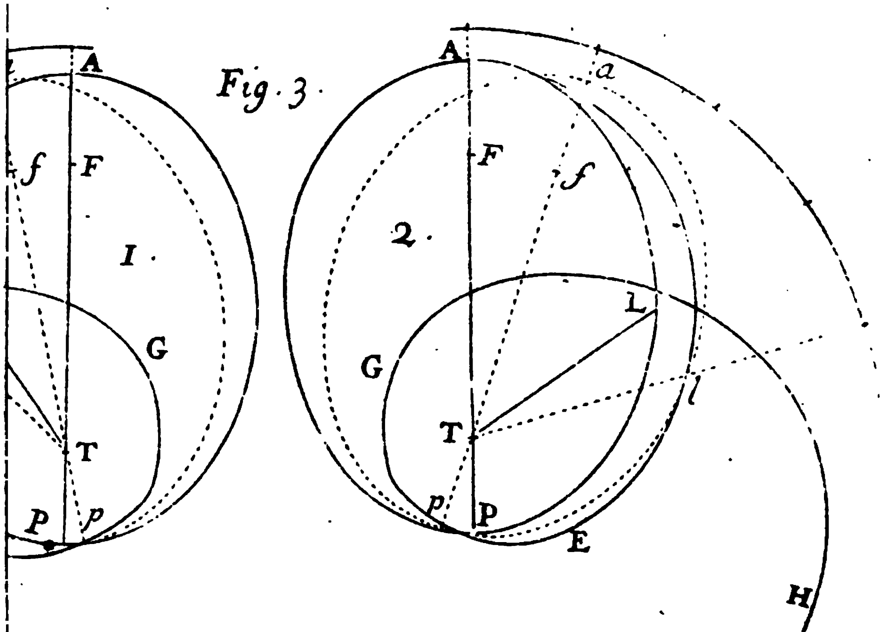


Fig. 3.

ipſis L T, *l* T normales diriguntur; motus verſus centrum erunt æquales, quia ex hypotheſi rectæ L T, *l* T; B T, *b* T, & proinde harum incrementa vel decrementa æqualia ſunt. Et motus tranſverſus corporis *l* erit ad motum tranſverſum corporis L ut motus angularis lineæ T *l* ad motum angularem lineæ T L; id eſt, ut angulus A T *l* ad angulum A T L, ſive ut C *e* ad *b e* vel B E. Et igitur eodem tempore, quo corpus L motu ſuo utroque pervenit ad B, corpus *l* reperietur in loco C. Atque hæc ita ſe habebunt, ubi corpora L & *l* æqualiter ſecundum directiones L T, *l* T moventur; hoc eſt, æqualibus viribus centripetis urgentur: Aſt cum punctum D, locus corporis orbem revolventem deſcribentis, (per Prop. præc.) reperiatur capiendo angulum *l* T D ad *l* T *b* in dicta iſta conſtanti ratione (ſc. ratione anguli A T *l* ad A T L) & rectam T D rectæ T *b* vel T B æqualem, (figurâ *a l p* & rectâ *l* T hic ſuſtinentibus partes, quas illic figura A L P & T A recta ſuſtinebant;) differentia inter vires centripetas corporis in L vel *l* & corporis in D eſt ut ejus effectus C D; locorum nempe intervallum, per quod corpus in orbe revolvente latum, ipſius actione, dato illo temporis minimi ſpatio transferri debet. Comparanda igitur eſt hæc C D ſive huic proportionalis differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & revolvente urgetur in hoc mobilis orbitæ ſitu & hac corporis diſtantia T *l* à centro, ad ſimilem differentiam in alio rerum ſtatu, ubi eadem (ſive potius ſimilia) omnia facta & conſtructa ſupponuntur quæ hic: Nempe centro T, diſtantiâ T *b* vel T D deſcribatur circulus ſecans T *e* in *n*, C *e* in F, & C D in G: Sitque noviſſimum trilineum *l b* T tale, ut ejus area à radio vectore T *b* verratur æquali tempore, quo area hæc *l b* T ab hac T *b*: Unde (cum in æqualibus triangulis baſes ſint reciproce proportionales altitudinibus) hæc *e b* eſt ad alteram *e b* ſicut altera T *l* ad hanc T *l*, hoc eſt, *e b*

Tab. XXVI. Fig. 1.

eſt reciproce ut correſpondens T *l*; quare & C *e* (eandem perpetuo ad *b e* rationem habens) erit etiam reciproce ut T *l*: adeoque harum aggregatum C F, & intervallum C *b* eidem T *l* reciproce proportionalia ſunt; & proinde rectangulum ſub illis, ſc. F C × C *b*, reciproce proportionale eſt quadrato ipſius T *l*. Porro (per *Prop.* XXXV. vel XXXVI. *El.* III.) C D × C G = F C × C *b*, hoc eſt, $CD = \frac{FC \times Cb}{CG}$: Adeoque C D in hoc rerum ſtatu eſt ad analogam C D in alio quovis directe ut hoc F C × C *b* ad iſtud aliud F C × C *b*, & reciproce ut hæc C G recta ad aliam iſtam C G ſimul. Sed ſupra oſtenſum eſt eſſe F C × C *b* reciproce ut quadratum rectæ T *l*; & C G eſt ut huic proxime æqualis D G, vel ut ejus dimidium T D vel T *b*, vel ab hac minime diverſa T *l*: Adeoque C D in hoc orbis revolventis ſitu eſt ad ſimiliter productam C D in alio quovis ejuſdem ſitu (hoc eſt, differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri poſſunt, in altitudine T L vel T *l* eſt ad ſimilem virium differentiam in alia quavis altitudine) reciproce ut quadratum prioris altitudinis ad quadratum poſterioris, & reciproce ut altitudo prior ad altitudinem poſteriorem ſimul; hoc eſt, reciproce ut cubus altitudinis prioris ad cubum altitudinis poſterioris: hoc eſt, (breviter loquendo de una altitudine, cum de duabus inter ſe comparatis ſermo intelligendus eſt,) dicta virium centripetarum differentia eſt in triplicata ratione communis altitudinis inverſe. Q. E. D.

Tab. XXVI. *Fig.* I.

COROLLARIUM I.

Corpus ab apſide ſumma verſus imam, in orbe in conſequentia revolvente, motum majore Vi centripetâ urgetur quam idem in orbe quieſcente. Nam quoniam (in fig. præc.) in iſto caſu angulus A T *l* major eſt quam

quam A T L, erit & *e* c major quam *e b*; quippe in eadem ratione cum prædictis angulis: adeoque punctum c eſt extra peripheriam circuli B *b* D. Sed corpus in orbe revolvente motum reperitur in puncto D; & ſupra oſtenſum eſt, ſi corpus *l* æquali Vi centripetâ urgeretur atque corpus L, perventurum illud ad c punctum; adeoque non tantum verſus centrum T urgeretur.

Rurſus, idem fiet ſi, reliquis manentibus, orbis revolvens moveatur in antecedentia majore celeritate quam eſt dupla ejus celeritatis quâ linea T L in conſequentia fertur, ut in fig. 1. Quoniam in hoc caſu *a* T A eſt pluſquam duplo major quam A T L ſive *a* T *l*, erit A T *l* major quam A T L, adeoque (ut prius) *e* c major quam *e b*, & punctum c extra circulum *b* D B; &, ob eandem quam prius rationem, Vis centripeta corporis in orbe revolvente *a l p* moti etiamnum major quam Vis centripeta corporis moti in orbe quieſcente A L P. *Tab. XXVI Fig. 2.*

At ſi Orbis hic *a l p* regreditur celeritate minore quam dupla ejus quâ linea T L progreditur, ut in fig. 2; corpus *l* ad apſidem imam deſcendens minore Vi centripetâ urgebitur quam L in orbe quieſcente. Nam quoniam angulus A T *a* non eſt duplus ipſius A T L ſive *a* T *l*, erit A T *l* minor quam *a* T *l*, (hoc eſt, A T L,) & ideo *e c* quam *e b* minor; adeoque c punctum, ad quod *l* perveniret ſi pari Vi centripetâ urgeretur atque ipſum L, intra circumferentiam circuli B *b* D. Sed corpus in orbe revolvente motum ſuperius oſtenſum eſt reperiri in D puncto remotiore à centro quam eſt c; minore ergo Vi centripetâ urgetur corpus *l* orbem *a l p* deſcribens, quam illud L quod fertur in orbe quieſcente A L P. Atque contraria omnia contingent corpori ab ima apſide ad ſummam aſcendenti: & per omnia viciſſim. *Fig. 3.*

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam differentia Virium centripetarum in orbe *Fig. 4.*

Tab. XXVI. Fig. 4. mobili & immobili (puta in B & *b*) eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo corpus L in orbe immobili deſcribit arcum L B, ut R C × C *b* ad *e b q*. Nam dictæ Vires ſunt ut earum effectus C D & H *b* eodem minimo tempore producti: naſcens vero H *b* æqualis eſt $\overline{n\,e}$, & C D oſtenſa eſt æqualis $\frac{RC \times Cb}{CG}$: quare prædictæ Vires ſunt ut $\frac{RC \times Cb}{CG}$ & *n e*, hoc eſt, ut R C × C *b* & C G × *n e*. Sed recta C G minime differt à recta M *e*, & (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) rectangulum ſub M *e* & *e n* æquatur quadrato ab *e b*: prædictæ ergo Vires centripetæ ſunt ut R C × C *b* & *e b q*. Si jam capiantur cognitæ quantitates F & G in ea ratione ad invicem quam habet augulus A T L ad A T *l*, hoc eſt, quam habet *b e* ad C *e*; erit C R ut G + F, & C *b* ut G — F: Adeoque differentia Virium centripetarum, quibus corpora in orbe immobili & mobili in B & *b* urgentur, eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo L deſcribit arcum L B, ſicut $\overline{G + F} \times \overline{G - F}$ ad F *q*; id eſt, ut G *q* — F *q*. ad F *q*.

LEMMA.

Fig. 5. *Si corpus ad umbilicum* T *ceu centrum tendens deſcribat Ellipſin* A B P, *cujus apſides* A *&* P; *Vis centripeta, quâ corpus in apſide* A *urgetur, eſt ad Vim centripetam corporis alterius, in circulo* A E H *ad eandem diſtantiam* T A *eadem cum velocitate revolventis, ut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos.*

PEr A ducatur recta A G ad A T normalis, quæ tam circulum quam Ellipſin continget. Per punctum G ipſi A proximum ducatur recta G E B verſus T, circulum in

in E, Ellipſin in B interſecans. Cumque naſcentes arcus A B, A E ſint proxime æquales, corpora æquivelocia ex A ſimul digreſſa ad B & E ſimul pervenient; & illorum vires centripetæ ſunt ut harum effectus G B, G E eodem minimo tempore producti. Porro, ex natura circuli, E I q = A I × I H, ſive A I × diam. & ex natura Ellipſeos, B D q = lateri recto × A D (defectus quippe, ſive quantitas quâ B D q iſto rectangulo minus eſt, evaneſcit in caſu præſente, cum B D naſcitur;) E I vero & B D naſcentes lineolæ æquantur: Igitur A I × diam. circuli = A D × lat. rect. Ellipſeos: Adeoque A D ad A I, ſive G B ad G E, ſive Vis centripeta in Ellipſi ad Vim centripetam in circulo ſicut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos. Q. E. D.

PROPOSITIO V. LEMMA.

Si Orbis A L P *Ellipſis ſit, cujus latus rectum* 2 R, *umbilicum habens* T, *apſidem ſummam* A, *imam* P; *eique ſimilis & æqualis ponatur Ellipſis* a l p *circa immotum umbilicum* T *modo ſuperius deſcripto revolvens, & quantitates datæ* G *&* F *eandem habeant rationem quam anguli* A T l *&* A T L; *ſi altitudo corporis revolventis, ſive diſtantia à centro, vocetur* A: *Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipſi mobili revolvi poteſt, ut* $\frac{F\,q}{A\,q} + \frac{R \times G\,q - R \times F\,q}{A \text{ cub.}}$; *& viciſſim, urgente hujuſmodi Vi centripetâ, in Ellipſi mobili feretur corpus.* Tab. XXVII. Fig. 1.

CUm Vis, quâ corpus in Ellipſi immobili A L P revolvi poteſt, ſit (per Prop. XXXIX. Lib. I.) reciproce ut quadratum diſtantiæ à centro ſive altitudinis A; exponatur Vis hæc per $\frac{F\,q}{A\,q}$, & Vis in apſide A erit $\frac{F\,q}{AT\,q}$. Vis autem, quâ corpus in circulo ad diſtantiam

Tab. XXVII. Fig. 1. T A ea cum velocitate revolvi poſſet, quam corpus in Ellipſi revolvens habet in A, eſt (per præc. Lem.) ad Vim, quâ corpus in Ellipſi revolvens urgetur in A, ut ſemilatus rectum Ellipſeos ad ſemidiametrum circuli, ſive ut R ad A T; adeoque valet $\frac{R \times Fq}{AT\,cub.}$ Cum autem (per Corol. 2. Prop. IV.) differentia Virium in punctis A & *a* ſit ad Vim prædictam in circulo, ipſi $\frac{R \times Fq}{A\,T\,cub.}$ æqualem, ut $Gq - Fq$ ad Fq: erit iſta differentia Virium æqualis $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\,T\,cub.}$: & (per Prop. IV.) differentia Virium in aliis quibuſvis punctis æquialtis (ubi nempe altitudo eſt indeterminata A) eſt ad differentiam Virium in apſide A (ubi altitudo eſt T A) ſicut cubus ipſius T A ad A cub; adeoque in quavis altitudine valebit $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\,cub.}$. Si igitur ad Vim $\frac{Fq}{Aq}$, quâ corpus revolvi poteſt in Ellipſi immobili A L P, addatur dicta differentia $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\,cub.}$; componetur Vis tota $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\,cub.}$, quâ corpus in Ellipſi mobili *a l p* eodem tempore revolvi poteſt. Q. E. D.

Corollarium I.

Hinc ſi Vi centripetæ, quæ eſt in reciproca duplicata ratione diſtantiæ à centro, quâ corpus in Ellipſi immota revolvitur, ſuperaddatur alia quælibet Vis quæ eſt ut cubus diſtantiæ reciproce; corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides in conſequentia feruntur. Nam quia differentia, quæ eſt ut $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\,cub.}$, in hoc caſu eſt poſitiva, G excedit F; hoc eſt, angulus A T *l* excedit angulum A T L; unde (per Corol. I. Prop. IV.) apſides vel feruntur

ferruntur in conſequentia, vel feruntur in antecedentia celerirate majore quam dupla ejus quâ corpus L in orbe immobili in conſequentia fertur: verum cum ultimum hoc in nullo corporum Cœleſtium locum habeat, ab hoc caſu abſtrahimus. At ſi à Vi, quæ eſt reciproce in duplicata ratione diſtantiæ, auferatur Vis, quæ eſt reciproce in ejuſdem triplicata ratione; relinquetur Vis, quâ urgente corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides regrediuntur: Differentia enim Virium $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$ eſt in hoc caſu negativa; & proinde G minor quam F, ſive angulus A T *l* quam A T L minor. Tab. XXVII. Fig. 1.

COROLLARIUM 2.

Atque hinc rurſus ſequitur quod ſi in orbe, à circulari non multum abludente, Vis centripeta in receſſu à centro decreſcat magis (ſive minor ſit) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ; orbis apſides movebuntur in conſequentia. Sit enim immota Ellipſis A L P orbis deſcriptus à corpore, quod urgetur à Vi ad centrum T tendente, cujus ſumma apſis A duplo magis diſtat à centro T quam ima P; non quod talis orbis ad circularem accedat, ſed hanc rationem majoris perſpicuitatis & tantum exempli gratiâ ponimus. Supponamus Vim centripetam, quâ corpus in P urgetur, eſſe partium 400, & Vis, quâ in A urgetur, erit 100, & in locis intermediis proportionaliter; illa nempe Vis, quâ urgente corpus Ellipſin immobilem A L P deſcriberet, ſc. reciproca duplicata diſtantiæ à centro. Si jam præter hanc Vim, corpus in P urgeatur aliâ Vi quæ ſit *ex. gr.* ut 64, & in A Vi quæ ſit ut 8, & in locis intermediis proportionaliter; nempe ſit hæc Vis ſuperaddita inverſe ut cubus diſtantiæ à centro; in hoc caſu (per præc. Corol.) apſides in conſequentia ferentur. Verum Vis tota in P ſive ex binis compoſita eſt ut 464, & Vis in A ut 108, & in Fig. 2.

locis

locis intermediis proportionaliter; hoc eſt, in receſſu à
Tab. XXVII. Fig. 1. centro Vis centripeta minuitur magis quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam ſi ea minueretur in illa ratione diſtantiæ duplicata tantum, Vis in A foret ut 116. Et licet requiratur ut Vis nova, ſuperaddita priori illi quæ eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ, ſit ubique præciſe ſicut cubus dictæ diſtantiæ inverſe, ut orbis ellipticus circa centrum Virium in conſequentia revolvatur: ſi tamen Ellipſis hæc à Circulo non multum abludat & Vis talis integra corpus urgeat, quæ in receſſu à centro minuitur magis quam quadratum diſtantiæ corporis à centro augetur; orbis hujus apſides in conſequentia movebuntur. Nam quoniam, in orbe fere circulari, diſtantiæ à centro non multum differunt; Vis illa (cujus ſuperadditione fit ut integra Vis, quâ urgetur corpus, minuatur magis quam quadratum diſtantiæ à centro augetur) minuitur in ratione quæ non multum differt ab inverſa triplicata diſtantiæ.

Sequitur etiam, ſi in orbe, circulari proximo, Vis centripeta decreſcat minus quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ, (hoc eſt, major ſit quam pro dicta ratione,) orbis apſides moveri in antecedentia. Nam eâdem manente Vi in P & A, quâ corpus Ellipſin immobilem deſcribit, ſi ab illa auferatur Vis reciproce proportionalis cubo diſtantiæ à centro; nempe ab illa in P Vis quæ eſt ut 64, & à Vi in A Vis ut 8, & in locis intermediis ſimiliter; relinquetur ubique Vis, quâ urgente corpus (per Corol. præc.) deſcribet Ellipſin cujus apſides in antecedentia moventur. Sed relinquitur in P Vis ut 336, & Vis reliqua in A eſt ut 92, & in intermediis diſtantiis ſimiliter: adeoque in receſſu à centro Vis centripeta minuitur minus (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam Vis minuta in duplicata ratione dictæ diſtantiæ foret in A partium 84. Unde, ob rationes hactenus expoſitas,

poſitas, ſi in orbe à circulo non multum abludente corpus urgeatur Vi, quæ in ejus receſſu à centro minuitur minus quam in duplicata ratione diſtantiæ auctæ; orbis apſides in antecedentia ferentur. Sed & hæc patent ope Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VI. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum; & è contra, ex dato apſidum motu invenire legem Vis centripetæ, modo Vis centripeta ſit ut altitudinis dignitas aliqua.

SI ex data Vis centripetæ lege quæratur motus apſidum, *Vide Figuras*
Problema ſolvitur faciendo ut orbis, quem corpus *Tab. XXVI.*
in Ellipſi mobili revolvens deſcribit in plano immoto, *& Figuras 1am. & 2am*
accedat ad formam orbis cujus apſides requiruntur, & *Tab. XXVII.*
inveniendo apſides orbis ſic deſcripti. Orbes autem ad eandem accedunt formam, cum Vires centripetæ, quibus deſcribuntur, in æqualibus à centro diſtantiis proportionales fiunt.

Sit (in quavis Fig. præced.) punctum A ſumma apſis, T centrum Virium. Vocetur A T maxima altitudo T, & alia quævis indeterminata A, harumque differentia X. Et Vis, quâ urgetur corpus in Ellipſi circa ejus umbilicum T revolvente, eſt (per præc.) ut $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$; ſive ut $\frac{A \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$; & deniq; (ſubſtituendo T − X pro A) ut $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A\ cub.}$. Vis centripetæ, cujus lex datur, valor ad ſimilem fractionem reducatur; hoc eſt, talem cujus denominator eſt idem A cub. & numeratores (factâ homologorum terminorum collatione) ſtatuendi ſunt analogi; ex qua collatione eruetur ratio G ad F, ſive motus ap-

ſidum quæſitus. Detur Vis centripetæ lex, puta ſit hæc ut diſtantiæ à centro dignitas cujus exponens eſt data p; ſive ut A^p, hoc eſt, ut $\frac{A^{p+3}}{A^3}$. Loco datæ $p+3$ ponatur n, & loco A in numeratore $T-X$; eritque Vis centripeta ut $\frac{\overline{T-X}^n}{A^3}$. Reducatur hujus fractionis numerator $\overline{T-X}^n$ ad ſeriem infinitam, nempe ad $T^n - n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ — &c; conferantur termini hujus numeratoris cum terminis numeratoris præcedentis, nempe $T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$: nimirum dati cum datis, & non dati (ſive in quibus indeterminata X reperitur) cum non datis; & fiet $T \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$ ad T^n ſicut $-Fq \times X$ ad $-n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ &c; hoc eſt, ſicut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1} + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X$ &c. Cumque Ellipſis, de qua nunc agitur, ſit circulo finitima, in qua ſemi-latus tranſverſum & rectum, ſive T & R æquantur, & omnes altitudines ſive à centro diſtantiæ prope eædem, adeoque X illarum reſpectu fere nulla; hoc eſt, termini ab hac affecti evaneſcentes; per mutuam terminorum deſtructionem & evaneſcentium neglectum analogia prior mutabitur in hanc $R \times Gq$ ad T^n ſicut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1}$; & ponendo etiamnum T loco R in primo termino, fiet $T \times Gq$ ad T^n ſicut Fq ad $n \times T^{n-1}$; adeoque Gq ad T^{n-1} ſicut Fq ad $n \times T^{n-1}$, & viciſſim Gq ad Fq ut T^{n-1} ad $n T^{n-1}$; id eſt, ut 1 ad n: adeoque G ad F, id eſt, angulus ATl ad angulum ATL, ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus, quem corpus in Ellipſi immota deſcribit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, 2 rectis æqualis ſit; erit angulus, quem corpus (quod urgetur à Vi centripeta proportionali altitudinis

tudinis dignitati cujus exponens p ſive $n - 3$) in orbe propemodum circulari conficit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, ad duos rectos ut 1 ad $\sqrt{n}$; adeoque in phraſi arithmetica æqualis $\frac{180^{gr}}{\sqrt{n}}$: & æquali angulo repetito, corpus ab apſide ima ad ſummam redibit; & ſic in perpetuum.

Et vice verſâ, ſi Vis centripeta ſit ut aliqua altitudinis dignitas, inveniri poteſt dignitas illa ex motu apſidum. Nimirum, ſi motus angularis, quo corpus deſcendit à ſumma apſide ad imam, ſit ad motum angularem ſemirevolutionis unius (ſive 180^{gr}) quo in Ellipſi immota à ſumma apſide ad imam deſcendit, ſive motus totus angularis, quo corpus ab apſide diſcedens ad eandem redit, ad motum angularem revolutionis integræ (ſeu 360^{gr}) ut unitas ad numerum $\sqrt{n}$; erit Vis centripeta ut altitudinis dignitas cujus exponens eſt $n - 3$. Poſita enim Vi centripeta ut A^{n-3}, per Prop. hujus partem priorem dicta iſta ratio inter motus angulares ſive inter G & F prodibit; & igitur hæc lex Vis centripetæ ex iſta ratione inter G & F pendet. Inventa ergo eſt lex Vis centripetæ quæſita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hujus Problematis exempla aliqua dabimus in caſibus quibuſdam illuſtrioribus. Quæritur angulus, quem corpus conficit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam in orbe fere circulari, dum illud urgetur à Vi centripeta uniformi ſive eadem in omni altitudine. Quoniam in hoc caſu Vis centripeta eſt conſtans, ſive ut A^{0}, ſive ut A^{3-3}, eſt $n = 3$, & $\sqrt{n} = \sqrt{3}$; adeoque angulus à corpore confectus ab apſide ſumma ad imam eſt $\frac{180^{gr}}{\sqrt{3}}$ ſive 103^{gr}. $55'$, & hoc angulo rurſus deſcripto ad apſidem ſummam redit, apſidibus velociter in antecedentia latis. Si vero

Vis centripeta ſit ut ipſa altitudo ſive A^{1}, hoc eſt, ut A^{4-3}; erit $n = 4$, & angulus inter apſidem ſummam & imam $\frac{180^{gr.}}{\sqrt{4}}$, ſive 90^{gr}: hujuſmodi igitur orbis apſides in antecedentia feruntur eâdem celeritate angulari, quâ corpus orbem deſcribens in conſequentia fertur. Similiter, ſi Vis centripeta ſit ut $A^{\frac{11}{4}}$ inverſe, ſive ut $A^{-\frac{11}{4}}$, ſive ut $A^{\frac{1}{4}-3}$, erit $n = \frac{1}{4}$ & $\sqrt{n} = \frac{1}{2}$; adeoque angulus inter ſummam apſidem & imam, qui eſt $\frac{180^{gr}}{\frac{1}{2}}$, eſt 360^{gr}; hoc eſt, corpus, urgente hâcce Vi, de apſidè ſumma diſcedens, & ſubinde perpetuo deſcendens, perveniet ad apſidem imam ubi complevit revolutionem integram; dein perpetuo aſcenſu, complendo aliam revolutionem integram, redibit ad apſidem ſummam; & ſic per vices in perpetuum.

Proponatur è converſo motus apſidum datus, & quæratur lex Vis centripetæ: quæratur *ex. gr.* lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus quod revolutione integrâ & præterea alterius revolutionis parte dimidiâ de apſide ſumma ad apſidem ſummam, alterno deſcenſu & aſcenſu, redierit. Quoniam in hoc caſu motus angularis quo corpus deſcendit à ſumma apſide ad imam eſt 270^{gr}, erit quarta proportionalis ipſis 270^{gr}, 180^{gr}, & 1, ſive $\sqrt{n}$, æqualis $\frac{2}{3}$, & ideo $n = \frac{4}{9}$: Ac proinde (per Part. 2. hujus Prop.) Vis centripeta eſt ut $A^{\frac{4}{9}-3}$; id eſt, reciproce ut $A^{3-\frac{4}{9}}$ ſive $A^{2\frac{5}{9}}$. Rurſus, quæratur lex Vis centripetæ, quâ corpus urgetur, quod ab apſide ſumma ad apſidem ſummam conficit 363^{gr}; hoc eſt, quod fertur in orbe propemodum circulari, cujus apſis ſumma ſingulis corporis revolutionibus confecerit in conſequentia 3^{gr}. Quoniam motus totus angularis, quo corpus ab apſide ſumma diſcedens ad eandem redit, eſt ad motum angularem 360^{gr} ut 363 ad 360; $\sqrt{n}$, ſive quarta

quarta proportionalis ipſis 363, 360 & 1, erit $\frac{360}{363}$ adeoque n erit $\frac{129600}{131769}$: & Vis centripeta ut A $\frac{129600}{131769} - 3$: ſive ut A $\frac{-265707}{131769}$; hoc eſt, inverſe ut A $\frac{265707}{131769}$; ſive inverſe ut A $^{2 \frac{4}{242}}$. Vis igitur, quâ urgetur corpus deſcribens orbem cujus apſides in una corporis revolutione moventur 3^{gr} in conſequentia, in receſſu à centro decreſcit in ratione paulo majore quam duplicata, ſed quæ pluſquam 60 vicibus propius accedit ad duplicatam quam ad triplicatam.

Corollarium.

Hinc patet, quod ſi Vis centripeta, quâ corpus urgetur in ejus acceſſu ad centrum, in triplicata altitudinis minutæ ratione aut minore creſcat, corpus, ſi incipiat deſcendere, nunquam perventurum ad apſidem imam, ſed ad centrum uſque deſcendere; ſin vero ab apſide aſcendat minimum, in infinitum aſcenſurum, neque unquam ad apſidem ſummam pervenire. Nam quoniam Vis centripeta eſt reciproce ut A ^{3}, hoc eſt, ut A $^{-3}$, hoc eſt, $p = -3$; erit $n\ (= p + 3) = 0$, & $\sqrt{n} = 0$; & angulus quo deſcripto ab apſide ſumma ad imam pervenit, aut è contra, æqualis $\frac{180^{gr}}{0}$, ſive infinitus: nunquam ergo ad alteram apſidem pertinget, ſed poſt innumeras revolutiones vel deſcendet ad centrum vel aſcendet in infinitum. Si vero Vis in receſſu corporis à centro decreſcat in majore quam triplicata ratione diſtantiæ,

n erit negativa quantitas, & $\sqrt{n}$ impoſſibile quid; unde patet propoſitum. Et è converſo patet, quod ſi corpus ab apſide ad apſidem, alternis vicibus deſcendens & aſcendens, nunquam appellat ad centrum; Vis in receſſu à centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione minuetur: & quo minor fuerit angulus deſcriptus à corpore, dum ab apſide ad apſidem redierit, eo longius ratio Virium recedet à ratione illa reciproca triplicata.

PROPOSITIO VII. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum, modo Vis centripeta ſit ut ſumma vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum.

Reliquis manentibus, ſint m, b & c quantitates datæ quælibet, quarum m eſt exponens dignitatis, qualis etiam eſt n, ut in præcedente; deturque hæc lex Vis centripetæ, ut illa ſit ubique ut $\frac{bA^m + cA^n}{A^3}$; ſive, ponendo $T - X$ loco A, ut $\frac{b \times \overline{T-X}^m + c \times \overline{T-X}^n}{A^3}$. Reducendo hunc valorem ad ſeriem infinitam, erit Vis centripeta ut

$$\frac{bT^m - bT^{m-1}X + bm \times \frac{m-1}{2} T^{m-2} X^2}{A^3}$$

$$\frac{+ cT^n - cnT^{n-1}X + cn \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2 \text{ \&c.}}{A^3}$$

Statuendi ſunt analogi valor hic Vis centripetæ & valor prius inventus iſtius Vis, quâ urgente corpus in Ellipſi mobili movetur, nempe $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A^3}$; hoc eſt, cum valores hi eundem hactenus habeant denomina-

minatorem, pars data numeratoris unius ad hujus partem alteram non datam & pars data numeratoris alterius ad ipſius partem non datam in eadem ratione ponendæ ſunt; hoc eſt, $R \times Gq - R \times Fq + T \times Fq$ ad $- Fq \times X$, ſicut $bT^m + cT^n$ ad $- b \times mT^{m-1}X + b \times m \times \frac{m-1}{2}T^{m-2}X^2 - c \times nT^{n-1}X + c \times n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2}X^2$ &c. Cumque orbes fere circulares ponantur, erunt T & R æquales. Porro, applicando conſequentes ad $-X$, negligendo terminos ab X (quippe infinite parvo) porro affectos, quia minimos; fiet $T \times Gq$ ad Fq ſicut $bT^m + cT^n$ ad $b \times m \times T^{m-1} + c \times nT^{n-1}$. Majoris ſimplicitatis gratiâ, ut nempe omnes ipſius T dignitates æquales deveniant, ponatur T unitas; eritque tum Gq ad Fq ſicut $b + c$ ad $bm + cn$. Et inde G ad F, ſive (in figura Prop. IV.) angulus ATl ad angulum ATL ut $\sqrt{b+c}$ ad $\sqrt{bm+cn}$, ſive ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$. Et propterea, cum angulus inter apſidem ſummam & apſidem imam in Ellipſi immobili ſit duobus rectis æqualis, erit angulus, quem corpus, Vi centripetâ quæ eſt ipſi $\frac{bA^m + cA^n}{A^3}$ proportionalis, in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam aut è contra deſcribit, ad duos rectos, ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$; & in phraſi arithmetica, angulus iſte eſt $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 180^{gr}$. Si Vis centripeta ſit ut differentia duarum dignitatum altitudinis, (puta ut $\frac{bA^m - cA^n}{A^3}$,) ponendo $-c$ loco $+c$ in valore ſupra invento, fiet angulus inter apſidem ſummam & imam, mobilis orbis fere circularis, æqualis $\sqrt{\frac{b-c}{bm-cn}} \times 180^{gr}$. Nec ſecus reſolvetur Ploblema in caſibus difficilioribus.

SCHO-

SCHOLIUM.

Si corpus Vi centripetâ, quæ ſit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in motâ Ellipſi umbilicum habente in centro Virium, & huic Vi centripetæ addatur vel auferatur Vis alia quævis, cujus lex & quantitas datur; per hanc Prop. determinabitur motus apſidum ex data illa Vi oriundus: Nempe ſi à Vi ut $\frac{1}{A^2}$ auferatur Vis extranea, quæ eſt ut altitudo ſeu diſtantia à centro, nempe ut C A; Vis reliqua, quâ corpus urgetur, erit $\frac{A - CA^4}{A^3}$, ubi $b = 1$, $m = 1$, $n = 4$: Adeoque angulus revolutionis inter abſides eſt $\sqrt{\frac{1 - C}{1 - 4C}} \times 180^{gr}$. Ponatur *ex. gr.* Vim extraneam ablatam eſſe 357, 45 vicibus minorem quam Vis primaria, quâ corpus revolvitur in Ellipſi, quamque facilitatis gratiâ vocavimus 1; eritque proinde $C = \frac{1}{357,45}$ ſive $\frac{100}{35745}$, & $1 - C = \frac{35645}{35745}$, & $1 - 4C = \frac{35345}{35745}$; adeoque $\frac{1 - C}{1 - 4C} = \frac{35645}{35345} = 1,0084877754$, & $\sqrt{\frac{1 - C}{1 - 4C}} = 1,004234$. Et igitur $\sqrt{\frac{1 - C}{1 - 4C}} \times 180^{gr}$, ſive angulus inter apſides in orbe mobili, erit $1,004234 \times 180^{gr}$, ſeu 180^{gr}, 76228, id eſt, $180^{gr}.\ 45'.\ 44''$: Inventus igitur eſt motus apſidum in una ſemi-revolutione, ſive dum corpus ab apſide ſumma ad imam deſcendit, ſc. $45'.\ 44''$ in conſequentia, & tantundem progreditur dum corpus ab ima apſide ad ſummam aſcendit; nempe ſingulis corporis revolutionibus apſis $1^{gr}.\ 31'.\ 28''$ in conſequentia fertur.

Et

Et è converſo, ex dato angulo inter apſides determinabitur ratio Vis extraneæ, cujus lex datur, ad Vim quâ in immota Ellipſi moveretur : Puta, ſi corpus diſcedens de apſide ſumma & ad apſidem ſummam reverſum motu angulari conficiat angulum 315^{gr}, ipsâ apſide interim in antecedentia motâ 45^{gr}, & quæratur ratio Vis hujus ſuperadditæ, quæ eſt ut altitudo, ad Vim primariam quâ ſola corpus in Ellipſi immota moveretur. Nam quoniam Prop. hâc demonſtratum eſt angulum inter apſidem ſummam & imam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 180^{gr}$, ſive inter apſidem ſummam & ſummam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 360^{gr}$, *i. e.* (in caſu præſenti, ubi Vis ſuperaddita eſt ut altitudo,) $\sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$; erit $315^{gr} = \sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$. Et reſolutâ hâc æquatione, valor ipſius c reperietur $\frac{5}{44}$. Cum autem Vis iſta primaria, quâ in Ellipſi immota moveretur corpus, poſita ſit unitas; erit hæc ad Vim iſtam additam (quæ eſt ut altitudo, quæque facit ut apſides tam velociter regrediantur) ut 44 ad 5.

Corollarium.

Ex præced. Schol. & Corol. 2. Prop. v. ſequitur, ſi à Vi quæ eſt in duplicata ratione altitudinis inverſa, auferatur Vis, quæ eſt directe ut ipſa altitudo, relinqui Vim quæ in receſſu à centro decreſcit magis (ſive minor eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis auctæ, ſive quæ in acceſſu ad centrum creſcit magis (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis diminutæ; nam tam in illo caſu quam in hoc orbis apſides progrediuntur, & propterea duo illi caſus coincidunt. Eodemque ratiocinio patet, ſi Vi quæ eſt in reciproca duplicata ratione

diſtantiæ à centro, addatur Vis extranea, quæ eſt directe ut dicta diſtantia, conflari Vim, quæ in receſſu à centro decreſcit minus (ſive major eſt) quam pro duplicata ratione diſtantiæ auctæ, ſive (quod idem eſt) quæ in acceſſu ad centrum creſcit minus (ſive minor eſt) quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ. Verum hæc etiam immediate conſequuntur ex Corol. 1. Prop. IV.

PROPOSITIO VIII.

Tab. XXVII. Fig. 3. *Si Planeta ſecundarius* L *circa Primarium* T *deſcribat Orbitam Ellipticam, cujus focus eſt* T; *hujus Axis major ſive Apſidum linea motu angulari bis progreditur & bis regreditur ſingulis Satellitis* L *revolutionibus; progreditur nempe cum* L *eſt in Syzygiis* G *&* B, *regreditur vero dum* L *eſt in Quadraturis* C *&* D *cum Sole.*

DEſignet S Solem, T Planetam primarium in Orbita DC à D verſus C circa Solem motum, L Planetam ſecundarium, Orbitam ellipticam, cujus focus T, à C ad G verſus D deſcribentem. Cum in tribus hiſce corporibus attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium ſint (per oſtenſa in Lib. 1.) inter ſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum ab eodem, recidimus in conditiones Prop. 1. hujus Libri, (cujus conſtructionem hic ſupponimus,) in qua oſtenſum eſt Satellitem L duplici Vi acceleratrice urgeri, unâ ab L ad T, alterâ ab L ad S. Cumque Vis prior ab L ad T ex mutua attractione corporum L & T orta, ſit quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis, (per Corol. 2. Prop. LI. Lib. 1.) hâc Vi ſolâ corpus L deſcribet Ellipſin focum in T habentem. Quoniam vero Vis poſterior, quâ urgetur L quæque dirigitur ab L ad S, eſtque per oſtenſa ad Prop. 1. ut AS recta, reſolvitur in Vires binas, quarum altera eſt ut AM, altera ut MS, quæ ſemper ad MN reducitur, (ut ſupra oſtenſum eſt,) & cum harum rectarum directionibus; (quarum illa quæ eſt ut AM, licet eandem

dem habeat directionem cum priori qua T trahit L, tamen eandem non obſervat legem: neque enim eſt A M reciproce ut quadratum rectæ L T diſtantiæ corporis L à T, ſed fere directe ut ipſa L T; creſcente enim L T, cæteris manentibus, in eadem fere ratione creſcit & A M; nam S L ob longinquitatem corporis S eſt fere parallela ad S T;) Vis quâ L in Quadraturis C & D poſitum urgetur verſus T, compoſita ex binis (prima nempe illa qua T trahit L, quæque eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ L T, & illa ut A M quæ eſt fere directe ut ipſa diſtantia L T; nam tertia Vis M N in hoc caſu nulla eſt,) non eſt ut Quadratum diſtantiæ L T inverſe, ſed in receſſu à T decreſcit in minore quam duplicata ratione diſtantiæ auctæ: & igitur cum Vi, quæ eſt Quadrato diſtantiæ à centro ſive altitudinis reciproce proportionalis, quâ nempe T trahit L, addatur Vis extranea quæ eſt ut ipſa altitudo; componetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus Ellipſin deſcribit, cujus Apſides in antecedentia moventur. Satellite igitur in Quadraturis verſante, Orbis elliptici Apſides regrediuntur. Tab. XXVII. Fig. 3.

Quod ſi Satelles L ſit in Conjunctione G vel Oppoſitione B cum Sole S, in quo caſu Vis ut A M evaneſcit, præter Vim quâ T trahit L, quæque eſt reciproce ut Quadratum altitudinis T L; corpus L urgetur Vi ut M N, ab M verſus N urgente, quæ non eſt ut Quadratum altitudinis T L inverſe, ſed creſcente ipſâ creſcens, & fere ut ipſa T L directe. Cum ergo à Vi Quadrato altitudinis reciproce proportionali, quâ T trahit L, auferatur Vis extranea (nempe ab actione Solis orta) quæ eſt fere ut ipſa altitudo; relinquetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus fertur in Ellipſi, cujus Apſides in conſequentia moventur. Igitur quando Planeta ſecundarius in Syzygiis cum Sole verſatur, Orbis elliptici ab illo deſcripti Apſides progrediuntur. Fig. 4. 1. 2.

Satellite vero in locis verſante inter Syzygias & Qua-

draturas cum Sole, pendet motus Apſidum ex utraque cauſa ſupra deſcripta conjunctim; nempe ex Vi extranea addititia ut A M & ablativa ut M N; adeo ut pro hujus vel illius exceſſu progrediantur illæ vel regrediantur: Bis igitur in qualibet Satellitis L revolutione circa T progrediuntur Apſides, & bis regrediuntur per vices. Q. E. D.

PROPOSITIO IX. LEMMA.

Tab.XXVII. Fig. 4. *In fig. Prop. præc. Vis* M N *in Syzygiis eſt fere duplo major quam Vis* A M *in Quadraturis.*

IN Syzygiis S M eſt ad S N in duplicata ratione S N ad S L: Diſtantia autem punctorum N & T præ S T diſtantia Planetæ à Sole evaneſcit, adeoque S T æqualis S N; eſt igitur S M ad S T in duplicata ratione S T ad S L: Sed quantitates arithmetice proportionales ut S B, S T, S G &c, ubi illarum intervallum B T vel T G eſt minimum reſpectu cujuſvis ex illis ut S G, ſunt etiam quaſi geometrice proportionales, & è contra; quare poſitâ B M (in fig. 1.) & G M (in fig. 2.) æquali T B, erunt (in fig. 1.) M S, B S, T S & L S, & (in fig. 2.) M S, G S, T S, L S quamproxime geometrice proportionales continue: adeoque (in utraque fig.) M S eſt ad T S in duplicata ratione T S ad L S. Sed M T eſt duplo major (ex constructione) quam T B, quæ (ex præc.) æqualis eſt A M in Quadraturis; & M N eſt fere æqualis ipſi M T: Et igitur M N in Syzygiis eſt quaſi duplo major quam A M in Quadraturis. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO X.

In ſingulis Satellitis cujuſvis revolutionibus Apſides plerumque magis progrediuntur quam regrediuntur, & exceſſu progreſſûs feruntur in conſequentia.

NAm Vis ut M N in Syzygiis, cujus ablatione à Vi quâ T trahit L fit ut Apſides progrediuntur, eſt (per præc. Lem.) quaſi duplo major quam Vis ut A M in Quadraturis, cujus additione ad prædictam Vim quâ T trahit L Apſides regrediuntur: Et igitur exceſſus in integra Satellitis revolutione erit penes M N, transferetque Apſides in conſequentia. Q. E. D. Tab. XXVII. Fig. 4.

Hæc ita ſe habebunt ordinario & cæteris paribus: Dantur autem caſus particulares (ut Prop. ſequente oſtendetur) in quibus, in una Satellitis revolutione circa proprium Primarium, Apſides magis regrediuntur quam progrediuntur.

PROPOSITIO XI.

In una Satellitis L *revolutione circa* T, *progreſſus Apſidum magis ſuperat illarum regreſſum, cum hæ in Syzygiis cum Sole verſantur, quam ſi inde longius diſtant; regreſſus vero Apſidum ſuperat illarum progreſſum in una Satellitis revolutione, cum Apſides ſunt in Quadraturis cum Sole: Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis ſuis, minus vero & tardius in Quadraturis recedunt; & exceſſu progreſſûs ſupra regreſſum, in una Apſidum revolutione ad Solem, feruntur in conſequentia.*

QUoniam Apſidum progreſſus vel regreſſus pendet (per Corol. 2. Propoſitionis v.) à Vi centripeta Satellitis verſus Primarium ſuum decreſcente magis vel minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ auctæ in receſſu à centro, ſive tranſitu ab Apſide ima ad Apſidem ſum-

Tab.XXVII. Fig. 4. mam, ut & à contrario incremento in acceſſu ad centrum, ſive reditu ad Apſidem imam; patet progreſſum vel regreſſum maximum eſſe, ubi ratio inter Vires in Apſidibus maxime recedit ab inverſa duplicata ratione diſtantiarum. Ponatur eum eſſe ſitum Orbitæ Satellitis reſpectu Solis, ut ejus Apſides ſint in Syzygiis cum Sole: Vis ergo extranea M N, quæ Satellitem in Syzygiis verſantem urget, ablata à Vi, quâ Primarius trahit Satellitem, relinquit Vim in Satellite ad B, cujus ratio ad Vim ſimiliter relictam in Satellite ad G magis recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, quam ſi Apſides non eſſent in Syzygiis; quoniam ratio inter diſtantias T B, T G magis inæqualis eſt, ſive longius à ratione æqualitatis diſtat, quam ratio inter alias binas quaſvis in hac Orbita: progreſſus ergo Apſidum in hoc caſu maximus eſt. Satellite vero ad C pervento, Vis extranea ut A M, addita Vi quâ T trahit Satellitem, non tantum inducit receſſum à ratione duplicata diſtantiarum inverſa in tranſitu à C ad D; quoniam diſtantiæ T C, T D æquantur: Quare hujus Vis addititiæ effectus minor eſt; hoc eſt, Orbis Apſides minus in hoc caſu regrediuntur. Quoniam ergo Apſidibus in Syzygiis verſantibus, illæ velociſſime progrediuntur cum Satelles Syzygias tranſit, tardiſſimeque regrediuntur cum Satelles in Solis Quadrato eſt; patet, in integra Satellitis revolutione circa Primarium, Apſides in hoc caſu velociſſime in conſequentia ferri.

Fig. 5. Sint nunc Apſides Orbis Satellitis in Quadrato Solis: In quo caſu Vis extranea A M jam ſæpius deſcripta, quæ Satellitem in Quadratura C verſantem urget, addita Vi primariæ quâ T trahit Satellitem, conficit Vim ex utraque compoſitam, quâ Satelles ad C ſitus tendit verſus T; cujus ratio ad Vim ſimiliter compoſitam, quâ Satelles ad D perventus verſus idem T urgetur, magis recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, quam ſi Apſides non eſſent in Quadraturis; quoniam ratio inter T C, T D magis

magis inæqualis eſt quam ratio inter alias binas quaſlibet hujus Orbitæ: regreſſus ergo Apſidum in hoc caſu maximus eſt. Satellite vero ad G vel B pervento, Vis extranea M N Satellitem nunc urgens, ablata à Vi quâ T trahit Satellitem, tam magnum non inducit receſſum à ratione duplicata diſtantiarum inverſa, dum Planeta tranſit à G ad B, aut viciſſim; quoniam diſtantiæ T G, T B æquantur: unde Vis hujus ablatitiæ effectus in Apſidibus promovendis minor eſt; hoc eſt, Orbis Apſides tardius promoventur. Ideoque ex utraque hac cauſa, in hoc Orbis ſitu reſpectu Solis, dum Satelles integram revolutionem circa Primarium ſuum perficit, Orbis Apſides regrediuntur. *Tab. XXVII. Fig. 5.*

Porro, ſi is ſit motus Apſidum Satellitis circa T, iſque motus Primarii T circa Solem S, ut Apſides Orbis Satellitis in eodem fere ſint aſpectu ad Solem per tempus ſatis notabile, ſive dum ipſe Satelles aſpectus omnes ad Solem ſæpius mutat; ob diuturnitatem temporis quo velocitas progreſſûs & tarditas regreſſûs Apſidum continuantur, dum nempe Apſides prope Syzygias Solis hærent, ſatis notabiliter progredientur: Et ſimiliter ob diuturnitatem temporis quo Satellitis Apſides prope Solis Quadratum hærent, & conſequenter quo velocitas regreſſûs tarditaſque progreſſûs continuantur, ſenſibiliter ſatis recedent.

Quoniam vero Vis extranea ablatitia M N, progreſſum Apſidum cauſans, Prop. IX. oſtenſa eſt quaſi duplo major quam Vis A M, quæ illas retrocedere cogit; & præterea Apſides diutius hærent in Syzygiis quam in Quadraturis, quia illic in conſequentia latæ cum Sole progrediuntur, hic in antecedentia latæ Solis Quadratum in conſequentia latum cito tranſeunt; patet Apſides velocius & diutius progredi in ſuis Syzygiis, tardius vero & non tam diu recedere in Quadraturis ſuis; & exceſſu progreſſûs ſupra regreſſum, in integra revolutione Apſidum ad Solem (hoc eſt, dum Apſides ex T viſæ omnes cum Sole

Tab. XXVII. Fig. 5. le aſpectus ſubeunt, ☽ ferri in conſequentia.

Omnia prædicta eodem fere modo ſe habebunt, licet ſpecies Orbitæ Secundarii non maneat præciſe eadem, modo mutatio Excentricitatis non ſit magna nimis.

PROPOSITIO XII.

Si Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium ſuum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cum Satelles verſatur in Syzygiis cum Sole; minima vero, cum in Quadraturis: & in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejuſdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur.

Nam ſi corpus quod Ellipſin datam deſcribebat, (quod ſc. urgebatur à Vi centripeta ad focum alterum ceu centrum tendente, quæ eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ ab eodem,) in deſcenſu ab Apſide ſumma ad imam urgeatur à Vi centripeta, quæ augetur magis quam pro duplicata ratione diſtantiæ à centro ſive altitudinis diminutæ; manifeſtum eſt, quod corpus ſic verſus centrum impulſum magis urgeretur in hoc centrum, quam ſi urgeretur (ut prius) à Vi creſcente ſolum in duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; adeoque Orbem deſcriberet Orbe Elliptico antea deſcripto (præterquam in ipſa Apſide ſumma) interiorem, & in Apſide ima propius accederet ad centrum quam prius; hoc eſt, Orbem Orbe priore magis Excentricum, ſive in quo diſtantia corporis in Apſide ſumma majorem habet rationem ad illius diſtantiam in Apſide ima, quam in priore. Si porro Vis in aſcenſu corporis ab Apſide ima decreſceret iiſdem gradibus, quibus in deſcenſu creverat; rediret corpus ad diſtantiam priorem: Sed ſi Vis centripeta decreſcat magis quam pro dicta ratione, corpus jam minus attractum

tractum aſcendet ad diſtantiam majorem, Orbemque deſcribet cujus Excentricitas adhuc eſt major. Similiter prorſus, ſi corpus in deſcenſu ab Apſide ſumma urgeatur Vi, quæ augetur minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; patet corpus illud deſcripturum Orbem Orbe elliptico prius deſcripto (cum Vis erat reciproce ut diſtantiæ quadratum) exteriorem, præterquam in Apſide ſumma unde digreſſum eſt; hoc eſt, minus Excentricum; & Excentricitatem hanc adhuc minui, ſi in corporis aſcenſu Vis centripeta decreſcat minus, ſive tardius quam antea creverat. *Tab XXVII. Fig. 3. & 4.*

In figuris jam ſæpius uſurpatis ponatur Satelles L prope Quadraturam in C, in quo caſu Vis ut M N evaneſcit, ac præter Vim quâ Primarius T trahit Satellitem L, quæ eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ, Satelles urgetur Vi ut A M, quæ eſt ut ipſa diſtantia L T directe. Et Vis ex hiſce conflata (per Cor. Prop. VII.) in receſſu à centro decreſcit minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ auctæ, & in acceſſu ad illud creſcit minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ minutæ: Adeoque corpus, ſi per integram revolutionem ab hac Vi verſus centrum impelleretur, Orbem deſcriberet minus Excentricum quam ſi abeſſet Vis hæc extranea ut A M, ſolâque Vi quâ T trahit L quæ eſt ut diſtantiæ quadratum inverſe urgeretur; & igitur, in revolutionis parte illa ubi ab hac Vi impellitur, deſcribit partem Orbis minus Excentrici quam ſi abeſſet dicta Vis extranea ut A M.

Quod ſi Satelles in Syzygiis verſetur ut in B vel G, Vi ut A M evaneſcente, à Vi qua T trahit L aufertur Vis ut M N; hoc eſt, à Vi quadrato diſtantiæ reciproce proportionali aufertur Vis ut ipſa diſtantia; Vis igitur reliqua quâ Satelles T nunc urgetur (per Corol. Prop. VII.) in acceſſu ad centrum creſcit magis quam pro ratione diſtantiæ diminutæ, & in receſſu à centro ſimiliter magis decreſcit; & præterea (per ſupra oſtenſa) ſi Sa-

Tab. XXVII Fig. 3. & 4. telles per integram revolutionem hâc Vi reſiduâ ad centrum impelleretur, Orbem deſcriberet magis Excentricum quam eſt ille quem deſcriberet, ſi ſolâ Vi attractrice corporis T urgeretur; & proinde multo magis Excentricum quam eſt ille quem deſcriberet, ſi eâ Vi centripetâ urgeretur quâ in Quadratura ad C urgebatur: Unde in revolutionis ſuæ parte quando Vis extranea M N eſt maxima (hoc eſt, in Syzygiis) Satelles deſcribit partem Orbis magis Excentrici quam cum ille in Quadraturis verſatur; ſive Orbis à Satellite deſcripti Excentricitas major eſt dum Satelles in Syzygiis verſatur, minor dum in Quadraturis.

Porro, quoniam Vis extranea addititia ut A M maxima eſt, & Vis M N minima ſeu nulla Satellite in Quadraturis verſante, Vis conflata ex hac & Vi qua T trahit L eſt (cæteris paribus) maxima, maximeque recedit à reciproca duplicata diſtantiarum; adeoque in hoc caſu, Orbis portio deſcripta pertinebit ad Orbem minime Excentricum. Satellite à C verſus B progreſſo, Vis extranea ablatitia ut M N ſimul creſcit, effectuſque ſuos proinde magis magiſque edit; hoc eſt, Satellitem deſcribere facit Orbis partem ad Orbem magis Excentricum pertinentem: quare in progeſſu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias ejus Orbis magis magiſque Excentricus evadit, donec Satellite ad ipſam Oppoſitionem vel Conjunctionem cum Sole pervento, Orbis fiat omnium maxime Excentricus, ablatitiâ Vi ut M N exiſtente nunc tum ſolâ, tum maximâ & maxime directâ. Poſtea vero, Satellite verſus Quadraturam pergente, Excentricitas rurſus diminui incipit, ob auctam Vim A M quæ illam minuit. Orbis igitur Excentricitas in progreſſu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & in ejuſdem progreſſu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo diminuitur: Et maxima proinde eſt (cæteris paribus) in Syzygiis, minima in Quadraturis.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Iiſdem poſitis quæ in Prop. præc. in pluribus Satellitis revolutionibus inter ſe comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam eſſe, cum ejus Apſides in Syzygiis verſantur; exinde vero diminui perpetuo in tranſitu Apſidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima eſt; in tranſitu vero Apſidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rurſus perpetuo augeri.

PRobatur eodem modo quo Propoſitio penultima. Tab. XXVII. Fig. 3 & 4. Nam (per Corol. Prop. VII.) Vires Satellitis in Quadraturis creſcunt vel decreſcunt minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ minutæ vel auctæ: quare ſi Orbis Apſides ſint in Quadraturis, dicta ratio incrementi ac decrementi totius in tranſitu inter Apſides eſt omnium minima. Similiter, Vires Satellitis in Syzygiis creſcunt vel decreſcunt magis quam pro duplicata ratione diſtantiæ minutæ vel auctæ; & propterea, ſi Orbis Abſides ſimul in Syzygiis verſentur, dicta ratio totius incrementi ac decrementi Virium in tranſitu inter Apſides eſt omnium maxima; id eſt, ratio totius incrementi ac decrementi Virium minima eſt dum Apſides ſunt in Quadraturis, maxima dum in Syzygiis; & propterea, in tranſitu Apſidum à Quadraturis ad Syzygias, in ſingulis Satellitis revolutionibus circa Primarium perpetuo augetur, & in tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. Sed Prop. præc. oſtenſum eſt, quod ſi in ſingulis Satellitis revolutionibus augeatur ratio incrementi & decrementi Vis centripetæ, augebitur ſimul & Orbis Excentricitas; & è contra minuetur Excentricitas, ſi ratio illa decreſcat: Et igitur in tranſitu Apſidum à Quadraturis ad Syzygias Orbis Excentricitas perpetuo augetur, & in tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur; maxima ergo eſt Orbis Excentricitas dum Apſides in Sy-

 zygiis

zygiis ſunt, minima cum illæ in Quadraturis verſantur. Et ob diuturnitatem temporis quo Apſides prope Quadraturas aut Syzygias hærent, fit Excentricitatis incrementum aut decrementum admodum ſenſibile, & inæqualitas inter Excentricitatem in uno caſu eandemque in altero longe maxima. Q. E. D.

SECTIO III.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Planum Orbis ab illo circa Primarium deſcripti inclinatum eſt ad planum Orbis à Primario circa Solem deſcripti.

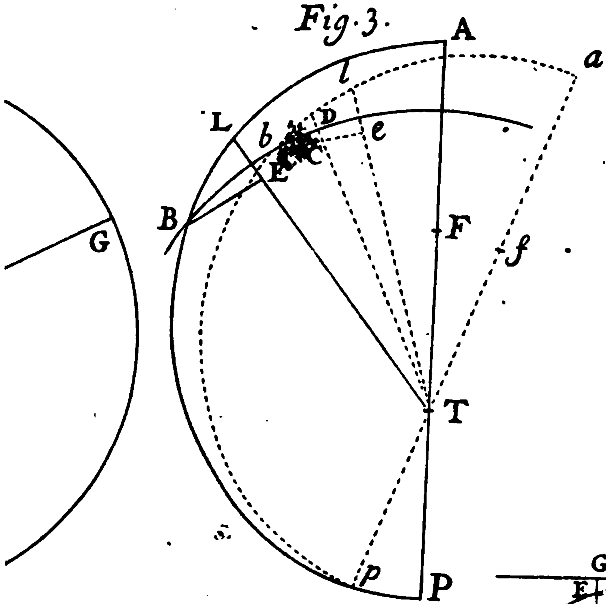
De Satellitum Erroribus in Latitudinem ſupra Libro I. egimus, generatim quidem Prop. LXI. & ſpecialius poſtea Prop. LXIV. dum Præceſſionis punctorum Æquinoctialium ex eodem fonte manantis rationem cauſamque indicaremus. Liceat tamen iſtorum quædam huc, quippe in locum proprium, transferre, aliaque magis particularia de Erroribus hiſce explicare.

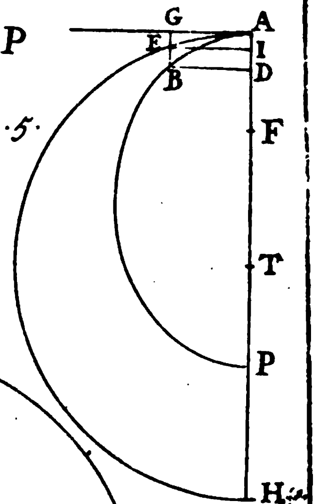
PROPOSITIO XIV.

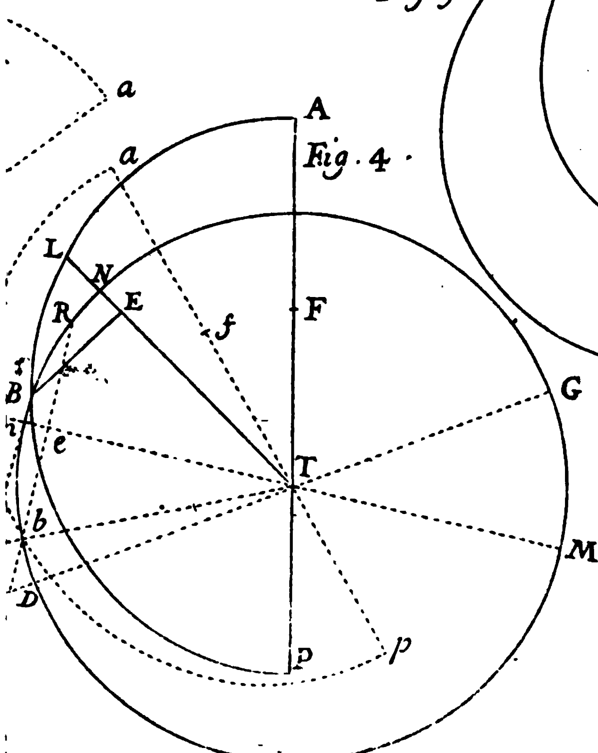
Si Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cum Nodi ſunt in Quadrato Solis, poſtea tardius, donec Nodis in Syzygiis conſtitutis quieſcat prorſus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriuſque participes recedunt tardius; adeoque ſemper vel Retrogradi vel Stationarii ſingulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellitis revolutione celerius regrediuntur, cæteris paribus, cum Satelles eſt in Syzygiis.

Deſignet,

Tab XXVI . pag .

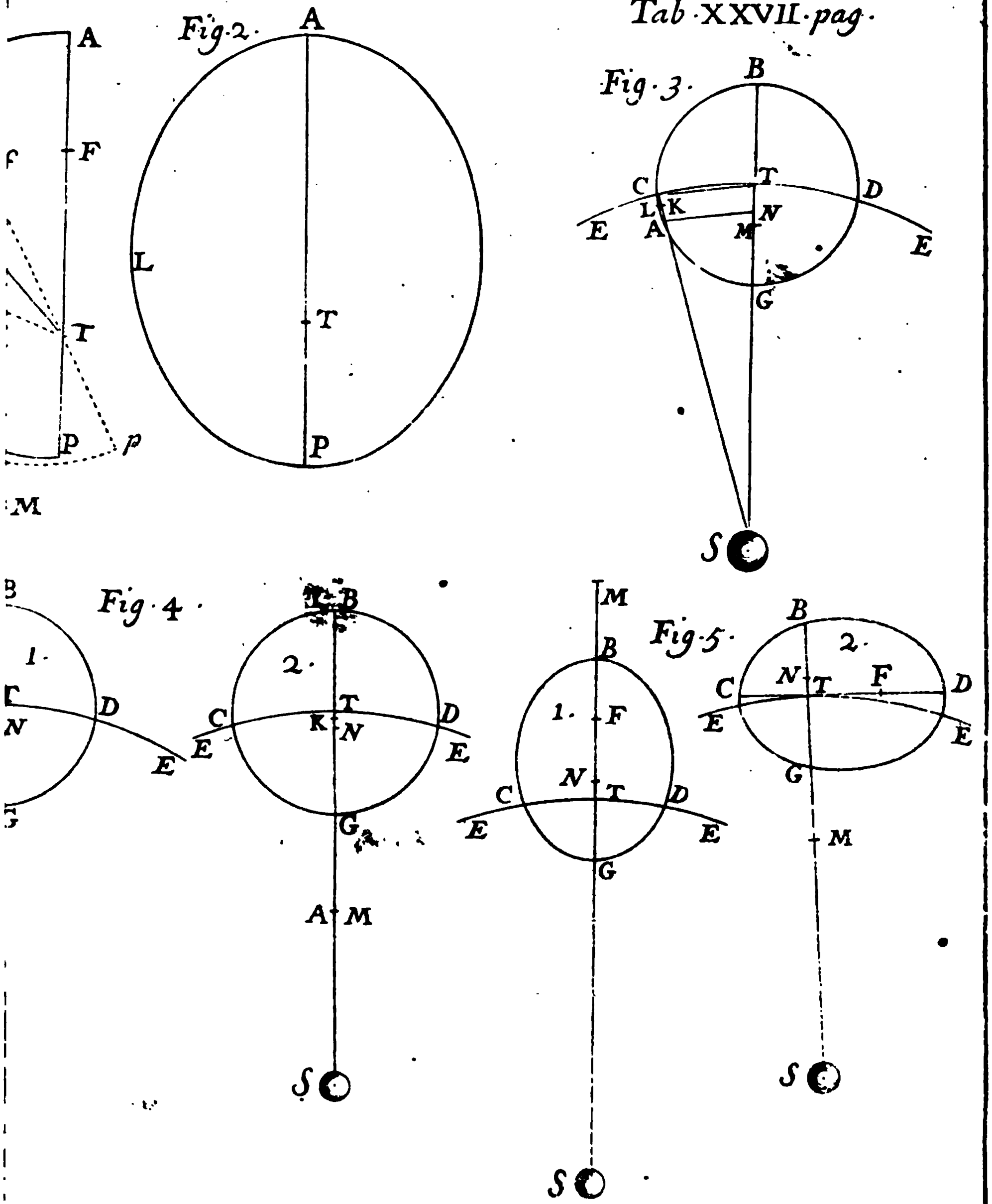






UNIV. OF MICH.

Tab · XXVII · pag ·



DEſignet, ut ſæpe ſuperius, S Solem; E T E Orbitam Primarii T; C B D G Orbitam Secundarii L circa Primarium: Ducantur rectæ S L, S T, & ſi opus eſt producantur inque iis ſignentur K, A, M & N puncta, & jungatur A M. Ex Prop. LX. Lib. I. patet Errores omnes Satellitis L oriri ab ejus Viribus quæ ſunt ut A M, M N, & cum harum rectarum directionibus. Vis autem in L ſecundum directionem rectæ A M (hoc eſt, ſecundum L T rectam) agens motum ipſius L in Latitudinem neutiquam perturbat, cum L T in plano Orbis C B D G jaceat. Porro, ſi directio Vis alterius ut M N etiam in plano Orbis C B D G jaceat, hoc eſt, ſi recta per L ducta & ad M N parallela in plano C B D G jaceat, neque hæc Satellitis motum in Latitudinem perturbabit. Ipſa vero M N, ſeu S T, cum ſit in plano Orbis S E T, erit etiam in plano C B D G, ſi fuerit communis interſectio duorum iſtorum planorum, Orbium nimirum Primarii & Secundarii; hoc eſt, ſi Nodi fuerint in Syzygiis. Igitur Nodis in Syzygiis verſantibus, nullus orietur Error motûs in Latitudinem neque à Vi ut A M, neque à Vi ut M N, quæ ſolæ ſunt Vires Satellitis motum perturbantes; ergo nullus prorſus Error in Latitudinem. Unde Nodorum Linea ſimulque ipſi Nodi in hoc caſu quieſcunt, cum motus illorum ſit Error à perturbante Vi aliqua oriundus. Tab. XXVIII. Fig. 1.

Ubi vero Orbis C B D G Nodi ſunt in Quadraturis C & D, Vis ut M N Satellitis motum in Latitudinem maxime perturbat; quoniam in hoc caſu recta M N (eique per L parallela L F, ſecundum quam exeritur Vis Satellitis L quæ eſt ut M N) omnium maxime ad planum Orbis C B D G inclinatur, tantum nempe quantum Orbium S T E, C B D G plana ad ſe invicem inclinantur. In hoc caſu ſupponatur plani C B D G pars altera C G D ſupra planum hujus ſchematis (quod cum plano Orbis Primarii S T E congruit) elevata, altera C B D infra il- Fig. 2.

Tab. XXVIII. Fig. 2. lud depreſſa: Orbitæ huic C B D G æqualis, ſimilis & reſpectu centri T ſimiliter poſita concipiatur Orbita C *b* D *g*: In hoc igitur caſu, quamprimum Satelles L Nodum C tranſit, ut ad Conjunctionem cum Sole in G perveniat, Vis ut M N cum directione rectæ M N ſive huic parallelæ L F, hoc eſt, ab L ad F agens, trahit illum ex Orbita C G D, quam alias percurreret, & recedendo perpetuó verſus S à plano C G D uſque ad Nodum proximum, non jam tranſit planum S T E ſive C *g* D in puncto D, (ubi illud tranſiret ſi Vis hæc abeſſet,) ſed paulo citra illud reſpectu Solis S; hoc eſt, Orbitæ à Satellite (dum à Vi M N urgetur) deſcriptæ Nodus paulo citerior eſt quam D punctum, ubi in præcedente Satellitis revolutione inveniebatur.

Similiter, in tranſitu Satellitis à Nodo D ad Oppoſitionem cum Sole in B, Vis ut M N agens ſecundum directionem M N ab M verſus N, ſive ab L verſus F, facit ut Satelles L perpetuo recedat ab Orbita D B C, Orbitamque deſcribat ad planum S E T ſive D *b* C minus inclinatam. Cumque hæc Vis in Satellitem L Vires ſuas exerat uſque dum evaneſcat hæc, nempe cum Satelles ad Quadraturam in C pervenit, facit etiam ut Orbita à Satellite revera deſcripta citius interſecet planum *b* C *g* D quam Orbita D B C G, ſive paulo propius ad *b* quam eſt punctum C, ibique Orbitæ Satellitis Nodum cum plano Orbis ſui Primarii conſtituat. Atque ſimile rurſus fiet dum Satelles ſecundo peragrat ſemicirculum C G D; Nodus nempe, ſive punctum in quo Satelles trajicit *b* C *g* D, eſt in antecedentia reſpectu puncti in quo illud poſtremâ vice trajecerat, atque ita porro; hoc eſt, Vis hæc M N Satellitem L cogit in Orbitam, cujus Nodi ſingulis ipſius L revolutionibus circa T in antecedentia vergunt: celerrime autem regrediuntur Nodi cum in Quadraturis C & D verſantur, quoniam (ut ſupra oſtenſum eſt) recta M N vel L F, ſecundum quam agit Vis ut

M N

M N Nodorum regreſſum efficiens, ad Orbitam C G D B in hoc caſu maxime recta ſeu perpendicularis eſt. Tab. XXVIII. Fig. 2.

Porro, quæ de Nodorum ſitu inter Quadraturas & Syzygias intermedio aſſeruntur, per ſe patent, cum recta M N ad planum C B D G ſit in iſto caſu magis obliqua, minuſque propterea potenter Satellitem inde deturbet. Cumque Nodorum regreſſus pendeat à Vi M N, ille (cæteris paribus) maximus eſt cum hæc eſt maxima; hoc eſt, quando Satelles eſt in Syzygiis. Q. E. D.

Mutatâ Inclinatione Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii circa Solem, non mutatur motus Nodorum ſenſibiliter, niſi mutatio Inclinationis fuerit nimis magna; nam Vis Nodis motum inducens in iſto caſu non multum mutatur.

PROPOSITIO XV.

Iiſdem poſitis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam eſſe cum Nodi ſunt in Syzygiis cum Sole; minimam vero (cæteris paribus) cum in Quadraturis: Et inſuper in hoc caſu minui dictam Inclinationem in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rurſus augeri in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis exiſtente, Inclinatio planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico inſuper in tranſitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein creſcere iiſdem gradibus quibus antea decreverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redire.

Licet

Tab. XXVIII. *Fig.* 1. LIcet Propoſitionis hujus partes omnes ſatis facile conſequantur ex Prop. LXI. Lib. I. illas tamen hoc loco fuſius explicare & demonſtrare libet, proprium cuique adſcribendo Schema.

Sint primo Nodi Satellitis L in Syzygiis cum Sole S, hoc eſt, Linea Nodorum producta tranſeat per Solem; in quo caſu recta M N (quæ ad Prop. LXI. Lib. I. demonſtrata eſt poſitione ſuâ oſtendere directionem, & magnitudine ſuâ quantitatem Vis iſtius, quæ ſola Satellitis motum in Latitudinem afficit) eſt in plano Orbitæ Satellitis L: Et igitur, utut illa Satellitis motum in dicto plano perturbet, Satellitem ad motum quemcunque extra dictum planum B C G D neutiquam impellit; hoc eſt, motum Satellitis ſecundum Latitudinem omnino non afficit, ſed Satellitem perturbationis omnis, quoad ejus motum in latum, immunem prorſus & expertem relinquit, ut Orbem ſuum circa proprium Primarium deſcribat. Cumque Vis illa perturbans M N Inclinationem Orbis Satellitis ad Primarii Orbem ſuâ naturâ minuat ſemper, neque augeat unquam niſi per accidens, propter motum Nodorum in antecedentia ab illa factum; patet dictorum Orbium Inclinationem eſſe omnium maximam quando Nodi ſunt in Syzygiis.

Fig. 3. & 4. Poſitis jam Nodis in Quadrato Solis, Satelles, quamprimum Nodum C vel D tranſierit, impulſus Vi ut M N, & ſecundum directionem L F ab L verſus F, de plano Orbis C G D B (quem abſque hac deſcriberet) perpetuo trahitur, & Orbitam deſcribit, cujus planum ad planum Orbis Primarii C *g* D *b* minus inclinatum eſt. Quod ut clarius pateat, referat (in aliis figuris annexis, oculo in Lineâ Nodorum productâ accommodatis) S T planum Orbis Primarii circa Solem, T L planum Secundarii ad planum S T inclinatum angulo L T S vel hujus complemento ad duos rectos. Satelles in L, Vi ut M N ab L verſus F, hoc eſt, de loco L in locum *l* tractus, deſcribit

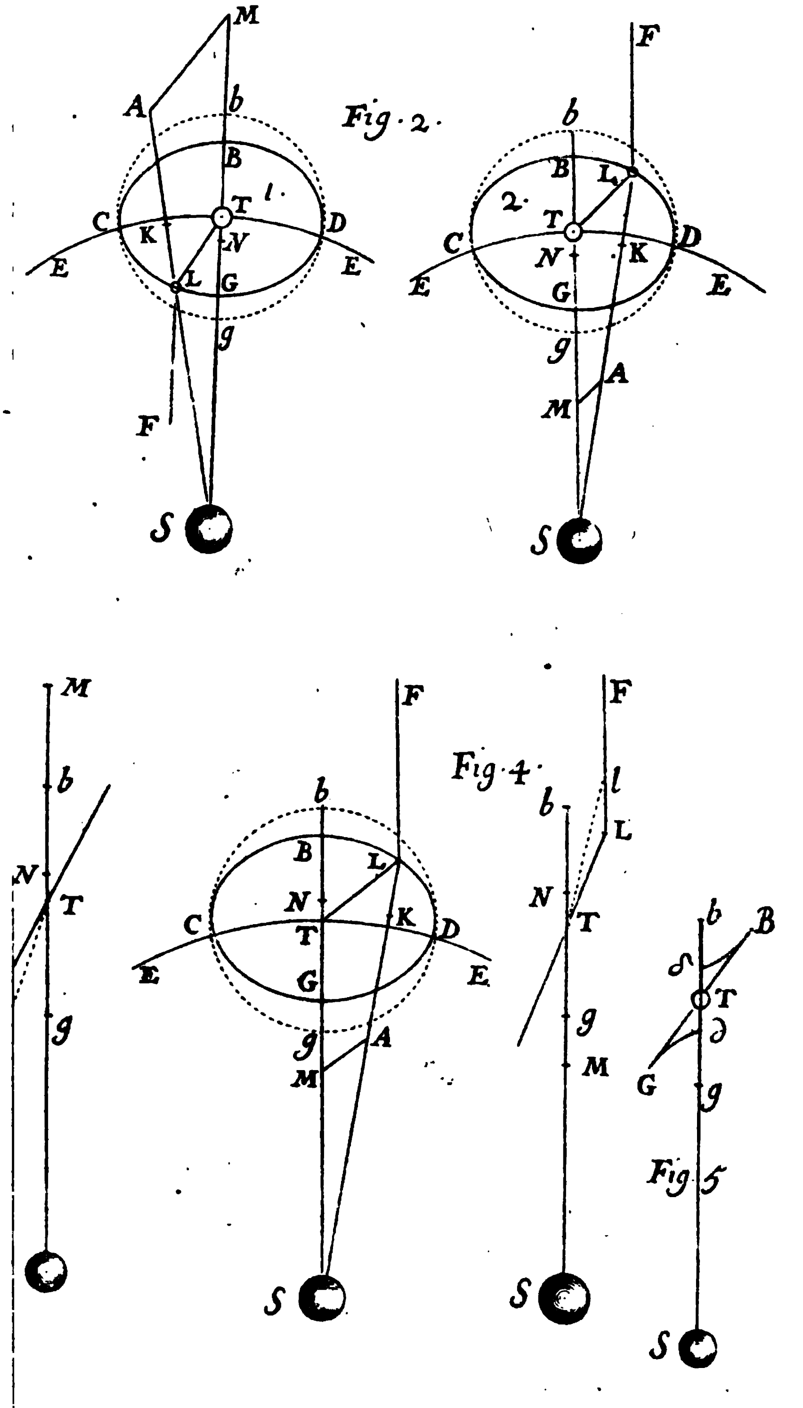
cribit Orbitam, cujus planum T *l* minore angulo *l* T S ad S T planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum eſt. Atque mutatio hæc Inclinationis Orbis Satellitis ad Orbem Primarii eſt (cæteris paribus) eo major quo major eſt Vis M N illam producens: Vis vero M N eſt major quo Satelles eſt Syzygiis G & B propior. Nodis igitur in Solis Quadrato hærentibus, Inclinatio Orbis Satellitis eſt minima quando Satelles eſt in Syzygiis. Rurſus, quoniam recta M N eique parallela L F (directio nempe Vis perturbantis & Inclinationem minuentis) magis recta eſt in planum Orbitæ Satellitis cum Nodi ſunt in Quadraturis, quam in alio quovis Nodorum ſitu; mutatio Inclinationis in hoc caſu erit maxima, adeoque Inclinatio planorum minima: Nam quo propius angulus F L T accedit ad rectum, eo majorem angulum rectula L *l* datæ longitudinis ſubtendit. Omnium igitur minima erit Inclinatio plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii, ubi Nodi ſunt in Quadraturis & ſimul Satelles in Syzygiis. *Tab. XXVIII. Fig. 3. & 4.*

Porro, deſignet (oculo nempe in Linea Nodorum producta conſtituto, ut prius) S T *b* planum Orbis Primarii T circa Solem revolventis; G T B planum Orbis Satellitis, dum hoc angulo minimo (nempe G T *g* vel B T *b*) ad illud inclinatur, quod contingit (ut ſuperius eſt oſtenſum) ubi Satelles ex T videtur in Syzygiis Solis. Cumque in præc. ſit oſtenſum Nodos Orbitæ Satellitis vergere in antecedentia, Orbita quam Satelles diſcedens à G (ubi ex T viſus conjungebatur cum Sole) porro deſcribit, occurret ipſi S T *b* citra T reſpectu ipſius Solis, eritque linea G *d*; & Orbita quam deſcribit idem diſcedens à B ubi Soli opponebatur, nempe B *δ* linea, occurret plano S T *b* in *δ*, ſc. ultra T reſpectu Solis. Patet jam G *d* vel B *δ* lineam angulum majorem cum S T *b* continere ad *d* & *δ*, quam eſt ille quem G T vel B T cum eodem S T *b* plano continet; æqualem cir- *Fig. 5.*

Tab. XXVIII. Fig. 5. citer illi quem continebat Satellitis Orbita cum S T L plano, cum Satelles proxime in Nodo verſaretur. Igitur, ubi Nodi ſunt in Quadraturis, Inclinatio plani Orbis Satellitis minuitur in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, & viciſſim augetur in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas; reditque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad Nodum proximum accedit.

Cum igitur oſtenſum ſit quod Vis ut M N Satellitis motum in Latitudinem perturbans, & ſpeciatim Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii minuens, maxima eſt cum Satelles eſt in Syzygiis, & minima (quia nulla) cum ille eſt in Quadraturis, at maxime potenter ad hunc effectum producendum agit (cæteris paribus) cum Satelles eſt in Limite; patet quo Limites ſunt propiores Quadraturis cum Satelles eſt in Syzygiis, eo Vim hanc ut M N dictorum planorum Inclinationem minus minuere, quia ejus magnitudo nulla eſt cum Satelles eſt in ſitu ad hunc effectum producendum maxime commodo, & maxima cum propter Satellitis ſitum hic effectus ceſſat. Et ex altera parte cum ſit modo oſtenſum quod Vis ut M N, Nodos in antecedentia circumducendo, Inclinationem dictam rurſus auget, & hanc maxime potenter auget cum Satelles eſt prope alterutrum Nodum, & interim ipſa Vis ſit maxima cum Satelles eſt in Syzygiis; patet quo Nodi ſunt Syzygiis cum Sole propiores, eo Vim ut M N planorum Inclinationem magis augere. Et igitur cum Limites ſint ſimul Quadraturis propinqui aut ab illis remoti, atque Nodi Syzygiis; patet quo Nodi propiores ſunt Syzygiis, eo Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii eſſe majorem, & quo propiores Quadraturis, eo minorem. Cumque (per Prop. præc.) Nodi in antecedentia ferantur, in Nodorum tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas diminuitur hæc planorum Inclinatio, & fit omnium minima (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein

crefcit



UNIV. OF MICH.

creſcit iiſdem gradibus quibus antea creverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redit. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Omnes ſupra deſcriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quam quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbitæ Concentricæ quam quæ Excentricæ competunt, paulo majores ſunt in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in Oppoſitione.

QUoniam (per *Prop.* XXV. *El.* V.) in quatuor magnitudinibus geometrice proportionalibus ſumma maximæ & minimæ excedit ſummam reliquarum duarum; auferendo utrinque ſummam duarum minorum, intervallum maximæ & minimæ proximæ excedet intervallum maximæ proximæ & minimæ. Cumque (per conſtruct. Prop. XIV.) Satellite in Conjunctione cum Sole ad G verſante, S M ſit ad S N, hoc eſt (ob parvitatem ipſius N T reſpectu S N) ad S T in duplicata ratione S T ad S G; recta M T excedit duplam T G: Nam maximæ proxima excedit S B. Cumque rurſus, Satellite in Oppoſitione ut ad B exiſtente, S *m* ſit ad S T in duplicata ratione S T ad S B; recta T *m* (propter eandem rationem) deficit à dupla T B: ideoque T M à fortiori excedit T *m*, hoc eſt, N M excedit N *m*. At N M, N *m* repræſentant Vires Satellitem in Conjunctione & Oppoſitione reſpective perturbantes: Major itaque eſt Vis perturbans in Conjunctione quam in Oppoſitione; & proinde majores ſunt illius quam hujus effectus. Cumque præter Vires per N M, N *m* repræſentatas (quæ ſolæ ſunt quæ Satellitis in ipſa Conjunctione & Oppoſitione poſiti motus perturbant) altera Vis ut A M (quæ prope Syzygias Satellitem perturbat) major ſit in Conjunctione quam Oppoſitione, nempe illic major quam radius L T, hic minor; patet om- *Tab.* XXIX. *Fig.* I.

F 2 nes

nes Inæqualitates Prop. præced. explicatas (cæteris paribus) paulo majores eſſe prope Conjunctionem Satellitis cum Sole quam prope Oppoſitionem cum eodem. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Prop. præc. præciſe ſemper obtineret, ſi Orbita Satellitis Primario Concentrica eſſet; ſin aliter, ſaltem locum haberet in integra revolutione Apſidum ad Solem. Verum Satellitum motus exactius obſervati hujuſmodi quid ſuadent, quod Satellitis Orbitæ circularis centrum ſemper paulo remotius eſt à Sole quam ipſius Planetæ primarii centrum, eo nempe fine ut Satelles Primarium perpetuo comitetur. Nam ſi Orbitæ Satellitis centrum cum Primarii centro congrueret, Satelles relicto Primario ad Solem caderet. Satelles enim Orbitam ſuam deſcribens facit ut Orbita hæc cenſenda ſit quaſi Annulus gravis, & Annuli hujus partis cujuſque gravitas ea eſt cenſenda quæ eſt Satellitis in ea verſantis, hujuſque gravis is locus qui eſt centri gravitatis ejuſdem. Cumque per Prop. XVI. Satellitis gravitas acceleratrix verſus Solem, ſupra gravitatem acceleratricem Primarii verſus eundem, magis augeatur in inferiori Orbitæ ſuæ parte prope Conjunctionem quam minuatur in ſuperiori prope Oppoſitionem, & tamdiu in illa moretur Satelles quam in hac; prædicti gravis Annuli ſive Orbitæ centrum gravitatis, ipſeque proinde Annulus, majore urgetur gravitate accelaratrice ad Solem quam Primarius; relicto igitur Primario, ad Solem propius accedet: quod etiam à fortiori obtinebit, ſi Orbitæ circularis centrum ſit Soli propinquius quam Primarii centrum. Orbitæ vero centrum ita à Deo O. M. collocatur pro cujuſque Primarii diſtantia à Sole, ut prædicti Annuli (ceu gravis conſiderati) gravitatis centrum tantum à Sole diſtet quantum ipſius Primarii centrum, ne alterum ab altero deſeratur: Quæ attemperatio in Orbibus Excentricis locum etiam habet, Satellitis morâ

in

in quavis Orbitæ particula ad illius partis gravitatem æſtimandam adhibitâ.

SECTIO IV.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe Excentrico circa Solem.

PROPOSITIO XVII.

Si ob diminutam & auctam per vices Diſtantiam inter Solem S *& Primarium* T *actio ipſius* S *augeatur ac diminuatur per vices; augebitur ſimul ac diminuetur Orbita Satellitis radius* L T, *& Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radii & ratione ſubduplicata, qua Primarii* T *Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur.* Tab. XXIX. Fig. 2.

Vis quâ Primarius T trahit Satellitem L (quâ nempe L in Orbe ſuo B C G D retinetur) augetur (ut ſæpe ſuperius oſtenſum eſt) cum L eſt in Quadraturis C vel D per additionem Vis extraneæ à Sole S oriundæ, quæ eſt ut A M; ac dum idem L in Syzygiis verſatur, Vis illa attrahens corporis T diminuitur per ablationem Vis ut M N. Et quia M N recta in Syzygiis (per Prop. IX.) oſtenſa eſt quaſi duplo major quam A M in Quadraturis, per Vires haſce extraneas à Sole oriundas Primarii Vis attrahens magis diminuitur quam augetur; adeoque ſimpliciter pro diminuta eſt cenſenda. Et quoniam Vis attrahens corporis T illa eſt quâ L in Orbe ſuo retinetur, ſi hæc paulatim langueſceret, Satelles L minus ſemper & minus attractus perpetuo recederet longius à

 T; &

Tab. XXIX. T: 1 & è contra, ſi Vis illa in Primario augeretur, accede-
Fig. 2. ret propius. Auctâ igitur actione corporis Solaris S per acceſſum Primarii T ad illud, augebitur Vis ablatitia, & conſequenter paulatim minuetur Primarii T Vis attrahens, & propterea augebitur Satellitis diſtantia T L; & è contra, diminutâ actione ipſius S per receſſum Primarii T ab eodem, minuetur ſimul M N, rurſuſque augebitur ipſius T Vis attrahens, accedetque rurſus Satelles ad Primarium. Atque hæc per vices contingent: Satellitis nempe Orbita dilatabitur Primario Perihelium occupante, & contrahetur rurſus eodem ad Aphelium redeunte. Porro, Vis in Primario attrahens L in diverſis diſtantiis poſitum, ſive Vis centripeta Satellitis L verſus T, eſt (per Prop. XXVI. Lib. I.) in ratione compoſita ex ratione ſimplici radiorum directe & ratione duplicata Temporis periodici ipſius L circa T inverſe: adeoque ſi radius maneat idem, inverſa ratio duplicata Temporis periodici eadem eſt cum ratione Vis centripetæ Satellitis L; hoc eſt, quadratum Temporis periodici augetur in eadem ratione qua Vis illa centripeta diminuitur, ſive ipſum Tempus periodicum augetur in ſubduplicata ratione qua dicta Vis centripeta diminuitur; & è contra, Tempus periodicum diminuitur in ſubduplicata ratione qua Vis centripeta augetur. Cumque præterea ea ſit lex attractionis in Primario T, ſive Vis centripetæ in Satellite L, ut ſit reciproce ut quadratum radii T L, & Vis extranea ablatitia ſit hujus reſpectu parva admodum; Vis reliqua, quâ L etiamnum verſus T tendit, eſt fere in duplicata ratione radiorum inverſe; adeoque (per Prop. XXVII. Lib. I.) manente eâdem abſolutâ Vi attractrice in T, ſed mutato utcunque radio, Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi radiorum, & ipſa proinde Tempora periodica in ſeſquiplicata ratione radiorum. Igitur ſi neque maneat eadem Vis attractrix in Primario T, ſed per actionem Solis S augeatur hæc & diminuatur per vices

neque

neque idem radius TL, (quem etiam mutari jam ſupra oſtenſum eſt;) Tempus periodicum augebitur etiam ac diminuetur in ratione compoſita ex binis prioribus rationibus: id eſt, ſi actio Solis S, quâ Vis attractrix Primarii T minuitur, augeatur ac minuatur per vices; & Tempus periodicum augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum & ratione ſubduplicata qua Vis attractrix corporis T diminuitur vel augetur. Q. E. D. *Tab.* XXIX. *Fig.* 2.

SCHOLIUM.

Si Vis attrahens Satellitem T aliunde quam per Vim extraneam à Sole oriundam augeatur, *v. g.* ſi novæ materiæ acceſſu ipſe Primarius major evadat, & inde (per Prop. XLIX. Lib. I.) ejus attractio in eadem ratione major; Satelles L & in minori Orbita revolvetur diminuto radio TL, & ejus periodicum Tempus minuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum directe, & ratione ſubduplicata Virium attractricium corporis T inverſe; ut ſupra: Similiterque, ſi Primarius per ablationem materiæ diminuatur, augebitur Satellitis Tempus periodicum. Vis enim compoſita vel reſidua, quâ Primarius auctus vel diminutus trahit Satellitem, eſt præciſe in duplicata ratione diſtantiæ inverſe, quod in caſu Prop. præc. tantum fere obtinet. Idemque reſpectu Primarii continget, quod de Secundario hic oſtenſum eſt, ſi Sol caſu aliquo augeatur vel diminuatur.

PROPOSITIO XVIII.

Iiſdem poſitis, in Satellitis Syſtemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, ſive Satellitis Errores lineares in qualibet revolutione, ſunt ut Orbitarum radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores vero ejuſdem angulares, è Primarii centro ſpectati, ſunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum.

Tab. XXIX. *Fig.* 3. NAm Vires perturbantes, ſive Errorum productrices, AM, MN (cæteris ſtantibus) ſunt ut radius TL; & harum proinde effectus (ſive Errores) periodici (per Corol. Prop. XXIII. Lib. I.) ſunt ut Vires & quadrata Temporum periodicorum conjunctim; hoc eſt, ut radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim. Errores autem hi ſunt Errores lineares, menſurati nempe per diſtantias corporum à figurarum ſimilium locis illis, ad quæ corpora Temporibus iiſdem proportionalibus abſque Viribus iſtis pervenirent. Et propterea Errores angulares è centro Primarii T ſpectati; hoc eſt, anguli ſub quibus prædicti Errores lineares ex dicto centro apparent, ſunt in quibuſlibet revolutionibus Satellitis L ut quadrata Temporum revolutionum quamproxime; alterâ componentium rationum (nempe ratione radiorum) evaneſcente, quia Errores lineares ad diſtantiam radiorum ſpectantur.

SCHOLIUM.

Licet omnes in Satellitis motu Errores angulares, è Primarii centro ſpectati, mutatâ Satellitis periodo mutentur, nempe motus Apſidum, regreſſus Nodorum aliæque tam in longitudine quam in latitudine ſupra explicatæ deviationes à Viribus extraneis Solis oriundæ; cum tamen in una Satellitis periodo horum Errorum quidam inſen-

inſenſibiles fere ſint, & non niſi poſt plures revolutiones notabiles, aliique ab aliis Erroribus compenſentur, adeoque Aſtronomis minus noti; unus ſaltem eſt Error, Prop. I. deſcriptus, quo Satellitis motus in Orbitæ Quadrantibus ante Syzygias acceleratur, in Quadrantibus vero poſt illas retardatur, qui ſingulis revolutionibus aut potius ſemi-revolutionibus perficitur: in Quadrato enim Solis ceſſat Error hic, ceſſante cauſâ. Error igitur hic, prout ex dicta Prop. I. deducitur, aut potius ſicut per Corol. Prop. II. corrigitur, per Prop. hanc XVIII. (aucto aut minuto periodico ejus Tempore) in integra ſua periodo augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter Quadraturas. Sed tempus inter Quadraturas non à ſola periodo pendet, ſed majus eſt aut minus pro Satellitis loco in propria Orbita Apſidi ſummæ aut imæ viciniori. Tab. XXIX.

PROPOSITIO XIX.

Si Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes ſc. ſupra deſcripti Errores tam in longitudinem quam in latitudinem & altitudinem, ſunt reciproce ut Cubi diſtantiarum Primarii à Sole; hoc eſt, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario ſpectati.

QUoniam Sol ponitur longinquus, diſtantia inter puncta T & N præ S T evaneſcit, ſive S N, S T æquales ſunt. Fig. 2. Cumque Orbitæ C B D G Excentricitas (ſi quam habet) ad T S comparata etiam evaneſcat, erit S K itidem æqualis S T. Porro, minutâ vel auctâ T S, Orbita C B D G una cum lineis hinc pendentibus T L, M N, A M &c. augentur vel diminuuntur per Prop. præc. Et quidem ob longinquitatem Solis S omnes hæ in eadem proportione augentur vel diminuuntur; hoc eſt, recta A M

 (quæ

Tab. XXIX. Fig. 2. (quæ in media ſua quantitate æquatur ipſi T L, quippe Satellite verſus Conjunctionem cum Sole verſante eſt illâ major, verſus Oppoſitionem minor) eſt ad L T ſicut S K ad S T; adeoque Vis ut A M ad Vim ut S K in eadem ratione atque L T ad S T. Similiter, Vis ut M N eſt ad Vim ut S K fere ſicut L T ad S T; hoc eſt, Vires ut M N, A M ſunt quamproxime ſicut Vis ut S K & ratio L T ad S T conjunctim; hoc eſt, ſicut Vis ut S K $\times \frac{LT}{ST}$. Cumque Vis acceleratrix ad conſtans corpus Solare ſit (per Prop. XLII. Lib. I.) inverſe ut quadratum diſtantiæ ab illo, hoc eſt, in diſtantia S K ut $\frac{1}{SKq}$; loco Vis ut S K poſito $\frac{1}{SKq}$, erunt Vires ut A M, M N ſicut $\frac{1}{SKq} \times \frac{LT}{ST}$; hoc eſt, ſicut $\frac{LT}{SKq \times ST}$. Sed ſupra oſtenſum eſt S K eſſe in hoc caſu æqualem S T: Unde Vires ut A M, M N ſunt ſicut $\frac{LT}{ST\ cub.}$. Quod ſi L T etiam pro conſtanti & immutata habeatur, erunt Vires perturbantes ut A M, M N; adeoque & harum Virium effectus, Errores nempe omnes (de quibus actum eſt in præcedentibus) ſicut $\frac{1}{ST\ cub.}$, hoc eſt, reciproce ut cubus diſtantiæ Primarii à Sole. Et vulgo notum eſt diametros apparentes Sphæræ datæ magnitudinis eſſe ut diſtantias inverſe: Et igitur dictæ Vires perturbantes, Satellitiſque Errores inde orti, ſunt ut cubi diametrorum apparentium Solis è Primario ſpectati. Q. E. D.

PROPOSITIO XX.

Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe ſuo circa Primarium retinetur.

In

IN præcedentibus oſtenſum eſt quam rationem habeant Solis Vires Satellitis motum perturbantes ad Vim quâ Sol trahit Primarium, ſive quâ Primarius in Orbe ſuo circa Solem retinetur: eſt nempe ea, quam rectæ A M, M N reſpective habent ad S N, ſive A M, M T (coeuntibus punctis N & T) ad S T. Reſtat ut determinetur ratio inter dictas Vires perturbantes & Vim quâ Satelles L retinetur in Orbe ſuo C B D G circa Primarium T. Recta A M in media ſua quantitate æqualis eſt T L; quare Vis mediocris ut A M eſt ad Vim ut S N vel S T, quâ T in Orbe ſuo retinetur, ut T L ad T S: Et (per Prop. XXVI. Lib. I.) Vis, quâ T retinetur in Orbe ſuo E T E, eſt ad Vim, quâ L retinetur in ſuo C B D G, in ratione compoſita ex ratione S T ad T L & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem. Et igitur, ex æquo, prædicta Vis mediocris ut A M eſt ad Vim, quâ L in Orbe ſuo retinetur, in ratione compoſita ex rationibus T L ad T S, S T ad T L & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem; hoc eſt, (duabus prioribus rationibus ſe mutuo perimentibus,) Vis mediocris ut A M ad Vim, quâ L in Orbe ſuo circa T retinetur, eſt in prædicta ratione duplicata Temporum periodicorum. Quod ſi inveſtigetur ratio inter M N & A M, invenietur ratio utriuſque Vis perturbantis A M & M N ad Vim quâ L in Orbe ſuo retinetur. Immo licebit Vim A M non in mediocri ſua quantitate, ſed exactiſſime pro vario Satellitis L ſitu invenire, & inde rationem inter Vires perturbantes & Vim, quâ L in Orbe ſuo retinetur, exactiſſime determinare.

Tab. XXIX. Fig. 1.

COROLLARIUM.

Si Sol ponatur longinquus, ut fit Planetis circum-ſolaribus, iis ſaltem qui Satellitio gaudent; A M erit ſem-

per æqualis T L exiſtentibus tum rectis M T, A L parallelis; & M N ſive M T æqualis A L. Quoniam vero S A eſt ad S K in duplicata ratione S K ad S L, & S L infinita reſpectu K L; erit A K (differentia ipſarum A S & S K) dupla K L (differentiæ ipſarum S K & S L) & A L ejuſdem tripla: Sed K L eſt ſinus rectus arcûs C L, diſtantiæ nempe Satellitis à proxima Quadratura C, poſito T L radio. In hoc igitur caſu datur perpetuo ratio Vis A M ad Vim M N, eadem nempe quæ radii ad triplum ſinum rectum Diſtantiæ Satellitis à Quadratura.

SCHOLIUM.

Eodem plane modo quo Sol extra Satellitis Orbitam conſtitutus ejus motum perturbat, idque multifariam, ut ex præcedentibus hujus Libri Propoſitionibus liquet; Planetæ ſuperiores inferiorum, Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Supra deſcripta enim Satellitum perturbatio à Sole oriunda provenit ex gravitate Satellitis cujuſque verſus Solem, qua (inter alia) fit ut Satellitis gravitas verſus ſuum Primarium non ſit amplius in reciproca duplicata ratione diſtantiæ ab eodem. Et actiones Planetarum in alios Planetas ſimiles producent effectus, utut longe minores, propter illorum corpora parva, ſi cum Sole conferantur, & diſtantias immenſas. Aliqui tamen erunt hi effectus, qui, ſi perſtent, & in eandem ſemper plagam dirigantur, ſenſibiles tandem evadent: exempli gratiâ, Orbitæ Telluris Apſides poſt plures annos ſenſibiliter in conſequentia latæ deprehendentur, licet admodum parvus ſit hic motus, ſi conferatur cum motu Apſidum Lunæ in conſequentia; quippe qui in viginti annis quatuor ſcrupula prima & ſcrupuli ſemiſſem non attingit, cum motus Apſidum Lunæ interim factus duas revolutiones integras & revolutionis quadrantem excedat.

Porro, perturbatio motûs Planetarum ab aliis Planetis & Cometis oriunda valde inæqualis erit, ob diſtantias corpo-

corporum perturbantium admodum inæquales. Cum tamen effectus omnis ejus perturbationis parvi ſint, eorum inæqualitates quaſi inſenſibiles evadent ; & media cujuſque quantitas ad calculum Aſtronomicum ſufficiet.

SECTIO V.

De Motu Lunæ è Terra spectatæ.

IN præcedentibus Propoſitionibus fuſe oſtenſum eſt ; quinam ſint Errores quos in Planetarum ſecundariorum motu Sol producit : In quorum omnium exemplum Lunam Telluris Satellitem afferemus , & ſummatim oſtendemus quibuſnam Inæqualitatibus afficiatur hæc, quomodo obſerventur & earum aliæ ab aliis diſtinguantur, item quomodo ex ipſis fontibus, nempe Solis Viribus illarum generatricibus, per calculum inveniantur : Et denique pro Motibus Lunaribus Tabulas condendi iiſdemque utendi methodum indicabimus, ubi obiter apparebit quas Lunæ Inæqualitates conſideraverint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint.

PROPOSITIO XXI.

Lunæ Motum ejuſque Inæqualitates hactenus obſervatas ; vel diſtinctas, vel cum aliis mixtas, ex ſuperioribus conſequentes deſcribere & explicare.

QUod Tellus corpus magnum & Planeta primarius ; interea dum circa Solem fertur, poſſit Lunæ corpus minus circum ſe revolvens ſub Satellitis forma deferre in Orbe, cujus planum utcunque inclinatur ad planum Eclipticæ in quo Tellus circa Solem defertur ; quodque Luna in Ellipſi umbilicum in Terræ centro habente quamproxime poſſit revolvi ; patet ex Prop. LIX. Lib. I. ejuſque Corollariis : Atque hæc ſunt phænomena evidentiſſima omnium oculis expoſita : hinc enim & Lunæ

Phaſes & Luminarium Eclipſes Propp. XVI, XVIII & XIX. Lib. I. explicantur. Actione autem Solis Lunæ Motus varie perturbabitur, iiſque afficietur inæqualitatibus quas aſſiduus & accuratior obſervatio detexit, quarum tamen effectus, ſi cum prioribus illis conferantur, evaneſcunt fere; unde fit quod in ſupra citatis Propoſitionibus Satellitis motus circa Primarium ſimilis quamproxime ſtatuitur motui Primarii circa Solem, cum accuratius obſervatus in ſingulis paululum differat.

Etenim primo, abſque Solis actione Luna circa Tellurem ita moveretur, ut radio ad Terram ducto areas deſcriberet temporibus proportionales: Per dictam vero actionem fit (per Prop. I.) ut deſcribat aream pro tempore majorem (hoc eſt, velocius feratur) in Syzygiis cum Sole quam in ejus Quadrato. Atque Error hic etiam mutatur, & quidem in qualibet ejus periodo in duplicata ratione temporis inter Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII.

Secundo, ſi Solis actio non perturbaret Lunæ motum, Luna Ellipſin deſcriberet umbilicum in Terræ centro habentem: nunc vero per Prop. II. patet Lunæ Orbitam fore (cæteris paribus) minus curvam in Syzygiis, curviorem in Quadraturis; adeoque propius accedere ad Terram in illis quam in his.

Tertio, Luna circa Terram Ellipſin immotam perpetuo deſcriberet, ſi Sol eam non perturbaret: nunc vero ex illius perturbatione fit ut Orbita hæc ab Ellipſi longiſſime recedat, nec niſi per Aſtronomorum ſolertiam ad hanc reduci queat. Ejus enim Orbita eſt Curva, quæ generatur quidem ex Ellipſi circa immotum umbilicum ſive Terræ centrum mota, majore interim ejus axe motu angulari nunc prorſum nunc retrorſum oſcillante; ut ex Prop. VIII. patet. Illa autem Curva immota AEGH (fig. Prop. III.) revera eſt Lunæ Orbita, quæ non magis eſt Ellipſis cenſenda; quam Helix eſt linea recta,

quo-

quoniam generatur ex puncto in recta moto dum ipſa recta motu angulari circumfertur. Si tamen Aſtronomis veteribus morem (uti decet) gerentes Ellipſin pro Planetæ Orbita habeamus, ejus Linea Apſidum (per Prop. VIII.) bis in qualibet Lunatione progreditur, cum nempe Luna eſt in Syzygiis, & bis regreditur, cum Luna tenet Quadraturas ; progreſſuſque hic (per Prop. XI.) regreſſum ſuperat dum Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias tenent, at regreſſus viciſſim progreſſum dum illa in Quadraturis verſantur. Simpliciter ergo in priori caſu (ſi integram Lunæ revolutionem ſpectes) progreditur Apogæum ; ſimpliciter regreditur in poſteriori : Cumque prior caſus diutius duret, in integra revolutione Apſidum circa Solem progrediuntur ſimpliciter.

Quarto, ſi nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo Ellipſis circa Terram à Luna deſcriberetur : nunc autem fit ut hæc perpetuo mutetur ſpecie; Orbitæ enim Excentricitas indies mutatur, & (per Prop. XII.) in qualibet revolutione fit maxima dum Luna in Syzygiis verſatur, minima dum hæc Quadraturas tenet; & in pluribus hujuſmodi Lunæ revolutionibus inter ſe comparatis, maxima eſt Excentricitas Orbitæ (per Prop. XIII.) cum Apſides Lunæ Syzygias tenent, minima cum Quadraturas. Quod ſi Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias teneant & ſimul Luna in Apogæo verſetur, hoc eſt, ſi Excentricitas ſit omnium maxima ; Luna in Syzygiis & remotiſſima ſimulque tardiſſima fiet, contra ſupradicta ad paragr. 2 & 3. hujus Prop. Verum cum in iſtis ab Excentricitate abſtraheremus, & ibi dicta cæteris paribus obtinere tantum aſſertum ſit, hiſce nullo modo contraria ſunt. Sed neque in hoc etiam caſu tam lente Luna movetur, nec tanta eſt Orbitæ Excentricitas quanta foret, ſi Errores in citatis paragraphis explicatæ prorſus abeſſent.

Quinto, ſi Sol non perturbaret Lunæ motum, hæc

Orbitam

Orbitam circa Terram deſcriberet in plano immoto conſiſtentem, ſicut Primarius quilibet circa Solem; quam eſſe præcipuam ſemitæ projecti proprietatem ex Lib. 1. Prop. XI. conſtat: à Sole autem fit quod plani hujus poſitio varie mutetur, vel per mutatam ejus communem ſectionem cum Eclipticæ plano, hoc eſt, Nodorum Lineam, vel mutatam ejuſdem Inclinationem ad planum Eclipticæ fixum. Et per Prop. XIV. in una Lunæ revolutione circa Terram Nodi regrediuntur celerrime cum Luna Syzygias tenet, tardiſſime cum Quadraturas; in pluribus vero inter ſe comparatis, regreſſus Nodorum celerrimus eſt cum hi in Quadrato Solis verſantur, tardiſſimus (quia nullus) cum Syzygias tenent.

Sexto, ipſa etiam plani Orbis Lunaris Inclinatio ad Eclipticæ planum mutatur. Hæc quippe Inclinatio per Prop. XV. eſt, in eadem Lunæ revolutione, minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadraturis; in diverſis autem inter ſe comparatis, minima eſt cum Nodi Quadraturas tenent, maxima è contra cum hi Syzygias occupant.

Septimo, omnes ſupra deſcripti Errores ab actione Solis oriundi quolibet tempore minimo producti, hoc eſt, velocitates ſeu motus horarii Apogæi, Nodorum &c. Lunæ mutantur pro mutata Telluris diſtantia à Sole Errorum cauſa, idque (per Prop. XIX.) in triplicata ratione diſtantiæ Telluris à Sole inverſe, ſive in triplicata ratione diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo, ipſum etiam Lunæ Tempus periodicum mutatur, mutatâ diſtantiâ Telluris à Sole: eſt namque hoc minimum (per Prop. XVII.) Terrâ Aphelium tenente; maximum cum Terra eſt in Perihelio. Adeoque præter omnes inæqualitates ſupra recenſitas in Lunæ motu, quæ iſtis temporibus incidunt, ipſe motus Lunæ medius velocior eſt cum Terra eſt in Aphelio quam cum in Perihelio, & proportionaliter tardior vel velocior prout Terra huic vel illi propior fuerit.

Aliæ

Aliæ quædam forſan ſunt nondum obſervatæ (ſaltem ab aliis nondum diſtinctæ) Lunæ inæqualitates, quibus ejus motus adeo perturbatur, ut nullo pacto ad regulam certam hactenus reduci potuerit; iſtæ *v. g.* de quibus Schol. Prop. XVIII. &c. Poſt haſce vero ſatis cognitas reliquæ facilius obſervabuntur, earumque cauſæ ex principiis prius poſitis deducentur.

PROPOSITIO XXII.

Diſtantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipſin Lunarem (ſine ulla prævia obſervatione Lunæ) invenire.

Diſtantiæ Lunæ à Terra inveſtigatio vulgaris (methodis Lib. I. & III. traditis inædificata) Lunæ Theoriam ſaltem aliqualem ſupponit, cum viciſſim hæc ab illa pendeat, nec ſine illa obtineri poſſit; ſicut notat *Ptolemæus Cap.* XI. *Lib.* V. *Almageſti.* Ille per obſervationem Lunæ in Vertice & ſimul maximam Latitudinem habentis rem expedit. Hujuſmodi Obſervatio paucarum eſt habitationum, certe non noſtræ. Liceat igitur ad Geometriam recurrere, numque hæc opem ferre poſſet tentare, & Lunæ Parallaxin abſque ulla prævia vel Theoria vel Obſervatione Lunari invenire.

Momento quo Cornua Lunæ (in hujus immerſione in Telluris Umbram, aut emerſione ex eadem) ſunt circulo Æquinoctiali parallela, obſerventur Lunæ Altitudo apparens & (ope vicinarum Fixarum) illius Aſcenſio recta & Declinatio etiam apparentes. Dicta autem Lunæ deficientis Phaſis optime diſtinguitur, ſi collimando Cornua reperiantur in recta perpendiculari ad Scioterici Gnomonem, Axi converſionis diurnæ parallelum, Æquatorem referente; in quo caſu palam eſt Lunam & Telluris Umbram eandem habere Aſcenſionem rectam. In annexo ſchemate referat circulus ZPHO Meridianum, in quo P Polus, Z Zenith. Sit EQ Æquator, in quo prin- *Tab.* XXIX. *Fig.* 4.

Tab. XXIX Fig. 4. cipium numerationis Aſcenſionis rectæ ſit ♈; ſitque H O habitationis Horizon, & A Lunæ locus apparens, V verus tempore Obſervationis; quæ loca in eodem erunt verticali circulo, quoniam Parallaxis Phænomenon deprimit tantum. Per A & V traducti intelligantur Declinationum circuli P A B, P V D Æquatori in B & D occurrentes. Ex dato Solis loco dabitur ejus Aſcenſio recta, & conſequenter Aſcenſio recta puncti huic oppoſiti, nempe centri Umbræ; hoc eſt, ♈ D: Dabitur igitur Aſcenſionis veræ ♈ D & apparentis ♈ B differentia B D, ſive (quem arcus hic menſurat) angulus B P D. In triangulo ſphærico A P Z dantur tria latera; nempe P Z complementum Altitudinis Poli, Z A complementum obſervatæ Altitudinis apparentis Lunæ, & A P complementum obſervatæ Declinationis Lunæ apparentis; dabitur ergo Z A P angulus. Rurſus, in triangulo V A P dantur duo anguli modo inventi V A P & V P A, cum latere intercepto A P; invenietur igitur latus A V, Lunæ Parallaxis; quâ datâ, invenietur per Prop. XLVI. Lib. II. quæſita Lunæ Diſtantia à centro Terræ.

PROPOSITIO XXIII.

Lunæ Diſtantiam à centro Terræ, dato tempore, per obſervationem determinare.

Fig. 5. DEſignet O R Terram, cujus centrum T; O locum Obſervatoris: Sitque L Luna in priore obſervatione, quando ipſius diſtantiæ tam à Terræ centro quam ab Obſervatoris oculo (nempe rectæ T L, O L) per præcedentem determinatæ ſunt; & immediate ante vel poſt Defectum Lunæ iſtum quo obſervatio dicta facta fuit, obſervetur Lunæ in L diameter apparens. Sit jam Luna in alio quovis Orbitæ ſuæ loco, ut ad *l*: quæritur T *l* ejus Diſtantia à Telluris centro. Obſervetur Lunæ in *l* diameter apparens; eſtque (ut vulgo notum) O *l* ad O L

ut

ut apparens diameter Lunæ in L ad ejuſdem diametrum apparentem dum eſt in *l*; hoc eſt, in ratione data; datur ergo ipſa O *l*: Sed per Altitudinem apparentem Lunæ in *l* datur angulus *l* O T; in triangulo igitur *l* O T datis lateribus O *l*, O T cum angulo *l* O T, invenietur T *l* Diſtantia Lunæ à Terræ centro. Q. E. F. Tab. XXIX. Fig. 5.

Non eſt opus ut diametri apparentes in circuli partibus præciſe exprimantur; ſufficit ſi harum ratio ad invicem obſervatione innoteſcat: Nam arcus hi aut anguli non comparantur cum aliis angulis aut arcubus per circuli partes expreſſis, ſed tantum inter ſe; horum enim ratio inverſa eſt ratio Diſtantiarum Lunæ ab oculo temporibus obſervationum. Satis igitur eſt ſi illæ Micrometro Teleſcopio aptato obſerventur, & filorum Diſtantiæ, in æquales partes diviſæ & per illarum numerum expreſſæ, notentur.

PROPOSITIO XXIV.

Lunæ Inæqualitates & Errores per obſervationem determinare & inter ſe diſtinguere.

Lunæ loca apparentia determinantur ope vicinarum Fixarum, quarum loca prius exacte per Prop. XXIX. Lib. II. cognita habentur; & loca vera ex apparentibus per Prop. LXVIII. ejuſdem: Diſtantia autem à Terræ centro tempore quovis per præcedentem eſt nota: Omnia ergo quæ Lunæ Motum attinent, nota ſunt.

Inæqualitates in Motu Lunari Prop. XXI. recenſitæ, cum jam notum ſit & quales ſint qualeſque expectare licet, ex pluribus hujuſmodi Obſervationibus, continuo & per plures annos factis, inter ſe collatis pateſcent, harumque quantitates determinabuntur: *ex. gr.* hoc modo determinabitur, num (cæteris paribus) Luna velocius moveatur in Syzygiis cum Sole quam in Quadraturis; num longius à Terra diſtet hic quam illic; num Lunæ

Motus medius ſit velocior in Telluris Aphelio quam in Perihelio &c. Aliquibus ſemel determinatis (iis nempe quæ à Syzygiis cum Sole pendent, & menſe Synodico ſemel aut forte bis deſinunt rurſuſque incipiunt) reliquæ facilius à ſe invicem diſtinguuntur, quæ vel à Telluris motu Annuo, vel à revolutione Apſidum & Nodorum Lunæ ad Solem pendent. Hiſce à ſe invicem ſeparatis, relinquitur Lunæ Inæqualitas, de qua generatim actum eſt Schol. Prop. XVI, cujus quantitas ex ejus periodo cognita per Obſervationes colligetur. Et tandem apparebit, comparando Periodum Lunarem hodie obſervatam cum illa ante plura ſæcula per obſervationes cognita, num Telluris Globus temporis decurſu auctus ſit (quod ſuſpicor) vel diminutus, & de incremento vel decremento interea facto per Schol. Prop. XVII. ſtatuetur geometrice. Quod ſi aliæ hactenus inobſervatæ Inæqualitates Lunæ Motum afficiant, prædictis demptis apparebunt illæ, inque lucem protractæ Aſtronomiam augebunt, Lunæ Theoriam perficiendo.

PROPOSITIO XXV.

Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, ſive rationem determinare inter Vires haſce perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem.

Tab. XXIX. Fig. 2. IIſdem poſitis, Vires Solis perturbantes Lunæ motum repræſentantur per rectas AM, MN, & ob longinquitatem Solis recta MN non differt ab MT, eſtque tripla ſinûs recti arcûs CL diſtantiæ Lunæ à Quadratura, poſito TL radio; & AM æqualis eſt LT, ut Corol. Prop. XX. eſt oſtenſum. Similes etiam Vires, at minores, perturbant Motum Telluris, quia non ipſum Telluris centrum Orbem magnum circa Solem deſcribit, ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, ut Prop. LXIII. Lib. I. oſtenſum eſt; adeo ut Terra & Luna ſint quaſi Satellites

Satellites circa dictum gravitatis centrum revoluti. Sed Vires utraſque ad Lunam referimus, propter demonſtrata ad Prop. L & LI. Lib. I. Porro, per Prop. XX. Vis Solis Lunam perturbans, quæ eſt ut A M, eſt ad Vim, quâ Luna in Orbe ſuo retinetur, in duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem: Et Vis, quâ Luna in Orbe circa Terram immotam revolveretur ad Diſtantiam quâ nunc à Terra diſtat, (quæ per Prop. LI. Lib. I. æqualis eſt Vi, quâ nunc in Orbe ſuo retinetur circa prædictum gravitatis centrum,) eſt (per Corol. I. Prop. XXVI. Lib. I.) ad Vim, quâ eodem tempore circa Terram revolvi poſſet ad Diſtantiam quâ Luna à dicto gravitatis centro diſtat, ut Diſtantia Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ ab iſto gravitatis centro; nam Lunæ & Terræ Tempora periodica circa eorum commune centrum gravitatis ſunt eadem: Et Vis prædicta, quâ Luna retineretur in Orbe ſuo circa Terram immotam ad Diſtantiam Lunæ à communi iſto gravitatis centro, eſt ad Vim quam Gravitatem dicimus (quæ eadem quidem eſt Vis, ſed ad minorem à centro diſtantiam, nempe ad Terræ tantum ſuperficiem propagata) in duplicata ratione Semidiametri Terræ ad prædictam Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ: Et igitur, Vis Solis ut A M eſt ad Vim Gravitatis in Terræ ſuperficie in ratione compoſita ex hiſce tribus rationibus; nempe ex duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem, ex ratione Diſtantiæ Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ, & ex ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Terræ & Lunæ. Dantur autem rationes tres componentes; ergo datur & ex hiſce compoſita ratio inter Vim Solis ut A M & Gravitatis Vim. Sed & alterius Vis perturbantis M N aut M T ratio ad A M aut L T no- Tab. XXIX. Fig. 2.

ta eſt, eadem nempe quæ tripli ſinûs arcûs C L Diſtantiæ Lunæ à Quadratura ad radium: Inventa igitur eſt ratio utriuſque Vis Solaris perturbantis Lunæ Motum ad Gravitatis Vim nobis familiarem.

Poterit abſque ſenſibili errore media Vis componens negligi, quippe ad rationem æqualitatis proxime accedens: Unde multo ſimplicior evadit ſolutio.

SECTIO VI.

De Tabulis Lunaribus & earum Usu.

PROPOSITIO XXVI.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ viſum expedite inveniendum deſtinatarum, Ordinem exponere.

PRimo omnium conſtituitur Epocha ſeu Radix Motûs Lunæ; hoc eſt, (ut ſuperius Lib. III. explicatum,) aſſumpto puncto notabili Temporis medii numerati in Loco ad quem Tabulæ deſtinantur, è regione apponuntur mediæ Longitudines Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi aſcendentis dicto Tempori competentes. Similiterque, ad Lunæ Aſpectus cum Sole prompte inveniendos conſtituitur Radix Motûs medii Lunæ à Sole; hoc eſt, adſcribitur congrua dictæ Epochæ Diſtantia media Lunæ à Sole.

Secundo, Motus medii ipſius Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi, pro Annis, horum decadibus, centenariis &c; item pro Menſibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas diſponuntur. Pariterque Motus medii Lunæ à Sole pro ſimiliter expanſis & collectis Annis, Menſibus, Diebus &c. in Tabulas diſponuntur; qui facile inveniuntur ſubducendo Motum Solis medium ex Motu medio Lunæ eidem tempori congruo.

Tertio, ponitur Correctio Motûs medii Lunæ pro Diſtantia

Diſtantia Terræ à Sole. Nam Lunæ Motus medius ex præcedenti Tabula collectus in laxiore ſenſu medius eſt, eidem in plurium Annorum curriculo competens. At per Prop. XVII. Lunæ Tempus periodicum brevius eſt Terrâ Aphelium tenente; hâc autem inde diſcedente, Lunæ Tempus periodicum augetur, donec maximum fiat Tellure ad Perihelium perventâ. Locus igitur illius medius ſupra-inventus corrigendus eſt additione vel ſubtractione cujuſdam arcûs aut anguli pendentis ab Anomalia Telluris media: Locus tamen Lunæ ſic correctus medius adhuc manet. Tabula hæc Correctionis Motûs Lunæ medii à Terræ Anomalia pendentis conſtituitur ope Propp. XVII, XX & XXV.

Quarto, Correctiones (in phraſi Aſtronomica *Æquationes*) Loci medii Apogæi Lunaris. Atque hæ Æquationes ſunt tres: Prima pendet ab Aſpectu Apogæi & Solis; Prop. enim XI. oſtenſum eſt quod Apogæum progreditur dum eſt in Syzygiis, & regreditur dum eſt in Quadraturis cum Sole; Loco igitur Apogæi medio addenda vel ſubducenda eſt Æquatio hæc pendens à ſitu Apogæi reſpectu Solis: Hujus Æquationis quantitas proportionalis eſt quantitati Virium productricium per Propp. XI, XX & XXV. determinandæ. Secunda Apogæi Lunaris Æquatio menſtrua eſt, pendetque ab Aſpectu Solis & Lunæ. Nam licet prope Conjunctionem aut Oppoſitionem Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum progrediatur in integra Lunatione, tamen iſte progreſſus Apogæi non eſt æquabilis, ſed Lunâ in Quadris verſante tardius progreditur, vel forſan etiam regreditur; in Syzygiis verſante Lunâ, ejus Apogæum progreditur multo celerius. Et ſimiliter, licet prope Quadraturam Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum Lunare regrediatur ſi integram Lunationem ſpectes, tamen non regreditur æquabiliter, ſed Luna in Syzygiis facit illud aut progredi aut ſaltem regredi tardius. Hæc patent ex Prop. X; unde Locus Apogæi Lunæ,

Lunæ, primo (per Correctionem præc.) æquatus, etiam per Æquationem hanc Menſtruam ſecundo corrigendus eſt. Æquationis hujus quantitas pro diverſis Lunæ ad Solem Aſpectibus colligenda eſt ex Propp. VIII, XX & XXV. Sed & tertiâ opus eſt Æquatione ad Apogæi Locum plene rectificandum: Apogæi enim Motus, ſive progreſſivus ſive regreſſivus, major eſt vel minor pro minore aut majore Diſtantia Terræ à Sole; eſtque ejus velocitas (per Prop. XIX.) in triplicata ratione Diametri apparentis Solis: Adeoque hæc ab Anomalia Terræ media pendet, ſicut Motûs medii correctio, de qua ſupra. Ejus quantitas pro Anomaliæ gradu ope Propp. XIX, XX & XXV. elicitur.

Quinto, Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuæ mutationi obnoxia eſt, & mutationis hujus eadem ſunt Tempora quæ motûs progreſſivi & regreſſivi Apogæi. Quippe (per Prop. XIII.) ſi integram Lunationem cum integra Lunatione conferas, Excentricitas maxima eſt cum Apſides ſunt in Syzygiis, minima cum illæ ſunt in Quadris. Et in una Lunatione (per Prop. XII.) maxima eſt cum Luna Syzygias tenet, minima cum hæc in Quadris verſatur: *ex. gr.* Menſe quo Apſides Syzygias tenent, Excentricitas minuitur, cum ipſa Luna ad Quadram pervenit, quando minima eſt omnium in iſta Lunatione. Similiterque, Apogæo in Quadratura cum Sole verſante, Excentricitas hactenus parva minuitur, dum Luna à Syzygiis ad Quadraturas pervenit. Excentricitates igitur Orbitæ Aſpectui Apogæi Lunaris congruæ in Tabulas diſponuntur, & quidem commode inſeruntur è regione Æquationum ipſius Apogæi ab eodem Aſpectu pendentium, eandemque quaſi cum illis Tabulam conſtituunt. Porro, Excentricitates hæ rurſus corrigendæ ſunt per Æquationem Menſtruam pendentem à Diſtantia Lunæ à Syzygiis: Nam Lunâ in Syzygiis verſante (cæteris paribus) Excentricitas maxima eſt. Sed & Excentricitas ſic æquata rurſus ex Propp.

Propp. XVIII. & XIX. corrigenda eſt pro aucta aut minuta Diſtantia Terræ à Sole; Æquatioque hæc ab Anomalia Terræ pendet: Hæ autem tres Tabulæ ex reſpectivis Propoſitionibus ſupra-citatis cum XX & XXV. ſupputantur. Cumque eoſdem terminos eademque Tempora habeant prædictæ Excentricitatis mutationes cum Apogæi Motibus prædictis, duæ ultimæ hujus Æquationes, Menſtrua nempe & Annua, commode etiam in eandem Tabulam coaleſcent cum duabus ultimis Æquationibus illius. Correctiones hæ optime & commodiſſime fiunt additione aut ſubtractione particularum in Tabula diſpoſitarum pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis Solis, aut varia Telluris Diſtantia ab Aphelio; hoc eſt, ſub iiſdem titulis quibus Correctiones Apogæi Menſtrua & Annua prius diſpoſitæ fuerant.

Sexto, adjungitur *Tabula Æquationum Orbitæ* dicta; quâ, ex dato Tempore quo Luna Apogæum tenebat, invenitur angulus quo Luna ex Terra ſpectata ab Apogæo diſtat. Cum enim Luna in ſua elliptica Orbita temporaria eodem modo circa Terram in Ellipſeos foco poſitam moveatur, quo Primarius quivis circa Solem; hoc eſt, radio ad Terram ducto deſcribat aream tempori proportionalem; (ſaltem ab omni alia inæqualitate nunc abſtrahimus, ipſarum rationem in aliis Tabulis ad Lunæ Motum æquandum habentes;) datâ Orbitâ Locus ejus verus è Terra ſpectatus eodem modo ad datum Tempus elicitur, quo Primarii Locus è Sole ſpectatus: hoc eſt, datâ Excentricitate ſive ratione diſtantiæ focorum ad axem majorem, ex data Anomalia Lunæ media (quæ in area tempori proportionali conſiſtit) Anomalia coæquata eodem modo calculo elicitur hic quo illic; nempe ope Prop. III. Lib. III; vel, ſi approximatione uti libeat, Prop. aliqua ex inſequentibus in Lib. III. adhibenda eſt. *Wardi* approximatio ſufficit, in quo caſu Æquatio Orbitæ ſive Æquatio Excentrici (quæ &

Æquatio centri Lunæ quandoque dicitur) per Prop. VI. Lib. III. pro gradu Anomaliæ Lunæ mediæ invenitur, & inventæ Æquationes pro ſingulis gradibus in Tabulas diſponuntur, addendæ vel ſubtrahendæ pro Orbitæ ſemiſſe ab Apogæo ad Perigæum, vel à Perigæo ad Apogæum. Quoniam vero Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuo mutatur, & pro qualibet Excentricitate Tabulam conſtruere impoſſibile foret; ideo communiter Artifices hujuſmodi Æquationum Tabulas conſtruunt ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus pro maxima & minima Excentricitate Orbis, quandoque etiam pro media; & Æquationem ſumunt ſimiliter proportionalem inter Æquationem majorem & minorem, atque Excentricitas Lunari Orbitæ competens eſt inter Excentricitatem maximam & minimam.

Septimo, ſubnectenda eſt Tabula indicans Inæqualitatem Lunæ illam, quam omni Satelliti competere oſtenſum eſt Prop. I. pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis. Lunæ enim Motus in primo Menſis quadrante (ſive pergente Lunâ à Conjunctione ad Quadraturam proximam) retardatur, in ſecundo acceleratur, in tertio retardatur rurſus, & in quarto iterum acceleratur. Hanc Inæqualitatem in Lunæ motu primus deprehendit *Tycho*, & vocabulo ſatis apto *Variationem* dixit. At Variationis Tabula condenda eſt ex dictis in Corol. 2. Prop. II. pro Lunæ Orbita latiore inter Quadraturas, conſtrictiore ſive anguſtiore inter Syzygias, quam veram eſſe Lunæ ſemitam oſtenſum eſt Prop. II. ejuſque Corol. I. Variationis hujus quantitas maxima ex Prop. XX & XXV. elicitur, & quantitas cuique Diſtantiæ Lunæ à Syzygiis competens ex Prop. I & II. hujuſque Coroll. Cæterum Variatio rurſus corrigenda eſt ope Tabulæ per Propp. XVIII & XIX. conſtructæ: Terrâ enim Perihelium tenente, Lunæ Tempus periodicum augetur, atque inter alios Errores auctos ipſa hæc (de qua nunc agimus) Variatio in qualibet revolutione augetur in ratione duplicata

plicata Temporis inter Lunæ Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII. Hæc Correctio à Terræ Anomalia media pendet, ut & alia quâ augetur Variatio aut diminuitur in triplicata ratione Diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo, Nodorum Lunæ Æquationes tres in Tabulas ſunt diſponendæ. Harum prima pendet ab Aſpectu Nodorum cum Sole: Nam per Prop. XIV. Nodi in Syzygiis quieſcunt penitus; dum vero hæ prope Quadratum Solis hærent, velociſſime in antecedentia feruntur; atque hoc ſi Lunationem integram cum alia integra conferas. Nam ſi unicam per ſe ſpectes, Nodi celerius regrediuntur (per Prop. XIV.) cum Luna Syzygias tenet: Atque hinc Nodorum Æquatio Menſtrua eſt neceſſaria, quæ ab Aſpectu Solis & Lunæ pendet. Æquatio tertia Annua eſt; Nodi enim (cæteris paribus) eo velocius regrediuntur quo Tellus Perihelio eſt propior, per Prop. XIX. Harum Æquationum quantitates (tum maximæ, tum cuilibet Aſpectui Nodorum vel Lunæ ad Solem, & Anomaliæ Terræ congruæ) determinantur per Propp. XX & XXV. una cum XIV & XIX.

Nono, ſimilibus Correctionibus opus eſt ad æquandam Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ: Hæc enim (per Prop. XV.) minima eſt cum Nodi ſunt in Quadraturis cum Sole, maxima cum Syzygias tenent; & in eadem Lunatione minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadris. Hæ igitur, cum eadem habeant Tempora cum Nodorum Æquationibus (de quibus hactenus) quoad Aſpectum tum Nodorum tum Lunæ cum Sole, commode in eandem coaleſcunt Tabulam. Et Inclinationis planorum Correctio commode fit per particulas Inclinationi minimæ addendas (ut prius de Excentricitate corrigenda) varias pro dictis Aſpectibus Nodorum & Lunæ ad Solem, (vel, in Artificum phraſi, pro Diſtantiis Nodorum & Lunæ à

 Sole,)

Sole,) vel fortaſſe aptius per particulas ab Inclinatione maxima ſubducendas: hæc enim Orbitæ Lunari naturalis videtur, quippe quæ illi competeret ſi Sol non perturbaret ejus motum. Sed & Inclinatio hæc Correctione Annuâ æquanda eſt, quæ proinde à Diſtantia Terræ à Sole ſeu Terræ Anomalia pendet, quæque in unam cum Nodorum Æquatione Annua coaleſcet Tabulam. Harum trium Æquationum quantitates maximæ & cuique Aſpectui ſive Diſtantiæ reſpective congruæ eliciuntur ex Propp. XV, XVIII, XIX, XX & XXV.

Decimo, Tabella eſt adhibenda quæ præcedentium omnium Menſtruarum Correctionum, ſive incrementorum & decrementorum, in Syzygiis factorum proportionem in Conjunctione & Oppoſitione cum Sole oſtendat. Nam (per Prop. XVI.) effectus omnes in Luminarium Syzygiis contingentes majores ſunt in Conjunctione, minores in Oppoſitione. Proportio ex Virium generatricium ratione ex præcedentibus elicitur.

Undecimo, adjungitur Tabula Latitudinis Lunæ pro ſingulis gradibus Diſtantiæ ejuſdem à Nodo. Hujus conſtructio Doctrinæ Sphæricæ ſoli innititur. In triangulo enim ſphærico rectangulo præter rectum datur hypothenuſa, nempe Lunæ Diſtantia à Nodo, & angulus ad Nodum, nempe Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum, (quæ & *Inclinatio Limitum* vocatur;) invenietur ergo latus huic angulo oppoſitum, nempe quæſita Latitudo Lunæ pro prædicta à Nodo Diſtantia. Quoniam vero Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum diverſis temporibus varia eſt, ideo communiter Tabula unica Latitudinis Lunæ ad minimam dictorum planorum Inclinationem conſtruitur, adjunctis particulis ad Latitudinem adjiciendis cum dicta Inclinatio eſt maxima. In Inclinationibus mediis, adjunctæ particulæ pars adjicienda eſt, quæ ad totam ſe habeat ut exceſſus Inclinationis datæ ſupra minimam ad exceſſum maximæ ſupra minimam;

nimam; ut in caſibus ſimilibus fieri ſolet.

Duodecimo, ſubnectitur etiam Tabula oſtendens Lunæ Locum ad Eclipticam reductum pro ſingulis gradibus Diſtantiæ Lunæ à Nodo. Hujus conſtructio etiam à Sphæricis pendet. In eodem enim triangulo, in quo prius Latitudo inventa eſt, latus tertium, ſive diſtantia inter Nodum punctumque ubi Latitudinis circulus per Locum Lunæ tranſiens Eclipticam interſecat, eſt ipſa Lunæ Diſtantia à Nodo ad Eclipticam reducta: Et intervallum inter hanc & Lunæ Diſtantiam à Nodo in ſua Orbita computatam *Reductio* dicitur, & in Tabulam ſecundum artem diſponitur. Cumque hæc etiam varia ſit pro varia Inclinatione Lunaris Orbis ad Eclipticam, (ſimili artificio quo prius,) exceſſus prædictæ Reductionis cum Limitum Inclinatio eſt maxima notatur, ut ejus pars proportionalis aſſumatur cum Limitum Inclinatio eſt inter minimam maximamque media: Nam ipſa Reductio aptatur ad Inclinationem minimam, ut prius Latitudo.

Sed & aliis Erroribus detectis, aliæ condendæ erunt Tabulæ ad Lunæ Motum plene & perfecte rectificandum, quod in Aſtronomia opus eſt longe difficillimum. Hæc interim impræſentiarum de Tabularum harum Ordine ſufficiant.

PROPOSITIO XXVII.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ Locum è dato in Telluris ſuperficie puncto viſum expedite inveniendum, Ordinem exponere.

QUoniam Lunæ Locus è puncto in Terræ ſuperficie ſpectatus ſenſibiliter diverſus eſt ab illo quem occuparet ſi è centro ſpectaretur, quemque ſolum ex Tabulis præcedentibus deducere licet; ideo Tabulas ad illum quoque ex priori prompte colligendum condunt Artifices. Cum autem Parallaxis ſit omnis illa inter dicta

Loca differentia, hujus notitia ſufficit. Et quia ex data Parallaxi horizontali Parallaxis alteri cuivis ſupra Horizontem Elevationi congrua facile invenitur, per Prop. XLVII. Lib. II; ideo ſolâ horizontali Lunæ Parallaxi opus eſt. At cum Lunæ Parallaxis horizontalis varia ſit pro majore aut minore Diſtantia Lunæ à Terra, Parallaxium iſtarum Tabula eſt condenda: Parallaxis nempe uni Diſtantiæ competens per Prop. XXII. innoteſcit, & Lunæ à Terra Diſtantiæ in aliis Orbitæ ſuæ punctis reſpectu Diſtantiæ per dictam XXII. inventæ, ex Lunæ Orbita (ut ſupra oſtenſum eſt definita) determinantur; Parallaxes igitur horizontales Lunæ (quæ per Prop. XLVIII. Lib. II. ſunt reciproce ut ejus Diſtantiæ à Terræ centro) pro ejus ſitu ad Apogæum & Perigæum ſuæ Orbitæ, hoc eſt, pro Anomalia ejus media, notæ fiunt & in Tabulam rediguntur.

Quoniam vero hujuſmodi Tabula Parallaxium Lunæ horizontalium pro una tantum Orbitæ forma inſervit; ideo pro Excentricitate maxima unam, aliamque pro minima condunt, & Parallaxin Lunæ horizontalem pro dato tempore aſſumunt in eadem ratione mediam inter Parallaxes maximæ & minimæ congruas, quâ Excentricitas dato iſti tempori congrua media eſt inter Excentricitatem maximam & minimam.

Parallaxis Lunæ horizontalis ſic inventa rectificanda eſt per Æquationem quandam ex alia Tabula deſumendam, cujus hoc eſt fundamentum. Ex Prop. II. conſtat Lunam (cæteris paribus) longius à Terra diſtare in Quadraturis quam in Syzygiis. Proportionem inter diſtantias haſce Lunæ à Terra, ex proportione Virium Solis qui effectum hunc producunt, ope Propp. XX & XXV. invenire licet. Tabula igitur ad æquandam Lunæ Parallaxin conſtat ex particulis ſubtrahendis à Parallaxi quæ in Syzygiis obtinet, prout Luna ad Quadraturam propius accedit, ubi (cæteris paribus) Parallaxis eſt minima,

quia

quia Luna maxime à Terra diſtat : Æquatio igitur hæc Menſtrua eſt, à Syzygiis Solis & Lunæ pendens.

Sed & Æquatione Annuâ afficitur hæcce Lunæ Parallaxis ; minor quippe eſt cum Terra eſt in Perihelio, major cum in Aphelio, (cæteris paribus,) quia totum Syſtema Lunare in hoc caſu contrahitur, in illo dilatatur per Prop. XVII. Æquatio hæc ab Anomalia Terræ media pendet, & ope Prop. XVII. item XX & XXV. conſtruitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Ad datum Tempus, Lunæ Locum, è data in Tellure habitatione viſum, ope Tabularum ſupra deſcriptarum determinare.

Tempus in habitatione data numeratum reducatur (per Prop. XXXII. Lib. II.) ad Tempus numeratum ſub Meridiano Loci cui Tabulæ accommodantur ; ad quod (per Prop. XVII. Lib. III.) æquatum, inveniatur Solis Locus.

Ad Epocham in Tabula notatam, datum Tempus præcedentem, notentur Loca media Lunæ, Apogæi Lunaris Nodique aſcendentis, & colligendo horum trium Motus medios factos ab Epocha iſta ad Tempus datum, addantur primi duo ad prædicta Lunæ & Apogæi Loca, ut fiant eorundem Loca media ad Tempus datum; motus vero Nodi interea factus ſubtrahatur à Loco radicali (quoniam movetur in antecedentia) ut fiat ejus Locus medius ; Locuſque medius Lunæ corrigatur per Æquationem iſtam à Terræ Anomalia media pendentem, de qua §. 3. Prop. XXVI.

Porro, Locus Apogæi medius corrigatur tribus Æquationibus, de quibus §. 4. dictæ Prop. XXVI. Dato enim Solis Loco & Apogæi Loco prope vero, datur Aſpectus Apogæi Lunaris cum Sole, indeque Æquatio hinc pen-

pendens. Similiter, quia tam Solis Locus verus quam Lunæ Locus prope verus innoteſcunt, innoteſcit & Lunæ ad Solem Aſpectus, indeque Apogæi Æquatio Menſtrua inde pendens. Et datæ Terræ Anomaliæ mediæ (prius ad Solis Locum determinandum neceſſariæ) congrua invenietur, in tertia Apogæi æquandi Tabula, Æquatio Apogæi Annua. Atque Æquatio hæc eſt vere Annua, à Telluris periodo circa Solem pendens: Perperam enim prima illa, pendens ab Aſpectu Apogæi Lunaris cum Sole, Annua à quibuſdam appellatur, cum non niſi poſt 400 dies abſolvatur ejus periodus; Sole nempe iſtud tempus requirente ut digreſſus ab Apogæo Lunari illud in conſequentia motum denuo aſſequatur. Similiter & Orbis Lunaris Excentricitas, ex dato Apogæi Aſpectu ad Solem ex Tabula excerpta, per Æquationem Menſtruam & Annuam corrigitur.

Invento igitur Lunaris Apogæi Loco vero Lunæque medio primo correcto, illo ab hoc ſubducto, relinquitur Lunæ Diſtantia media à ſuo Apogæo in conſequentia numerata, ſive Lunæ Anomalia media; cui (in Tabula §. 6. Prop. XXVI.) invenietur Proſthaphæreſis congrua pro Orbitæ Excentricitate prius inventa, per quam Lunæ Locus medius, primo correctus, denuo rectificatus exhibebit Lunæ Locum correctiorem, quibuſdam *Æquatum* dictum.

Ex modo invento Lunæ Loco Æquato, & omnium primo determinato Solis Loco, Aſpectus Solis & Lunæ nunc ſatis notus eſt, & hinc pendens Variatio ex Tabula (de qua §. 7. Prop. XXVI. actum eſt) innoteſcet; ſed hæc ipſa duplici Æquatione Annuâ (de quibus ibidem) corrigenda eſt. Locus Lunæ æquatus per Variationem ſic correctam corrigendus eſt; exſurgetque Lunæ Locus correctiſſimus in ſua Orbita, ſive reſpectu ſuæ Apſidis.

Ad illum vero ad Eclipticam reducendum, primo omnium Loca Nodorum determinanda ſunt. Cum & Solis Locus

Locus verus & Nodorum prope verus ſive medius dentur; dabitur Aſpectus Nodorum cum Sole, & huic proinde Æquatio correſpondens ex Tabula, de qua §. 8. Prop. XXVI; per quam correctus Nodi Locus medius rurſus bis corrigendus eſt per Æquationem Menſtruam Annuamque, de quibus ibidem actum eſt.

Simul, ex eodem Aſpectu Nodorum ad Solem, excerpendus eſt Exceſſus Inclinationis Limitum ſupra eorundem Inclinationem minimam, (vel Defectus à maxima,) quo Inclinatio minima (vel maxima) corrigenda eſt ut correctior evadat: ſed quæ bis rurſus corrigenda eſt; nempe pro ipſius Lunæ Aſpectu ad Solem & Telluris Anomalia media; de quarum Æquationum Tabulis actum eſt §. 9. Prop. XXVI. Si Lunæ Locus correctiſſimus in ipſis Syzygiis inquiratur, etiam correctionis, de qua §. 10. Prop. XXVI. ratio haberi poterit.

Quoniam vero innoteſcunt Nodi & Apogæi Lunaris vera Loca in Ecliptica, & Orbis Lunaris Inclinatio ad eandem, reſolvendo triangulum ſphæricum rectangulum, in quo præter rectum dantur angulus alter alterumque latus circa rectum, invenitur Diſtantia Apogæi à Nodo in Orbe Lunari computata; nempe hypothenuſa. Et ſupra inventus eſt Lunæ Locus in ſua Orbita ab Apogæo computatus: Et igitur non ignorabitur Diſtantia Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata. Cumque etiam data ſit Inclinatio dicti Orbis Lunaris ad Eclipticam; invenietur tum Lunæ Latitudo, tum ejus Locus in Ecliptica, vel per reſolutionem trianguli ſphærici rectanguli inter Orbem Lunarem, Eclipticam circulumque Latitudinis comprehenſi, vel expeditius per Tabulas Latitudinis & Reductionis, de quibus §. 11 & 12. Prop. XXVI. ubi dictum triangulum eſt hactenus reſolutum, quarum uſus ſatis eſt notus: namque Diſtantia hæc Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata *Argumentum Latitudinis* appellatur.

Inventus igitur eſt Locus Lunæ verus, ſive è Terræ

centro ſpectatus, tam in longum quam in latum. Qualem vero in dato Horizonte ſitum, hoc eſt, quam Altitudinem quemque Verticalem ad datum Tempus obtineat Phænomenon, cujus Longitudo & Latitudo dantur; Problema eſt ſolutu obvium ex Doctrina ſphærica: eſt nempe converſa Propp. XXVI & XXVII. Lib. II.

Quod ſi Locus Lunæ apparens ſive viſus quæratur; in Tabula prima, de qua Prop. XXVII, adnotetur Lunæ Parallaxis Orbis Excentricitati Lunæque Anomaliæ mediæ prius cognitis congrua, quæ per Æquationem Menſtruam & Annuam (de quibus in eadem XXVII. dictum eſt) corrigatur. Ex Parallaxi horizontali inveniatur (per Prop. XLVII. Lib. II.) Parallaxis inventæ prius Altitudini competens, quæ inde ſubtracta relinquit Altitudinem Lunæ viſam: Et alia nulla eſt inter Lunæ Locum verum & viſum differentia præter hoc Altitudinis decrementum ſive Parallaxin, & communem illam ex Refractione ad Atmoſphæram ortam, de qua Propp. LXIV & LXV. Lib. II. Qualem vero in Longitudine Latitudineque mutationem inducunt Parallaxis & Refractio, ex Propp. LXIII & LXVIII. Lib. II. colligetur. Inventus igitur eſt Lunæ Locus, tam verus quam è dato in Telluris ſuperficie puncto viſus, ſecundum Longitudinem & Latitudinem. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

Quaſnam ex ſupra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint breviter recenſere.

PRimo, omnes Correctiones ſive Æquationes Annuas à varia Diſtantia Telluris à Sole (Propp. XVIII & XIX. explicatas) negligunt, unamque conſiderant, quæ ab aucto & diminuto Tempore periodico Lunæ circa Terram pro diminuta vel aucta Terræ Diſtantia à Sole

le provenit ; hoc eſt, quæ ab Anomalia Terræ media pendet. Immo hanc Inæqualitatem, licet à *Tychone*, *Keplero* & *Horoxio* obſervatam, aliis immiſcebant : Propter hanc enim compulſi ſunt, reclamante naturâ rerum, Tempus apparens ad medium aliter reducere in Lunæ Locis computandis, quam in computandis Locis Solis aliorumque Syderum ; & ſpeciatim *Tycho* eam Æquationis Temporis partem, quæ pendet à Terræ Anomalia media, (à qua & hæc Lunæ Inæqualitas ſimiliter pendet,) omiſit prorſus. At *Keplerus* & *Horoxius* ulterius progreſſi ad Tempus æquandum partem Phyſicam adhibent addititiam cum vera & Aſtronomica ſublatitia eſt, & è contra. Acutiſſimus *Ed. Halleius* hanc Inæqualitatem (quam Lunæ ineſſe ad *Schol. Prop.* LXXXVI. *Optica Promota pag.* 128. ſuſpicatus eſt *Jacobus Gregorius*) ab aliis primus ſeparavit in Tractatu *Catalogo Fixarum Auſtralium* ſubnexo. Patet vero ex citatis Propp. XVIII. & XIX. omnes Lunæ Inæqualitates duplici Correctione Annuâ indigere, ut veræ & accuratæ evadant.

Deinde, omnes Æquationes Menſtruæ ab Aſpectu Solis & Lunæ oriundæ negliguntur præter unicam Variationem. Verum quidem eſt harum aliquas ab aliis fere compenſari : *v. g.* Inclinationis Limitum variatio Menſtrua & Æquatio Menſtrua Nodorum ita ſe mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ negligi poſſint in determinanda Latitudine Lunæ ; Æquationes autem Menſtruæ Motûs Apogæi, & differentiæ inter Excentricitatem minimam & maximam, item Nodorum & Inclinationis Orbis Lunaris ad Eclipticam, baſis ſunt & fundamentum reliquarum Inæqualitatum, quæ ab Aſpectu Solis & Apogæi, aut Solis & Nodorum pendent ; ut ex Propp. X, XI, XII, XIII, XIV & XV. abunde patet. Æquatio item Menſtrua inter Novilunium & Plenilunium (de qua Prop. XVI. dictum eſt) negligitur.

Æquationes item illæ, tam quæ Motum Lunæ verum

afficiunt quam quæ viſum, (de quibus Prop. II.) oriundæ à majori Diſtantia Lunæ à Terra in Quadraturis quam in Syzygiis, negliguntur prorſus: neque enim Diſtantiæ Lunæ à Terra diverſitas alia conſideratur, quam quæ ab Orbis Excentricitate provenit, quæque ab Anomalia media pendet; unde & Parallaxium horizontalium Æquatio Menſtrua (de qua Prop. XXVII. dictum eſt) etiam negligitur.

At Æquationes illæ quæ ab Aſpectu Solis & Apogæi Lunaris pendent, (de quibus Propp. XI & XIII;) ut & illæ quæ ab Aſpectu Solis & Nodorum, (Propp. XIV & XV. tractatæ,) ab Artificibus conſiderantur. Hæ enim ſunt longe maximæ, magnamque partem Inæqualitatum Motûs Lunæ conſtituunt.

Adhibentur igitur ad Tabulas condendas, præter Æquationes præcedentes ab Aſpectu Solis cum Apogæo Lunari vel cum Nodis pendentes, una Annua unaque Menſtrua, de quibus hactenus. Verum Æquationes Motûs Lunæ, in pleriſque Tabulis Lunaribus, titulos præ ſe ferunt à veris Periodis harum Inæqualitatum adeo abhorrentes, ut ſatis difficile ſit aſſerere quaſnam conſiderarint quaſque neglexerint earum Conditores. Quandoque etiam Inæqualitates aliis immiſcentur & cum illis confunduntur: *ex. gr.* Æquationem Excentrici (ſive Centri Lunæ) non pure ex Orbita data deducunt, ſed aliis quaſi contaminant; ut Inæqualitatis Variationis à Tempore inter Quadraturas pendentis parte eâ, quæ à ſitu Lunæ reſpectu ſui Apogæi provenit, de qua Schol. Prop. XVIII. Verum cum non ex cognitis cauſis Phyſicis harumque Periodis, ſed tantum ad Obſervationes attendendo, Tabulas condiderint; non mirum eſt ſi Inæqualitates non rite à ſe invicem diſtinxerint, illaſque ſub titulis diſpoſuerint alienis minuſve propriis.

SCHO-

SCHOLIUM.

Libet Lunæ Theoriam à D. *Newtono* in praxi uſurpatam hic adjungere, quâ difficillimum iſtud & ab Aſtronomis hactenus deſperatum conſecutus eſt celeberrimus Philoſophus; nimirum ut Lunæ Locum, etiam extra Syzygias, & in ipſis cum Sole Quadraturis, Cœlo adeo conſentientem ex calculo definiat, (ſicuti per plurima Lunæ Loca à Cl. D. *Flamſtedio* obſervata expertus eſt,) ut diſſenſus à Cœlo, etiam cum maximus, vix duo ſcrupula prima adæquet; plerumque adeo ſit exiguus, ut obſervandi incertitudini ſit jure imputandus. In hac Calculi forma, quam ipſis Auctoris verbis expreſſam Aſtronomis ſiſtimus, non attingit omnes omnino Inæqualitates quarum cauſæ ſuperius ſunt explicatæ, nedum illas de quibus adhuc tantum eſt ſuſpicio; ſed omiſſis iis quas ſe invicem compenſaturas novit, aliiſque minoris efficaciæ, eas duntaxat Æquationibus & Tabulis coercet, quarum majores ſunt vires & effectus ſenſibiliores.

Lunæ Theoria Nevvtoniana.

„Obſervatorium *Grenovicenſe* occidentalius eſt *Pariſienſi*
„ $2^{gr}. 19'$, *Uraniburgo* $12^{gr}. 51'. 30''$ & *Gedano* $18^{gr}. 48'$.
„Solis & Lunæ Motus medios ab Æquinoctio verno
„in Meridiano *Grenovicenſi* pono ſequentes: nempe *An-*
„*no* 1680 *Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie,
„Motus medius Solis eſt $9^{ſig}. 20^{gr}. 34'. 46''$. Apogæi So-
„lis $3^{ſig}. 7^{gr}. 23'. 30''$. Motus medius Lunæ $6^{ſig}. 1^{gr}. 35'$.
„ $45''$. Apogæi Lunæ $8^{ſig}. 4^{gr}. 28'. 5''$. Nodi aſcendentis
„Orbitæ Lunaris $5^{ſig}. 24^{gr}. 14'. 35''$. Et *Anno* 1700.
„*Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus me-
„dius Solis eſt $9^{ſig}. 20^{gr}. 43'. 50''$. Apogæi Solis $3^{ſig}$.
„ $7^{gr}. 44'. 30''$. Motus medius Lunæ $10^{ſig}. 15^{gr}. 19'. 50''$.
„Apogæi Lunæ $11^{ſig}. 8^{gr}. 18'. 20''$. & Nodi aſcendentis

„ 4^{fig}. 27^{gr}. 24′. 20″. Viginti enim Annis *Julianis*, ſi-
„ ve diebus 7305, Solis motus eſt 20^{rev}. 0^{fig}. 0^{gr}. 9′.
„ 4″. Motus Apogæi Solis 21′. 00″. Lunæ Motus eſt
„ 247^{rev}. 4^{fig}. 13^{gr}. 34′. 5″. Apogæi Lunaris Motus
„ 2^{rev}. 3^{fig}. 3^{gr}. 50′. 15″. Nodi Motus 1^{rev}. 0^{fig}.
„ 26^{gr}. 50′. 15″. Omnes prædicti Motus ſunt à puncto
„ Æquinoctii verni. Quod ſi ab illis ſubducatur ipſius
„ Æquinoctialis puncti Motus in antecedentia interea fac-
„ tus, ſc. 16′. 40″; manebunt Motus reſpectu Fixarum
„ in Annis 20. *Julianis*, nempe Motus Solis 19^{rev}. 11^{fig}.
„ 29^{gr}. 52′. 24″. Apogæi Solis 4′. 20″. Lunæ 247^{rev}.
„ 4^{fig}. 13^{gr}. 17′. 25″. Apogæi Lunæ 2^{rev}. 3^{fig}. 3^{gr}.
„ 33′. 35″. Nodi Lunæ 1^{rev}. 0^{fig}. 27^{gr}. 6′. 55″.

„ Secundum hunc computum Annus Tropicus eſt 365^{dier}.
„ 5^{hor}. 48′. 57″. Annuſque Sydereus 365^{dier}. 6^{hor}. 9′.
„ $14\frac{1}{2}$″.

„ Motus Medii Luminarium ſuprapoſiti variis afficiuntur
„ Inæqualitatibus.

„ Et primo ſunt Annuæ Æquationes dictorum Motuum
„ mediorum Solis & Lunæ, & Apogæi Nodique Lunæ.
„ Æquatio Annua Motûs medii Solis pendet ab Excentri-
„ citate Orbitæ Telluris circa Solem, quæ eſt partium
„ $16\frac{11}{12}$, qualium mediocris Diſtantia Solis à Terra eſt
„ 1000; indeque vocatur Æquatio Centri: eſtque, cum
„ maxima, 1^{gr}. 56′. 20″. Maxima Æquatio Annua Mo-
„ tûs medii Lunæ eſt 11′. 49″. Apogæi ejus 20′. Nodi-
„ que 9′. 30″. Atque quatuor iſtæ Æquationes Annuæ
„ ſunt ſemper ſibi mutuo proportionales. Ideoque cum ea-
„ rum aliqua eſt maxima, tres reliquæ ſunt etiam maximæ;
„ diminutâ vero quâvis, minuuntur etiam & reliquæ in ea-
„ dem ratione: Unde datâ Æquatione Annuâ centri So-
„ lis, dantur & tres reliquæ Annuæ Æquationes congruæ;
„ illius igitur Tabula ſufficit: Nam ſi Æquatio Annua Cen-
„ tri Solis Tempori cuivis congrua inde deprompta voce-
„ tur P, & fiat $\frac{1}{10}P = Q$, $Q + \frac{1}{60}Q = R$, $\frac{1}{6}P = D$,

„ D +

„ $D + \frac{1}{30} D = E$, & $D - \frac{1}{60} D = 2 F$; erit Æquatio Annua eidem
„ Tempori congrua Lunæ quidem R, Apogæi Lunaris E, &
„ Nodi (F). Adnotandum, ſi Æquatio Centri Solis eſt ad-
„ denda, Æquationem Lunæ prædictam eſſe ſubducendam,
„ Apogæi Lunaris Æquationem addendam, Nodi vero
„ Æquationem ſubducendam; & è contra, ſi Æquatio
„ Centri Solis eſt ſubducenda, addenda erit Lunæ Æqua-
„ tio, Apogæi vero ſubducenda, & Nodi addenda.

„ Alia eſt Æquatio Motûs medii Lunæ, pendens à ſi-
„ tu Apogæi Lunaris reſpectu Solis, quæ maxima eſt cum
„ Apogæum Lunæ verſatur in Octante cum Sole, &
„ nulla cum illud ad Syzygias vel Quadraturas pervene-
„ rit. Æquatio hæc, quando maxima, ad 3′. 56″. aſ-
„ cendit, Sole in Perigæo verſante; ſi vero Sol Apo-
„ gæum teneat, non ultra 3′. 34″. In aliis Diſtantiis
„ Solis à Terra Æquatio hæc maxima eſt reciproce ut
„ Cubus iſtius Diſtantiæ. At cum Lunæ Apogæum eſt
„ extra Octantes, Æquatio dicta evadit minor, eſt que
„ ad maximam, poſitâ eâdem diſtantiâ Terræ & Solis,
„ ut ſinus duplæ Diſtantiæ Lunaris Apogæi à proxima
„ Syzygia vel Quadratura ad radium. Additur hæc Mo-
„ tui Lunæ, dum Lunæ Apogæum tranſit à Solis Qua-
„ drato ad Syzygiam; ſed inde ſubducitur in tranſitu Apo-
„ gæi à Syzygia ad Quadratum.

„ Alia porro eſt Motûs Lunæ Æquatio, pendens ab
„ Aſpectu Nodorum Orbitæ Lunaris cum Sole; eſtque
„ maxima cum Nodi in Solis Octantibus verſantur, eva-
„ neſcitque cum hi ad Syzygias aut Aſpectum Quadra-
„ tum appellunt. Æquatio hæc proportionalis eſt ſinui
„ duplæ Diſtantiæ Nodi à proxima Syzygia aut Quadra-
„ tura, cumque maxima ad 47″ aſcendit. Additur hæc
„ Motui Lunæ, dum Nodi tranſeunt à Solis Syzygiis ad
„ ejuſdem Quadraturas; & ſubducitur in eorum tranſitu
„ à Quadraturis ad Syzygias.

„ A Solis Loco vero aufer Motum medium Apogæi

„ Lunæ

„Lunæ æquatum, ut ſupra eſt oſtenſum; reſiduum erit „Argumentum Annuum dicti Apogæi. Exinde computen-„tur Lunæ Excentricitas & ſecunda Æquatio ejus Apo-„gæi modo ſequenti, [*qui in aliis quibuſvis intermediis Æquationibus computandis locum etiam habet*:] „Referat „T Terram; T S rectam conjungentem Terram & Solem; „T A C B rectam à Terra ductam ad Locum medium A-„pogæi Lunaris ut ſupra æquatum; angulus S T A Argu-„mentum Annuum dicti Apogæi; T A Lunaris Orbitæ „Excentricitatem minimam; T B ejuſdem Excentricitatem „maximam. Biſeca A B in C, centro C per A deſcribe „circulum A F B; fiat angulus B C F æqualis duplo Ar-„gumento Annuo: juncta recta T F erit Lunaris Orbitæ „Excentricitas, angulusque B T F erit ſecunda Apogæi „Lunæ Æquatio. Ad horum determinationem ſit medio-„cris Diſtantia Lunæ à Terra, ſive Orbitæ Lunaris Se-„midiameter, partium 1000000: Ejus maxima Excen-„tricitas T B erit partium 66782, & minima T A earun-„dem 43319; adeo ut maxima Orbis ejus Æquatio, cum „ſc. Apogæum eſt in Syzygiis, ſit 7^gr. 39′. 30″, vel „forſan 7^gr. 40′, 00″; (ſuſpicio enim eſt hanc mu-„tari pro ſitu Apogæi in ♋ vel ♑;) cum vero illud „in Solis Quadrato hæret, dicta maxima Æquatio ſit „4^gr. 57′. 56″, & ut maxima Apogæi Æquatio ſit 12^gr. „15′. 4″.

Tab. XXIX. Fig. 6.

„Conſtructâ ex hiſce principiis Tabulâ Æquationum „Apogæi Lunæ & Excentricitatum ejus Orbitæ ad ſingulos „gradus Argumenti Annui, unde Excentricitas T F & angu-„lus B T F (ſc. Æquatio ſecunda & præcipua Apogæi) dato „Tempori congruentes facile poſſint depromi; ad Locum A-„pogæi Lunæ primo æquatum ut ſupra addatur Æquatio mo-„do inventa, ſi Argumentum Annuum minus ſit 90^gr, aut „majus 180^gr, minus vero quam 270^gr; ſecus vero ab eo „ſubducatur: ſumma vel differentia erit Apogæi Lunaris Lo-„cus ſecundo æquatus; quo ſubducto ex Lunæ Loco ter-tio

„ tio æquato, relinquitur Lunæ Anomalia media dato Tempori congrua. Porro, ex hac Anomalia Lunæ media & modo inventa Orbis Excentricitate habebitur (ope Tabulæ Æquationum Centri Lunæ ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus, & aliquot Excentricitates *v. g.* 45000, 50000, 55000, 60000 & 65000 fabricatæ) Proſtaphæreſis ſive Æquatio Centri Lunæ, ut vulgo; quâ ſubductâ in priori Anomaliæ mediæ ſemicirculo, additâ vero in poſteriori ad locum Lunæ hactenus ter æquatum, prodit Lunæ locus quarto æquatus.

„ Maxima Lunæ Variatio, ſc. quæ contingit cum Luna eſt in Octantibus Solis, eſt fere reciproce ut Cubus Diſtantiæ Solis à Terra. Capiatur ea 37′. 25″ cum Sol eſt Perigæo, & 33′. 4″ cum in Apogæo: fiantque Variationis hujus in Octantibus differentiæ reciproce ut differentiæ Cuborum Diſtantiarum Solis à Terra, & exinde conſtruatur Tabula prædictæ Variationis Lunæ in Octantibus Solis (ejuſve Logarithmi) ad ſingulos denos vel ſenos vel quinos gradus Anomaliæ mediæ: Et pro Variatione extra Octantes, fiat ut radius ad ſinum duplæ Diſtantiæ Lunæ à proxima Syzygia vel Quadratura ita ſupra inventa Variatio in Octante ad Variationem dato Aſpectui congruam, quæ addita loco Lunæ ſupra invento in primo & tertio quadrante, (computando à Sole,) aut ab eodem ſubducta in ſecundo & quarto, exhibet Lunæ locum quinto æquatum.

„ Rurſus, ut radius ad ſinum ſummæ Diſtantiarum Lunæ à Sole & Apogæi Lunæ ab Apogæo Solis (vel ſinum exceſſûs iſtius ſummæ ſupra 360^{gr}) ita 2′. 20″ ad ſextam loci Lunæ Æquationem, ſubducendam ſi prædicta ſumma vel dictus exceſſus minor ſit ſemicirculo, addendam ſi major.

„ Fiat etiam ut radius ad ſinum Diſtantiæ Lunæ à Sole ita 2′. 20″ ad Æquationem ſeptimam. Hanc aufer quando Lunæ Lumen augetur, & (è contra) adde

„cum illud minuitur; & prodibit Lunæ Locus ſeptimo „æquatus, quique eſt Locus ejus in propria Orbita. Notandum Æquationem, quæ hic effertur per mediocrem „quantitatem 2′. 20″, non eſſe ejuſdem ſemper magni-„tudinis, ſed augeri & minui pro ſitu Lunaris Apogæi. „Nam ſi Apogæum Lunare conjunctum fuerit cum Solis „Apogæo, prædicta Æquatio eſt circiter 54″ major; ſin „illi oppoſitum, tantundem minor: libratque inter maxi-„mam quantitatem 3′. 14″ minimamque 1′. 26″. Atque „hæc obtinent ubi Apogæum Lunare eſt in Solis Syzy-„giis; ubi vero illud in Solis Quadrato hæret, minuenda eſt „Æquatio prædicta 50 circiter ſcrupulis ſecundis aut integro „ſcrupulo primo, quando Apogæum Lunæ & Solis Apogæum „conjuncta ſunt; ſi vero ſunt oppoſita, propter Obſervatio-„num penuriam affirmare nequeo augendane ſit illa, an mi-„nuenda. Immo de ſuprapoſitis incremento & decremen-„Æquationis 2′. 20″, propter Obſervationum ſatis ac-„curatarum defectum, certo ſtatuere non auſim.

„Si Æquationes ſexta & ſeptima augeantur vel mi-„nuantur in ratione reciproca Diſtantiæ Lunæ à Terra, „hoc eſt, in directa ratione Parallaxis horizontalis Lunæ; „accuratiores fient. Atque iſtud prompte fiet, ſi prius „Tabulæ fuerint conſtructæ ad ſingula ſcrupula dictæ Pa-„rallaxis, ſinguloſque ſenos vel quinos gradus cum Ar-„gumenti Æquationis ſextæ pro Æquatione ſexta, tum „Diſtantiæ Lunæ à Sole pro ſeptima.

„A Loco Solis vero aufer medium Motum Nodi aſ-„cendentis Lunæ æquatum ut ſupra; reſiduum erit No-„di Argumentum Annuum; unde ejus Æquatio ſecunda „computabitur modo ſequenti: In figura præcedente re-„ferat ut prius T Terram; T S rectam jungentem Terram „& Solem: Referat porro T A C B lineam ductam ad „Locum Nodi aſcendentis Lunæ ut ſupra æquatum, & „S T A Argumentum Annuum Nodi. Capiatur T A ad „A B ut 56 ad 3, ſive $18\frac{2}{3}$ ad 1. Biſeca A B in C, &

Tab. XXIX. Fig. 6.

„cen-

„ centro C intervallo CA vel CB deſcribe circulum AFB, „ fiatque angulus BCF æqualis duplo Argumento Nodi „ Annuo ut ſupra invento; eritque BTF angulus Æquatio „ ſecunda Nodi aſcendentis, addenda in tranſitu Nodi à Solis „ Quadrato ad Syzygiam, ſubducenda in ejuſdem tranſitu „ à Syzygia ad Quadraturam. Atque ſic habetur Locus „ verus Nodi Orbitæ Lunaris: Unde ex Tabulis metho- „ do vulgari conſtructis ſupputabitur Lunæ Latitudo & „ Reductio Lunæ ab Orbita ſua ad Eclipticam, poſitâ „ Inclinatione Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ 4gr. „ 59′. 35″ cum Nodi ſunt in Solis Quadrato; & 5gr. „ 17′. 20″ cum iidem in Syzygiis verſantur. Ex modo „ inventis Longitudine & Latitudine & data Obliquitate „ Eclipticæ 23gr. 29′, Lunæ Aſcenſio recta & Declinatio „ eruentur.

„ Lunæ in Syzygiis mediocriter diſtantis à Terra Pa- „ rallaxin horizontalem pono 57′. 30″; Motum hora- „ rium 33′. 32″. 32‴; & Diametrum apparentem 31′. „ 30″: In Quadraturis vero mediocriter à Terra diſtan- „ tis Parallaxin pono 56′. 40″; Motum horarium 32′. „ 12″. 2‴; & Diametrum apparentem 31′. 3″. Lunæ „ in Solis Octante mediocriter diſtantis centrum diſtat à „ centro Terræ quaſi $60\frac{2}{9}$ Semidiametrorum Terræ.

„ Solis Parallaxin horizontalem pono 10″; & 32′. 15″ „ apparentem ejus Diametrum in mediocri Diſtantia à Terra.

„ Telluris Atmoſphæra, refringendo & diſſipando Solis „ Lumen, Umbram projicit, perinde ac ſi opaca foret, „ ad altitudinem minimùm 40 aut 50 milliarium Geogra- „ phicorum: (Milliare Geographicum appello partem ſe- „ xageſimam Gradûs magni Circuli in Telluris ſuperficie:) „ Umbra hæc in Eclipſi Lunari in Lunam incidens Tel- „ luris Umbram auctiorem reddit. Et ſingulis milliaribus „ Atmoſphæræ Terreſtris reſpondent ſingula ſcrupula ſe- „ cunda in Lunæ diſco. Adeoque Umbræ Terreſtris Se- „ midiameter in Lunæ diſcum projecta augenda eſt 50

 circi-

„circiter ſecundis, aut (quod eodem recidit) in Ecli-
„pſi Lunari Lunæ Parallaxis horizontalis augenda eſt in
„ratione circiter 70 ad 69.

Si plura Lunæ Loca accuratiſſime obſervata (præſertim circa Quadraturas) cum ejuſdem Locis ad eadem tempora ex ſuprapoſita Theoria ſupputatis conferantur; patebit tandem num aliæ ſint Æquationes ſenſibiles, quibus Theoria hæc eſt amplificanda.

PROPOSITIO XXX.

Tempus mediæ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ proxime inſequentis ad datum Tempus determinare.

CONjunctio media eſt cum Locus Solis medius idem eſt cum Loco Lunæ medio in Ecliptica: Oppoſitio vero media cum ille huic opponitur. Quæratur ex Tabulis Motûs medii Lunæ à Sole Diſtantia media Lunæ à Sole dato Tempori (ad medium reducto) competens, quæ ſi nulla ſit, vel Signorum ſex, tunc erit ipſa Conjunctio aut Oppoſitio media; ſin minor, notetur defectus, (ſive arcus quem Luna percurrere debet ut Solem denuo aſſequatur ſi Conjunctio media deſideretur, vel ut à Sole ſex Signis elongetur ſi Oppoſitio,) & ex Tabula Motûs medii Lunæ à Sole in diebus, horis horæque partibus colligatur Tempus requiſitum ad iſtum arcum percurrendum; ſubducendo nempe ſemper ab arcu adhuc percurrendo arcum in Tabula repertum proxime minorem, Tempus quo ſubductus percurritur notando, Temporaque hæc in unam ſummam colligendo: hæc addita Tempori dato conficiet Tempus Syzygiæ mediæ quæſitum.

Quod ſi Tempora aliquot deinceps Syzygiarum mediarum quærantur, addatur Tempori ſupra invento Tempus revolutionis integræ Lunæ ad Solem; invenietur Tempus Syzygiæ ejuſdem nominis proximæ. Atque hoc quoties libue-

libuerit facile repetetur, & Syzygiæ quotquot libet invenientur.

PROPOSITIO XXXI.

Tempus veræ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ, proxime inſequentis, ad datum Tempus determinare.

Conjunctio vera Solis & Lunæ contingit cum Locus Solis verus idem eſt cum Lunæ vero & correcto ad Eclipticam reducto; Oppoſitio vera cum ille huic opponitur. Invento (per præc.) Tempore Syzygiæ mediæ proxime inſequentis, (quod exactiſſime determinare neceſſarium non eſt, cum illud prætcrpropter cognitum ſufficiat,) quærantur (per Prop. XVIII. Lib. III. & Prop. XXVIII. Lib. IV.) Solis & Lunæ Loca vera congrua, quæ ſi coinciderint aut oppoſita fuerint, Syzygia media & vera coincidunt; ſin ſecus, notetur Diſtantia Lunæ à Sole, quâ nempe Luna Solem ejuſve oppoſitum vel nondum eſt aſſecuta vel hactenus præteriit. Ad inveniendum vero ſpatium Temporis, quo Luna arcum hunc vel percurret vel hactenus percucurrit, ſic commode procedere licet: Quærantur Solis Lunæque Loca horâ ante vel poſt Temporis punctum ad quod hactenus habentur; quo pacto habebuntur Solis Lunæque Motus horarii horumque proinde differentia, ſive horarius Motus Lunæ à Sole ad datum Tempus; hoc eſt, habebitur ſpatium Temporis (nempe Hora) neceſſarium ut Luna à Sole moveatur arcu cognito modo invento. Et igitur; ſuppoſito quod Sol Lunaque æquabiliter moveantur tantillo tempore quo Syzygia vera poſſit à media diſtare, habebitur Tempus requiſitum ut Luna à Sole moveatur arcu quo à Sole diſtat Tempore Syzygiæ mediæ. Tempus hoc, additum Tempori Syzygiæ mediæ ſi Luna Solem ejuſve oppoſitum nondum erat aſſecuta, aut eidem detractum ſi hæc illum hactenus præteriit, dabit Tempus Syzygiæ veræ quæſitum.

Quod ſi ſumma deſideretur exactitudo, (ut fit in Syzygiis Eclipticis,) ad Tempus Syzygiæ veræ modo inventum quærantur rurſus Solis Lunæque Loca, quæ ſi congrua ſint aut oppoſita præciſe, hactenus quæſito ſatis eſt factum; ſin ſecus, Tempus hoc rurſus corrigatur ſimiliter atque prius; nempe ex Syzygiæ veræ Tempore prope vero, hactenus invento, ejuſdem Tempus exacte verum eodem modo eliciatur atque dictum illud Tempus prope verum ex Tempore Syzygiæ mediæ ſupra invento.

Communiter Calculatores Motum horarium Lunæ à Sole invento Tempori Syzygiæ mediæ competentem non exquirunt, ut ſupra docuimus; ſed ex Tabulis depromunt, ubi Solis Lunæque horarii Motus diſponuntur pro Anomaliæ gradu quem reſpective tenent: nec male quidem in Sole; at in Luna, tot Inæqualitatibus obnoxia, cautius procedendum: Ulterior vero correctio tollit omnem Errorem, qui hinc oriri poſſit. Pari modo determinabitur Tempus alterius cujuſvis Aſpectûs Solis & Lunæ.

SECTIO VII.

De Eclipsi Lunæ.

CUm Lib. III. actum ſit de vero Motu Telluris circa Solem, cui per omnia reſpondet Solis circa Terram Motus apparens; & Lib. hoc IV. de Lunæ è Terra ſpectatæ Motibus variis; omniaque quæ ob Diurnum Telluris Motum circa proprium Axem in Cœlis apparent Lib. II. pertractata habeantur; quæcunque Soli Lunæve accidunt ex ſupra traditis facile deduci poterunt. Quoniam vero *Eclipſes Luminarium* Phænomena ſunt inter Cœleſtia admodum conſpicua, quarum contemplationi, cauſarum inveſtigationi & calculo plurimum (immo ipſos fere natales) debet Aſtronomia; illas aliorum exemplo ſeorſim tractabimus, præſertim cum hic plurimæ occurrant ſpeculationes dignæ quæ plene excutiantur. In hunc

hunc finem Lemmata quædam ad utramque Eclipſin præmittemus de Luminarium Semidiametris apparentibus, Terræ & Lunæ Umbris &c. quæ vulgo nomine *Diagrammatis Hipparchi* indigitantur, quia ex harum comparatione (quæ ex Diagrammate eſt ſatis manifeſta) *Hipparchus* Luminarium Magnitudines & Diſtantias definire eſt aggreſſus; ſicut antea ab *Ariſtarcho* factum in *Libro De Magnitudinibus & Diſtantiis Solis & Lunæ*, & poſtea à *Ptolemæo Cap.* XV & XVI. *Lib.* V. *Magnæ Conſtructionis.*

PROPOSITIO XXXII.

Solis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempori congruas invenire.

OBſerventur Tempore quovis Solis Lunæque Semidiametri apparentes; cumque ex Theoriis Solis & Lunæ ſupra traditis horum Diſtantiæ à Terra tam Tempore Obſervationis quam alio quovis dato innoteſcant; eorum apparentes ſemidiametri etiam innoteſcent: Sunt enim dati corporis ſphærici Semidiametri apparentes reciproce ut ejus diſtantiæ ab oculo.

Artifices Tabulas condunt Semidiametrorum Solis & Lunæ apparentium pro Anomaliæ mediæ gradu (quiniſve gradibus) quem Luminare tenet. Cumque porro ſphæræ ſemidiameter, in eadem diſtantia à Terræ centro; major ſit quo Vertici propior eſt, quippe ſpectatori vicinioris; & differentia hujus in Horizonte & Vertice ſit in Luna ſenſibilis, in Sole non item: ideo Tabulas Incrementi Semidiametri Lunæ apparentis pro ſingulis (vel quinis) gradibus Elevationis Lunæ ſupra Horizontem etiam condunt.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Si ſphæra opaca lucidæ ſphæræ exponatur, fiet umbra totalis ſive plena (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi ad quod nullus lucidæ ſphæræ radius pertingit) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis eſt recta ſphærarum centra conjungens, baſis circulus ſphæræ opacæ partem illuminatam ab obſcura diſterminans: & angulus verticalis trianguli per axem eſt proxime æqualis differentiæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus umbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, umbroſi circuli ſic geniti diameter ex centro opacæ ſphæræ videbitur ſub angulo proxime æquali intervallo duorum angulorum; quorum alter eſt aggregatum angulorum ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli umbroſi videtur, alter angulus in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Tab. XXIX. *Fig.* 7.

SInt duæ ſphæræ centris A & B, quarum altera eſt lucida altera opaca: jungatur recta A B per quam traducatur planum, cujus communes ſectiones cum ſphæris ſint circuli D F, E G; ducantur rectæ D E, F G binos circulos ad partes eaſdem in D & E, F & G contingentes, & producantur donec cum A B etiam producta concurrant in C. Patet umbram totalem ſive plenam, quam alterutra ſphæra opaca ab altera lucente illuminata projicit, contineri ſub conica ſuperficie deſcripta per rectam D C circa axem A B rotatam; hoc eſt, ſuperficie coni recti cujus axis eſt recta A B C, baſis circulus cujus diameter eſt recta D F vel E G. Superficiei conicæ annumero cylindricam factam cum expoſitæ ſphæræ ſunt æquales.

Ex A ducantur rectæ circulum G E contingentes in H & I, & producatur A H donec cum C D concurrat in K, & ex B ducantur rectæ tangentes circulum D F in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus A C D æqualis eſt

A K D,

A K D, dempto K A B: Sed (propter ſuppoſitam magnam ſphærarum diſtantiam) angulus A K D eſt proxime æqualis A B L; & igitur A C D æqualis eſt A B L, dempto K A B. Et ſumendo horum duplos, angulus F C D æqualis eſt angulo M B L, dempto I A H angulo. *Tab. XXIX. Fig. 7.*

Ponatur alterutra ſphæra, *v. g.* E G opaca, & ſecetur conus umbroſus E C G utcunque plano baſis plano parallelo, fietque (per *Prop.* IV. *Lib.* I. *El. Conic.*) circulus, cujus diameter N O eſt rectæ D F vel E G parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur P Q, P R circulum E G tangentes, & jungantur rectæ B O, B N. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus P B N æqualis eſt B N E, dempto B C N: Sed (ſi B N ſit fere æqualis B P, quod ſuppono) B N E eſt proxime æqualis B P Q, & modo eſt oſtenſum B C N eſſe æqualem A B L, dempto B A H; & igitur P B N æqualis eſt aggregato angulorum B P Q & B A H, dempto A B L angulo. Et ſumendo horum duplos, angulus O B N æqualis eſt aggregato angulorum Q P R, H A I, dempto L B M angulo. Q. E. D.

Si E G ponatur ſphæra lucida & D F opaca, eadem obtinere deprehendentur, ſi O N & quæ hinc pendent ducantur ultra ſphæram D F reſpectu B.

SCHOLIUM.

Si ſphæra D F referat Solem; E G Terram, huic accenſendo quicquid ei circumfuſum eſt quod radiorum tranſitum impedit; E C G Umbram Terræ; & N P O partem Orbitæ Lunaris: Erit angulus A B L apparens Semidiameter Solis ex centro Terræ viſi; B A H Parallaxis Solis horizontalis; B P Q Parallaxis horizontalis Lunæ in diſtantia B P; adeoque B C E ſemiangulus verticalis Coni umbroſi æqualis differentiæ Semidiametri apparentis & Parallaxis horizontalis Solis; & P B N Semidiameter ex Terræ centro apparens Umbræ Telluris (ad Lunæ tranſitum) æqualis ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ minutæ

Tab. XXIX. *Fig.* 7. Semidiametro apparenti Solis. Et igitur, datis tribus ex hiſce quatuor non latebit quartus: *ex. gr.* hinc Solis Parallaxis, & proinde (per Prop. XLVI. Lib. II.) ejus Diſtantia, æſtimari poterit: Nam Parallaxis Lunæ horizontalis & Solis Semidiametri apparentis, Obſervatione notarum, differentia ſubducta à nota (per Eclipſis Lunæ Obſervationem) Umbræ Terreſtris ad notam Lunæ Diſtantiam Semidiametro apparenti relinquit Solis Parallaxin.

At ſi DF ſit Sol, EG Luna, & NPO portio Diſci Telluris (hoc eſt, plani Circuli in Terra maximi, cui normalis eſt recta Solis & Terræ centra conjungens) in quam Umbra incidit; Umbræ Semidiameter ex Lunæ centro B videtur ſub angulo PBN æquali ſummæ Semidiametrorum Lunæ ex Solis & Terræ centris apparentium, minutæ Semidiametro apparenti Solis è centro Lunæ viſi. Et quoniam, propter immenſam Diſtantiam Solis à Terra reſpectu Diſtantiæ inter Lunam & Terram, Solis Diameter ex Luna in eodem proxime angulo videtur quo ex Terra, & Lunæ Semidiameter ex Sole viſa pro nulla quaſi eſt habenda, quippe ſub-quadrupla fere Parallaxis Solis horizontalis; Semidiameter Umbræ Lunæ in Diſcum Telluris exceptæ videtur ex centro Lunæ ſub angulo æquali fere differentiæ angulorum, ſub quibus Solis & Lunæ Semidiametri ex Terræ centro apparent.

Verum, ſi Solis Semidiameter è Terra viſa major ſit Semidiametro Lunæ ſpectatâ ex eadem, apparens Semidiameter Umbræ (cum ſit æqualis minori poſt demptam majorem) negativa evadit; hoc eſt, poſt terminatam finitamque Umbram in Coni apice, circellus factus ex ſectione Coni, Umbroſo Cono ad verticem poſiti, ex Luna videtur ſub angulo æquali differentiæ angulorum, in quibus Sol & Luna ex Terræ centro apparent. Circellus autem hic circelli Umbroſi locum tenet: eſt enim totius circuli penumbroſi maxime obſcurus, & (Umbræ plenæ inſtar) æqualiter obſcurus; cujus nempe puncta ſingula

gula illuſtrantur ab exceſſu Solaris Diſci ſupra Lunarem ex Tellure apparente: Nam præcedentia omnia vera ſunt de ON recta ultra C ducta.

PROPOSITIO XXXIV.

Si Sphæra opaca Sphæræ lucidæ exponatur, præter umbram totalem ſive plenam fiet penumbra (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi, à cujus ſingulis punctis aliqui per opacam ſphæram arcentur radii) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis idem eſt cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis eſt ſummæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus hic penumbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, penumbroſi circuli ſic geniti (incluſo circulo plene umbroſo ad ejus centrum, ſi quis ſit) diameter ex centro opacæ ſphæræ ſpectata videtur ſub angulo æquali aggregato trium angulorum; eorum nempe ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli penumbroſi videtur, ejuſque in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Reliquis manentibus ut in præc. ducantur rectæ DE, FG circulos ad partes alternas contingentes, ſe mutuo in rectæ AB puncto C decuſſantes. Patet præter umbram totalem projici etiam circa hanc penumbram in partes à lucida ſphæra averſas, quia ſpatium omne intra ſuperficiem conicam, genitam à recta DE ultra ſphæram opacam producta circa axem AB rotata, tale eſt ut ab ejus ſingulis punctis quidam ſphæræ lucidæ radii arceantur per interpoſitionem opacæ; & ideo non tantum illuſtratur atque reliquum huic ſpatio conico circumfuſum, à quo nulli arcentur. Et ſpatii hujus partes viciniores ipſi umbræ plenæ (in ejus meditullio poſitæ, à quo omnes arcentur radii à lucida ſphæra manantes) obſcuriores ſunt Tab. XXX. Fig. 1.

Tab. XXX. Fig. 1. quam remotiores; quippe radiis à minore lucidæ ſphæræ parte provenientibus illuſtratæ: Superficiès autem penumbram circumſcribens eſt coni recti, cujus axis eſt recta AB ultra ſphæram opacam protenſa, baſis vero circulus diametro DF. vel EG deſcriptus.

Eodem prorſus modo quo in præc. ex A ducantur rectæ circulum GE, contingentes in H & I, quarum AH cum ipſa DB producta concurrat in K; & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt AKD & BAK ſimul: Sed AKD eſt proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis eſt ABL & BAH ſimul. Et ſumendo horum duplos, angulus FCD æqualis eſt angulis MBL & IAH ſimul ſumptis.

Ponatur alterutra ſphæra, *v. g.* EG opaca, & ſecetur conus penumbroſus plano baſis plano parallelo, fietque circulus cujus diameter NO eſt rectæ DF vel EG parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis eſt BNC & BCN ſimul ſumptis: Sed (ſi BN ſit fere æqualis BP, quod ſuppono) BNC eſt proxime æqualis BPQ, & modo oſtenſum eſt BCN eſſe æqualem ABL & BAH ſimul ſumptis; & igitur PBN æqualis eſt aggregato trium angulorum BPQ, BAH & ABL. Et ſumendo horum duplos, angulus OBN æqualis eſt aggregato trium angulorum QPR, HAI & LBM.

SCHOLIUM.

Si ſphæra DF referat Solem, EG Terram; & NPO partem Orbitæ Lunaris; Penumbræ Semidiameter ex centro Terræ viſa æqualis eſt ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ auctæ Semidiametro apparenti Solis.

At ſi ſphæra DF referat Solem, EG Lunam, NPO portionem Diſci Telluris in quam Penumbra incidit; Penumbræ Semi-

Fig. 2.

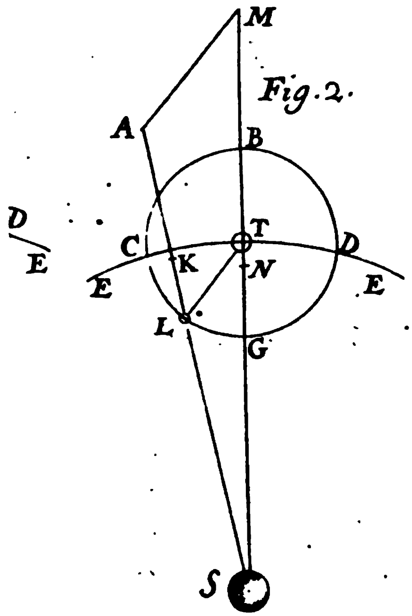
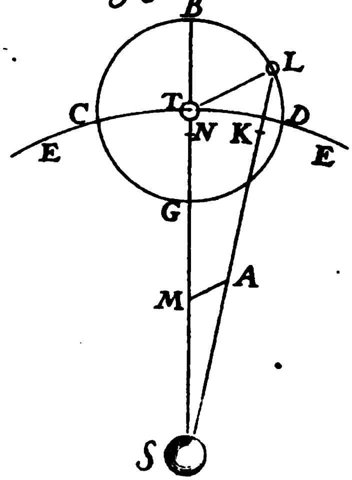


Fig. 3.



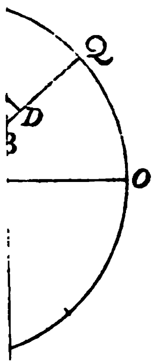


Fig. 5.

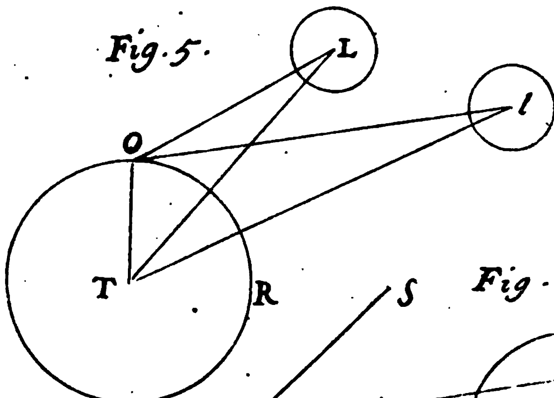


Fig. 6.

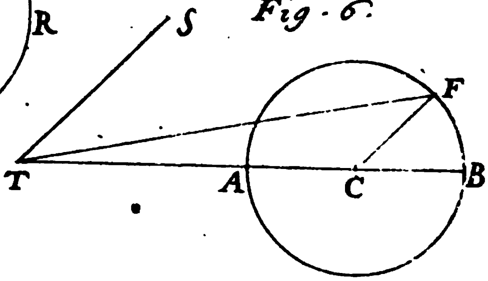
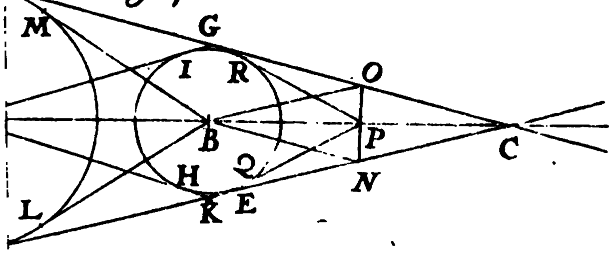


Fig. 7.



L. IV. OF MICH.

Semidiameter ex Lunæ centro videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum apparentium Lunæ ex centris Solis & Terræ, & Semidametri apparentis Solis ex centro Lunæ: & proinde, propter rationes in Schol. Prop. præc. allatas, in angulo proxime æquali aggregato Semidiametrorum Luminarium ex Terræ centro viſarum. Tab. XXX. Fig. 1.

PROPOSITIO XXXV.

Num dati Menſis Plenilunium futurum ſit Eclipticum determinare; & ſi futura eſt Eclipſis, ejus Speciem (hoc eſt, ſitne Partialis aut Totalis, cum aut ſine Mora) definire.

INveniatur per Prop. XXXI. Plenilunii veri dato Menſe contingentis Tempus, ad quod (per Prop. XVIII. Lib. II.) quæratur Locus Solis, dabiturque proinde punctum huic oppoſitum: Sit illud O in annexis figuris, ubi C ☊ refert Eclipticam. Ad idem Tempus quærantur Loca Nodorum Lunæ, (quorum puncto O proximus ſit ☊,) & Inclinatio Orbitæ Lunæ ad Eclipticam. Per O ductus intelligatur Latitudinis circulus O P, Orbitæ Lunæ ☊ P occurrens in P puncto, ubi Luna verſatur tempore Plenilunii veri. In Lunæ Cœlo circa O centrum perpetuo verſatur circulus umbroſus per R G expreſſus, ex ſectione Umbræ Terræ conica per dicti Cœli portionem baſi Coni parallelam genitus, quem ſi Luna M H, vel tota vel in parte, ſubintret, futura eſt Eclipſis; ſin aliter, nulla. Luna vero omnium proxime ad O accedit, adeoque ſi in Umbram immergitur omnium maxime in Umbram immergitur, cum ejus centrum punctum L tenet, quod arcus circuli maximi O L in Viam Lunæ perpendicularis oſtendit: punctum enim L propius ad O accedit quam aliud quodvis Viæ Lunaris punctum. Patet vero ſi O L arcus excedit O R & L M Semidiametros Umbræ & Lunæ ſimul ſumptas, (ut in fig. I.) Lunam ab Umbra illibatam in Via ſua ☊ P promoveri. Fig. 2.

Tab. XXX. Fig. 2. Si O L ipſi dictarum Semidiametrorum ſummæ æqualis fuerit, Luna Umbram continget quidem, nec tamen illam ſubintrabit aut deficiet. Si arcus O L minor ſit aggregato Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, major tamen quam illarum intervallum, (ut in fig. 2.) Luna deficiet; Defectus tamen non erit Totalis, ſed Partialis tot Digitorum quot Unciæ Diametri Lunaris Diſci in Umbram immerguntur. Si vero prædictus arcus O L ipſi dictarum Semidiametrorum intervallo æquetur, Defectus Totalis quidem erit, at ſine Mora: Quamprimum enim Luna tota in Umbram immergitur, Lunari Diſco circulum Umbroſum interius contingente, Luna ulterius paululum progreſſa denuo emergere ſtatim incipiet. Quod ſi O L arcus minor ſit quam prædictum Semidiametrorum Umbræ & Lunæ intervallum, tum integra Luna in Umbram immergetur, aliquâ Umbræ parte ultra Lunam protenſa, (ut in fig. 3;) unde non ſolum Totalis erit Lunæ Defectus, ſed aliquandiu durabit; hoc eſt, erit Totalis cum Mora, majori quidem aut minore pro arcûs O L magnitudine, Umbræ craſſitie Lunæque velocitate.

Fig. 3. Quomodo vero arcus O L ſit inveniendus, ſic patet: In triangulo ſphærico ☊ O P rectangulo ad O, datur ☊ O diſtantia Nodi à puncto Soli oppoſito, angulus ad ☊ Inclinatio Viæ Lunaris ad Eclipticam tempore Conjunctionis, unde invenientur angulus ad P & latus O P. Rurſus, in triangulo P O L præter rectum ad L dantur modo inventa latus & angulus, unde O L & P L eruentur. Promptiſſime autem invenitur O L ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini ad argumentum Latitudinis æquale ipſi ☊ O: Nam poſito ☊ ω æquali ☊ O patet ω λ arcum ad Eclipticam perpendicularem æqualem eſſe arcui O L; in triangulis etenim O L ☊, ω λ ☊ communem angulum ad ☊ habentibus omnia ſunt æqualia. Porro, ad Tempus Plenilunii ſupra inventum datur (per Prop. XXXII.) Lunæ Semidiameter apparens, &

(per

(per Schol. Prop. XXXIII.) apparens Semidiameter Umbræ Telluris, qua Luna hanc tranſit; & igitur poterit Semidiametrorum Umbræ & Lunæ ſumma vel differentia cum arcu O L ſupra invento comparari, & inde judicium ferri de Eclipſis Lunaris ſpecie, ſecundum ſuperius demonſtrata. Tab. XXX. Fig. 3.

Communiter per Umbram Telluris non niſi totalis Umbra intelligitur; hæc enim ſola omne Lumen Lunare tollit, quippe ad quam nulli radii Solares pertingunt: neque Lunam deficere dicimus nos Terricolæ, niſi iſtud accidat. Luna autem revera deficere incipit quamprimum Telluris Penumbram ingreditur, quippe quæ minus in hoc caſu illuſtratur, opacâ Terrâ quoſdam Solis radios ab illa arcente. Sed & ipſius Penumbræ Terreſtris effectus in Lunam nobis Terricolis manifeſti ſunt: inde enim fit quod Luna jamjam defectura prius hebetetur & palleat, præſertim in parte qua vicina eſt Umbræ. Nam (ut Prop. XVIII. Lib. I. explicatum eſt) priuſquam totus Sol tegatur alicui parti Lunæ, hoc eſt, priuſquam Luna totalem Umbram attingat, pars Solis ab ipſa per Terram intercipitur, & Solis pars major ab ejus Limbo Umbræ totali propiori: totus autem Sol clarius Lunam illuſtrat quam pars, & pars major clarius quam minor. Si igitur de hujuſmodi Eclipſi Lunæ ſermo ſit, loco Umbræ totalis Terræ (de qua ſola ſuperius dictum) ſumenda eſt Penumbra, cujus Semidiameter per Schol. Prop. XXXIV. innoteſcet.

COROLLARIUM.

Hinc *Termini* qui vocantur *Ecliptici* pro Luna definientur. Si enim O L minor ſit quam ſumma Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, aliqualis ſaltem erit Eclipſis. In triangulo igitur ☊ L O datis præter rectum ad L angulo L ☊ O & latere O L, dictæ Semidiametrorum ſummæ æquali, invenietur latus ☊ O, diſtantia nempe Lu- Fig. 3.

nae

Tab. XXX. Fig. 3. næ à Nodo in Ecliptica computata ; quâ obtinente, tempore Plenilunii veri, Luna illibato lumine Umbram præteribit : ſi vero dicto Plenilunii momento, Lunæ diſtantia à Nodo minor ſit quam ſupra inventus ☊ O arcus ; Luna Eclipſin patietur aliqualem : Ob parvitatem vero anguli ad ☊ & laterum trianguli ☊ O P, O P parvò admodum intervallo differt ab O L ; & igitur Termini Ecliptici ii tuto conſtituentur, quando Tempore Plenilunii veri Lunæ Latitudo eſt æqualis ſummæ Semidiametrorum Lunæ & Umbræ.

LEMMA.

Fig. 4. *Datis in ſuperficie ſphæræ arcubus* BC, DE *circulorum maximorum, qui in datis angulis inſiſtunt ſuper* ABD *circulum etiam maximum, una cum arcu* BD, *invenire angulum* A, *quem circulus maximus per* C *&* E *traductus comprehendit cum* BD.

DUcantur circuli maximi BE, CD. In triangulo CBD datis lateribus CB, BD cum angulo interjecto CBD, dantur latus CD anguluſque CDB: Sed datur angulus BDE; ergo & CDE notus erit. In triangulo porro CDE datis lateribus CD, DE cum angulo CDE, innoteſcet & CED angulus. In triangulo tandem ADE datis angulis ADE, AED cum latere DE, invenietur angulus A.

PROPOSITIO XXXVI.

Datis Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lunæ, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circulum, data Lunæ diſtantia à Nodo competentem.

IN præcedentibus oſtenſum eſt quomodo Viæ Lunæ abſolutæ, ſive Orbitæ, Inclinatio ad Eclipticam ad datum

tum Tempus reperiatur. Verum in Luminarium Defectibus ſupputandis ſcire oportet Viam quam tenet Luna à Sole eive oppoſito puncto, quomodo nempe hæc ad Eclipticam inclinatur; & Lunæ Motus conſideratur qui à Sole fit, quaſi Sol ipſe immotus conſiſteret, aut potius quaſi Sol poſt aliquem motum in priſtinum locum retraheretur, unaque Luna tantundem, per rectas parallelas. In hoc caſu patet Viam, quam Luna à Sole in ſenſu jam explicato ingreditur, aliam eſſe à Via Lunæ abſoluta, aliterque ad Eclipticam inclinari.

Ad hanc Inclinationem exquirendam referat S C Eclipticam, L B Viam Lunæ abſolutam, ☊ Nodum: Sit S Sol aliudve quodvis Eclipticæ punctum, datam habens à Sole diſtantiam; L Locus Lunæ, cujus Latitudo L A: In temporis parte ſatis parva (Hora *e. g.* aut binis Horis) motus intelligatur Sol ab S ad σ, & Luna ab L ad λ. Retrahi jam ſupponatur Sol ab σ ad S, ſimulque tantundem Luna, nempe ab λ ad *l* per rectam λ *l* parallelam & æqualem σ S; junctus intelligatur arcus L *l*, qui erit Via quam Luna à Sole mota percurrit, licet ejus Via abſoluta ſit circulus L B. Ad determinandam Viam hanc L *l*, dantur L A Latitudo puncti L in vera Lunæ Via dati, & *l a* Latitudo puncti *l* eadem cum λ α Latitudine puncti λ in vera abſolutaque Lunari Via L B etiam dati, cum detur ejus diſtantia λ L à dato L, Via nempe Lunæ dato tempore percurſa: datur etiam A *a* differentia Longitudinum, nempe exceſſus datæ A α ſupra *a* α vel S σ; dabunturque proinde (per præc. Lem.) angulus inter L *l* Viam Lunæ à Sole & Eclipticam, & angulus L *l a* inter dictam Viam & Latitudinis circulum *a l* comprehenſus. Q. E. F. Tab. XXX. Fig. 5.

COROLLARIUM.

Quo minor eſt Motus Lunæ à Sole, eo (cæteris paribus) angulus inter Eclipticam & *l* L major eſt; nam, Fig. 5.

Tab. XXX. Fig. 5. λ *l* eâdem manente, patet quo L λ fuerit minor angulum λ L *l* eſſe majorem: Et quo punctum L eſt Nodo propius, eo (cæteris paribus) major erit angulus inter *l* L & Eclipticam; nam quo L eſt propius ad ☊, λ L portio minima, conſiderata tanquam recta, majorem angulum cum ☊ C comprehendit, & igitur à fortiori *l* L: Sed & angulus *l* λ L etiam major eſt, quia λ *l* eſt ubique ad ☊ C parrallela.

SCHOLIUM.

Artifices Tabulas condunt angulorum horum, quos Via Lunæ à Sole cum Ecliptica comprehendit, pro vario tum Lunæ à Sole Motu horario, tum Lunæ à Nodo diſtantia, ut Lunæ per Telluris Umbram, Umbræve Lunaris per Telluris diſcum, Via prompte & facile determinetur. Tabulas haſce ſupputant ad ſingula gradûs ſcrupula prima exceſſûs Lunaris Motûs ſupra Solarem in Horæ ſpatio: Sed cum in Eclipſibus præcipue inſerviant, harum Tabulæ ad diſtantiam à Nodo tantum producuntur; in qua Luna verſans in Umbram Terræ incurrere poteſt, aut Umbram ſuam in aliquam Telluris partem projicere.

PROPOSITIO XXXVII.

Media Eclipſis Lunaris dato Menſe contingentis Tempus determinare.

Fig. 6. Referat ut prius ☊ K Eclipticam; ☊ E Viam Lunæ à Sole per præc. inventam pro Eclipſi Media, (ſi libet hanc habere, quaſi obtineret toto Eclipſis tempore, quod tuto ſatis fit; alias licebit exactius procedere Viam hanc Lunæ à Sole ſæpius quærendo;) ☊ Nodum hujus proximum; D R C G Umbræ Telluris ſectionem circularem à Cœlo Lunari factam, in quam Luna deficiens incurrit, cujus centrum ſive potius polus O. Eodem

Eodem polo deſcribatur alter circulus A F B umbroſo circulo exterior, ita ut diſtantia A C inter horum circumferentias æquetur Semidiametro Lunæ apparenti. Circuli hi occurrant Viæ Lunari in M, N, A, B. Si ☊ E non ſecat circulum A F B, nulla erit Eclipſis per præc. Ducti intelligantur arcus circulorum maximorum O A, O B circulo D C G in C & D occurrentes; item circulus Latitudinis O P Viæ Lunæ in P occurrens, ut prius. Si per O ducatur O R F arcus circuli maximi perpendicularis ad circulum ☊ E; illi in L occurrens; erunt (ex *Element. Sphæric.*) arcus L B, L A, item L M, L N æquales. Adeoque Luna (quam Eclipſis tempore æquabiliter moveri ſupponimus) tantum temporis inſumit pergendo ab A ad L quantum ab L ad B. Centris ſive polis A, B, diſtantiis A C, A D deſcripti intelligantur circuli, qui Lunam rite referent (cum A C ſit ad O C ut Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Umbræ) contingentque circulum D C G, puta in C & D. Lunæ centro punctum A obtinente Eclipſis Lunæ incipit, (quippe Lunæ limbus Umbræ limbum in C attingit,) & centro hoc ad B progreſſo finitur Eclipſis ob eandem rationem; & igitur Eclipſis iſtius Medium incidit dum Lunæ centrum punctum L tenet, idem nempe proxime in quo verſante centro Lunam omnium maxime in Umbram immergi Prop. præc. oſtenſum eſt. Similiterque oſtendemus Tempus, quo Lunæ centrum punctum L attingit, in Eclipſibus totalibus eſſe medium Obſcurationis totalis, quando integra Luna in Umbram immergitur; ut verbo dicam, eſſe medium tranſitûs centri Lunæ ab N ad M, quia N L æqualis L M. Nodi Locus & Limitum Inclinatio pro immutatis habentur, non ſolum propter parvitatem temporis quo Eclipſis durat, ſed quod Nodis in Syzygiis cum Sole verſantibus hæc vere immutata manent, per Propp. XIV & XV. Problema igitur huc redit, ut determinetur Temporis punctum cum Lunæ centrum in L reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus

Tab. XXX. Fig. 6.

 veræ

Tab. XXX. Fig. 6. veræ Oppoſitionis, hoc eſt, tempus quando centrum Umbræ erit in O, & Luna in P; niſi hæc duo coincidant, quod fit cum tempore veræ Oppoſitionis Sol Nodorum Lunarium alterutrum tenet, quo caſu OL, PL & OP evaneſcunt: In præc. autem inventa eſt per reſolutionem triangulorum ☊OP, OLP, magnitudo arcûs LP. Inveniendum igitur eſt tempus requiſitum ut Luna percurrat PL, & quidem non PL ſimpliciter, ſed PL ultra Solis Motum in Ecliptica; (nam interea dum Luna tranſit à vera Oppoſitione ad punctum ſuæ Orbitæ centro Umbræ proximum, vel ab hoc ad illam, Sol eique proinde Oppoſitum punctum, Umbræ centrum, in Ecliptica procedit;) quod fit inveniendo Motus horarios Solis & Lunæ tempori Eclipſis congruos, & inde horum differentiam, Lunæ à Sole Motum horarium tempori Eclipſis competentem, ut in Prop. XXXI; unde per analogiam invenietur tempus requiſitum ut Luna à Sole moveatur per arcum cognitum LP. Ex figurarum reſpectivis caſibus adaptatarum inſpectione patet tempus, quo Lunæ centrum eſt in L puncto Umbræ centro proximo, præcedere Tempus Oppoſitionis veræ celebrandæ cum Luna ad P pervenerit, in caſu præſente; hoc eſt, cum Luna mox ſuperavit Nodum aſcendentem, quod obtinet etiam cum mox ſuperavit Nodum deſcendentem: Sed cum Luna nondum aſſecuta eſt Nodos, Tempus mediæ Eclipſis poſterius eſſe Tempore Oppoſitionis veræ; unde conſtat quando Tempus inter veram Oppoſitionem mediamque Eclipſin Tempori Oppſitionis addendum ſit quando ſubducendum, ut conficiatur Tempus mediæ Eclipſis.

Artifices vulgo Tabulas condunt Temporis, quo LP arcus percurritur, addendi aut ſubſtrahendi à Tempore Syzygiæ veræ, ut fiat Tempus Eclipſis mediæ aut Obſcurationis maximæ. Tempus hoc varium eſt pro varia Motûs Lunæ à Sole velocitate & varia diſtantia à Nodo. Tabulas haſce, ut prius illas de quibus Schol. Prop.

XXXVI,

xxxvi, ad ſingulos gradus Terminorum Eclipticorum producunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tempus Initii & Finis Eclipſis Lunæ dato Menſe contingentis, item Immerſionis totalis Lunæ in Umbram determinare; indèque Durationem tam integræ Eclipſis quam totalium Tenebrarum definire.

Iisdem poſitis quæ in præcedente, niſi quod in ſchemate 1. Luna deficiens verſus Nodum deſcendentem vergere ponatur, patet Eclipſin incipere cum centrum Lunæ eſt in A, Lunæ limbo Umbræ limbum ad C (per *Prop.* IV. *Lib.* II. *Theod.*) contingente. In triangulo igitur ALO rectangulo ad L dantur præter rectum hypothenuſa OA, ſumma nempe Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, & OL diſtantia minima centri Umbræ à centro Lunæ Prop. XXXV. inventa; invenietur igitur arcus AL, adeoque Tempus requiſitum ut Luna hunc (exceſſu motûs ſui ſupra Solis motum) percurrat; hoc eſt, Semiduratio integræ Eclipſis. Sed ex præc. notum eſt Tempus mediæ Eclipſis; innoteſcent igitur ejus Initium & Finis. *Tab.* XXX. *Fig.* 7. & 8.

Ad determinandum Initium totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ, reliquis manentibus ut ſupra, ſit in ſchemate 2, ubi Defectus Lunæ incidit dum Luna ad Nodum aſcendentem appropinquat, circulus AFB circulo umbroſo CDG interior; circulus centro A, diſtantiâ AC deſcriptus (per *Prop.* III. *Lib.* II. *Theod.*) tanget CGD interius, adeoque rite Lunam repræſentabit in propria Via E☊ progredientem, cum primum tota in Umbram GCD immergitur. Ad inveniendum Temporis punctum quando centrum Lunæ tenet A, in triangulo rectangulo ALO dantur latera OL (per Prop. XXXV.) & OA, quod per conſtructionem æquale eſt differentiæ Semidiametrorum Umbræ & Lunæ; innoteſcet igitur AL arcus

cus Viæ Lunaris percurrendus motu Lunæ ſupra motum Solis, ex quo Luna tota in Umbram immergitur ad uſque Eclipſis medium. Ex cognito igitur ad Eclipſis tempus motu Lunæ à Sole tempori certo (*v. g.* Horæ) competenti, cognoſcetur tempus inſumendum ut Luna (exceſſu motûs ſui ſupra motum Solis) arcum A ℓ percurrat; hoc eſt, Semiduratio totalium Tenebrarum. Sed per præcedentem notum eſt mediæ Eclipſis momentum, unde Initium & Finis totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ innoteſcent. Q. E. F.

SCHOLIUM.

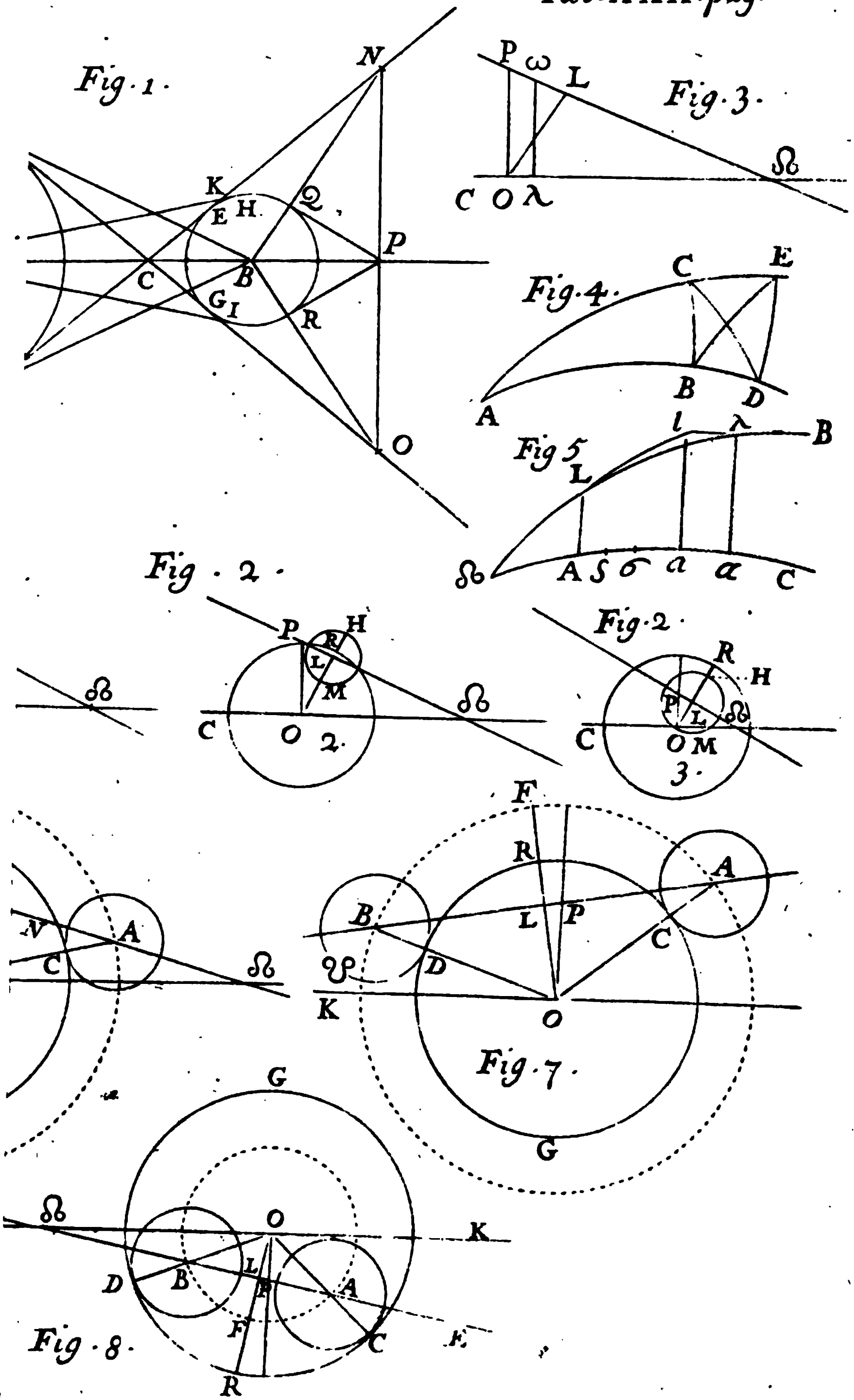
In reſolutione trigonometrica triangulorum O L P, A L O, B L O, ut & figurarum L ℓ λ, A L λ α, in Prop. præc. poterunt illa pro rectilineis haberi (quod & communiter fit) ob parvitatem laterum: tantilla enim ſuperficiei ſphæricæ portio tuto poteſt cenſeri plana.

PROPOSITIO XXXIX.

Quantitatem Eclipſis dato Menſe contingentis, tam in ejus medio, quam alio quovis dato Tempore definire.

Tab. XXXI. Fig. 1. & 2. Iisdem poſitis, in annexo ſchemate Defectum Lunæ referente contingentem paulo poſt ſuperatum Nodum deſcendentem, invenienda eſt Quantitas Eclipſis mediæ partialis. Lunæ Diſcus Defectu medio centro L (jam ſæpius determinato) deſcriptus ſecet O R rectam in M. Cum igitur detur (in partibus circuli maximi in Sphæra Cœleſti) O R Semidiameter Umbræ, & Prop. XXXV. inventus ſit O L arcus, diſtantia minima centri Lunæ à centro Umbræ in partibus iiſdem; dabitur (per 4. *Dat.*) horum arcuum differentia L R: Sed datur L M Lunæ Semidiameter; unde (per 3. *Dat.*) M R horum ſumma data eſt in iiſdem; ejuſque ideo (per 1. *Dat.*) ratio ad integram Lunæ Diametrum M N, in partibus circuli

Tab. XXX. pag.



UNIV. OF

culi itidem notam, etiam data eſt: & M R eſt pars Diametri Lunaris Eclipſi mediâ obſcurata; datur igitur ratio Diametri partis obſcuratæ ad integram; ergo & numerus Unciarum Unciæque partium Diametri obſcuratæ. Tab. XXXI. Fig. 1. & 2.

Non abſimiliter Eclipſis Quantitas ad datum Tempus ante vel poſt Plenilunium verum viſa invenietur. Ex invento per methodum ſupra indicatam motu Lunæ à Sole horario, determinabitur arcus quo Luna diſtat à puncto P, ubi Plenilunium verum celebratur: Sit hic P S; ideoque centri Lunæ Locus ad Tempus datum eſt S. Jungatur arcus O S Lunæ Diſco in M & H, circuloque C D G in R occurrens. In triangulo ♈ O P dantur præter rectum ad O latus ♈ O angulusque O ♈ P; unde invenientur latus O P (jam ſupra definitum) & angulus O P ♈. In triangulo rurſus O P S dantur duo latera P O, P S & angulus interjectus O P S; unde dabitur etiam O S arcus, & proinde hujus notique arcûs S M differentia O M: Sed datur O R, & proinde ipſarum O R, O M differentia M R data eſt; omnes nempe in partibus circuli, ut ſupra: adeoque, ut in caſu priori, Quantitas Eclipſis in Unciis Diametri & Unciæ partibus expreſſa.

Si M R excedat Diametrum Lunæ integram (quem caſum ſchema annexum refert) Eclipſis dicitur tot Digitorum quot Diametri Lunæ Uncias M R continet; abuſive quidem & improprie, cum proprie loquendo Luna deficere nequeat pluribus Digitis quam ipſa habet in ſua Diametro; M R autem conflatur ex Lunæ Semidiametro M S & S R diſtantia minima Centri S ab Umbræ margine C D G, quæ (per *Elem. Sphæric.*) circuli maximi centra ⊙ & S conjungentis arcus eſt. Fig. 2.

COROLLARIUM I.

Hinc facile determinabuntur Telluris Loca, ex quibus Eclipſis Lunaris data Phaſis ſpectari poteſt. Cum enim ad iſtam Phaſin deficientis Lunæ locus ex Prop. hac detur

tur, & hora in dato Loco Telluris; dabitur (. per Coroll. XXXVI. Lib. II.) Locus Terræ, cui Luna tum eſt in vertice. Omniaque Loca, quæ hinc abſunt minus quadrante circuli, hanc videbunt; quæ magis, non videbunt; quæ ipſo quadrante, in Horizonte videbunt.

COROLLARIUM 2.

Ex tribus ultimis Propoſitionibus Schema Eclipſis Lunaris in plano graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli Lunaris pars, quam Umbra (vel etiam Penumbra) Terræ una cum Luna ad Eclipſis Initium illam tangente occupat, pro plano tuto poſſit haberi: Ductis rectis, ſe decuſſantibus in angulo æquali illi quem Via Lunæ cum Ecliptica comprehendit, Circulos iſtos, earumque concurſu Nodum proximum referentibus; ſumatur in recta Eclipticam referente punctum à communi rectarum concurſu diſtans tot partibus æqualibus quibuſvis quot partibus circuli (*v. g.* ſcrupulis) Centrum Umbræ ſive punctum Soli oppoſitum diſtat à Nodo; centro hoc deſcribatur Circulus Terræ Umbram referens, hujus Semidiametrum tot prius aſſumptarum æqualium partium faciendo quot ſcrupulorum in Cœlo Umbræ Semidiameter revera occupat; ex hoc centro ducendo rectas tam ad Eclipticam quam ad Viam Lunarem normales, ſignabuntur in Via Lunari puncta veri Plenilunii mediæque Eclipſis. Quod ſi eodem centro, extra intraque circulum hunc umbroſum, alii duo ducantur à priori diſtantes ſpatio tot prius aſſumptarum æqualium partium, quot prædictorum ſcrupulorum Lunæ Semidiameter apparens conſtat; horum circulorum interſectiones cum recta Viam Lunæ referente oſtendent in Schemate puncta, in quibus Lunæ centrum verſatur ad Initium & Finem Eclipſis totaliſque Obſcurationis. Cum porro Motus horarius Lunæ à Sole & Horarum in dato Loco numerus tempore veri Plenilunii, ut & incipientis, mediæ & finientis Eclipſis,

ex

ex præcedentibus dentur; recta Lunarem Viam repræſentans dividetur in partes æquales, quæ numeris inſigniantur Horas denotantibus, in data habitatione numeratas, quibus Luna puncta Cœli homologa tenet. Et Lunæ deficientis Phaſis, quolibet tempore contingens, oculo commodiſſime ſubjicietur, ſi puncto in Via Lunari, numero Temporis dati inſignito, tanquam centro & intervallo Semidiametrum Lunæ apparentem referente deſcribatur circulus: hic, quâ parte intra circulum Umbram referentem cadit, repreſentabit Lunæ partem deficientem; quâ vero extra illum prominet (ſi modo prominet) partem illuſtratam oſtendet: adeoque Digiti Eclipticі per ſe patent, ut & ratio inter integrum Lunæ Diſcum & partem ejus lucidam (ſi qua eſt) nempe differentiam inter duo ſegmenta datorum circulorum, quæ ex circuli dimenſione innoteſcit.

SECTIO VIII.

De Eclipsi Solis.

HActenus de Lunari Eclipſi dictum: Supereſt ut de Solari etiam agamus. Ac prius quidem hanc univerſaliter tractabimus, Umbramque Lunarem in Terram incidentem conſiderabimus, quomodo vere proprieque Eclipſis Terræ dicenda eſſet: Nam in hac Terra eaſdem vices gerit quas Luna in ſupra deſcripta Eclipſi Lunari, Lunaque eaſdem hic quas illic Terra. Deinde Phænomenon hocce Eclipſis Terræ conſiderabimus, quatenus Telluris incolæ in Lunari Umbra immerſo, Cœlumque ſuſpicienti, Luna aliquam Solis partem tegit, & quâ Sol ideo deficere videtur; unde Phænomeno huic Solis Defectûs nomen eſt inditum.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si Diſtantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ viſa ſit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Diſtantiam inter Terræ centrum centrumque Umbræ Lunaris in Terræ Diſcum exceptæ, viſam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Lunæ Cælo occurrit: & proportionaliter ſi Diſtantia Solis & Lunæ major ſit vel minor.

Tab. XXXI. Fig. 3. Sit Terræ centrum T, Solis S, T S recta conjungens centra Solis & Terræ, normalis ad Diſcum Terræ D T, Cœlo Lunæ in M occurrens. Sit ☊ L Orbita Lunæ, in qua L Luna; ☊ M Ecliptica; L M Diſtantia ex T apparens inter Solem & Lunam, Lunæ Parallaxi horizontali æqualis. Juncta S L producatur donec Terræ Diſco D T occurrat in V, ubi centrum Umbræ Lunaris in Diſcum Terræ exceptæ verſatur. Dico angulum T M V æqualem eſſe S T L Diſtantiæ apparenti Solis & Lunæ & Parallaxi Solis horizontali ſimul. Ducatur L R parallela M T, & jungatur M R. Quoniam angulus T M V æqualis eſt angulis T M R & R M V ſimul ſumptis, angulus autem T M R (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) æqualis L R M, hoc eſt (ob viciniam punctorum R & T) L T M, & R M V (ob eandem rationem) ipſi R L V, ſive (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) L S M æqualis; erit T M V æqualis angulis L T M & L S M ſimul ſumptis. Porro, quia angulus L T M ſupponitur Parallaxi Lunæ horizontali æqualis, & L Luna; erit Diſtantia punctorum L & M Semidiametro Terræ æqualis; (Parallaxis enim Lunæ horizontalis eſt angulus in quo Terræ Semidiameter videtur ad diſtantiam æqualem diſtantiæ Terræ & Lunæ:) adeoque L S M angulus eſt proxime horizontalis Solis Parallaxis, (angulus nimirum

tum in quo apparet Terræ Semidiameter ad diſtantiam Solis & Terræ, hoc eſt, fere ad diſtantiam Solis & Lunæ,) & angulus L T M eſt Solis & Lunæ Diſtantia ex centro Terræ viſa. Et igitur angulus T M V æquatur Diſtantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro viſæ & Solis Parallaxi horizontali ſimul ſumptis. *Tab. XXXI. Fig. 3.*

Eodemque modo ſi arcus L M ſit ſemiſſis, ſeſquialter aut duplus Parallaxis Lunæ horizontalis; erit angulus T M V æqualis L T M & ſemiſſi, ſeſquiplæ aut duplæ Parallaxi Solis horizontali. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Num dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum, hoc eſt, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & ſi futura eſt Eclipſis, ejus Speciem definire.

REferat D C G Tellurem, in qua Poli revolutionis diurnæ ſunt P punctumque huic oppoſitum latens. Hemiſphærium in Schemate conſpicuum idem ſit cum illo à Sole illuſtrato; adeoque D C G circulus, cujus centrum T, Hemiſphærium illuminatum ab obſcuro diſterminans, cujus planum eſt Terræ Diſcus. In planum Diſci Telluris D C G excepta intelligatur Umbra Lunæ à Sole facta: erit hæc ſic excepta formâ circulari, puta H M, cujus centrum V; quia conus penumbroſus eſt rectus, ejuſque axis ad planum Diſci perpendicularis fere: nam de caſu quo V à T non multum diſtat nos tantum loquimur, cum in hoc ſolo Lunæ Umbra Terram attingere poſſit; hoc eſt, Solis aliqualis Eclipſis fieri. In hujus centro circellus eſt totaliter umbroſus, ſi Lunæ Umbra totalis hucuſque porrigitur: reliqua circumcirca corona eſt pene umbroſa, cujus partes circello prædicto propiores obſcuriores ſunt, per Prop. XXXIV. Patet quod, ſi Penumbra Tellurem non tangat, nulla futura *Fig. 4.*

Tab. XXXI. fig. 4. eſt Eclipſis per univerſam Terram: Sin aliqua Telluris pars Penumbræ immergatur, ea aliqualem (proprie loquendo ſicut prius de Luna) patietur Eclipſin; ſive tractûs iſtius incolis Sol ob interpoſitam Lunam deficere videbitur. Patet autem Umbram in Terram incurrere, ſi circulus H M circulum D C G ſecet; alias non incurrere, cum circulus D C G ſit Telluris maximus.

Ut autem dignoſcatur an in dati Menſis Novilunio circulus H M circulum D C G ſecet, concipiatur Telluris Hemiſphærium à Sole illuſtratum & circulum penumbroſum deſuper ſpectari ab Oculo, in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto, ubi Cœlum Lunæ interſecat, conſtituto; quo caſu Hemiſphærium iſtud, licet convexum, quaſi Diſci planum videbitur, ſicut nobis Lunam intuentibus accidit; diſtantiâ Oculi abſtractionem à convexitate naturaliter cauſante. Eclipticâ, hâc ratione, tanquam recta videbitur, *v. g.* ☊ T K, cum Oculus in ejus plano reperiatur: Et quia Oculus à plano Orbis Lunaris proxime abeſt, Orbita Lunaris in Diſcum excepta, ſive potius Via centri circuli umbroſi, id eſt, linea quam hoc in plano Diſci Telluris deſcribit, erit etiam recta, puta ☊ *l*. Ex Terræ centro T ducatur T V in ☊ *l* normalis; erit V punctum omnium in ☊ *l* punctorum centro Terræ proximum. Adeoque ſi penumbroſus circulus H M Telluris Diſcum C D G omnino attingat, hunc attinget cum ejus centrum eſt in V: in quovis enim alio puncto circuli hi magis inter ſe diſtant. Et ob eandem rationem, ſi H M in C D G incurrat, maxime incurrit cum penumbroſi circuli centrum ad V pervenerit. Patet vero circulum H M circulum D C G non attingere, ſi centro ipſius H M ad V pervento V T excedat T R & V M ſimul ſumptas: Sed (per Prop. præc.) T V Oculo ut ſupra conſtituto apparet in angulo æquali Diſtantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro apparenti, auctæ angulo qui eſt ad Parallaxin Solis horizontalem ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ Paral-

Parallaxin horizontalem ; & T R eidem oculo apparet ſub angulo æquali Parallaxi Lunæ horizontali ; & V M (per Schol. Prop. XXXIV.) ab eodem videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum Solis & Lunæ ex Terræ centro apparentium : Si igitur circuli penumbroſi centro ad V pervento Diſtantia Luminarium ex Terræ centro viſa, aucta angulo qui eſt ad horizontalem Solis Parallaxin ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ horizontalem Parallaxin, major fuerit quam aggregatum Parallaxis Lunæ horizontalis & Semidiametrorum Luminarium ; patet nullam in quavis Terræ parte futuram Solis Eclipſin. Cumque in Noviluniis, in quibus Eclipſis ſubeſt ſuſpicio, ſive in quibus H M tangit D C G, Diſtantia Luminarium viſa ſeſquialtera eſt Parallaxis Lunæ horizontalis, (nempe T V ſeſquialtera T R,) cum V M aggregatum Semidiametrorum apparentium Luminarium mediocrium ſubdupla quaſi ſit T R mediocris Parallaxis Lunæ horizontalis ; nullus erit in tota Terra Solis Defectus, ſi circuli H M centro ad V pervento Diſtantia Luminarium ex Terræ centro viſa, aucta ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis, excedat ſummam Semidiametrorum Solis & Lunæ, & Parallaxis Lunæ horizontalis ; hoc eſt, ſi Luminarium Diſtantia ex Terræ centro viſa excedat ſummam Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis, minutam ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis. Tab. XXXI. Fig. 4.

At ſi iſta Diſtantia huic ſummæ æqualis fuerit, Penumbra Terram ſtringit, in illam tamen non incurret, nec Sol deficere Terricolæ videbitur.

Si vero illa hâc ſit minor, hoc eſt, ſi Penumbræ centro in V verſante, Luminarium Diſtantia ex centro Terræ viſa deficiat à ſumma Semidiametrorum eorundem & Parallaxis Lunæ horizontalis, multata ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis ; hoc eſt, ſi T V minor ſit quam T R & V M ſimul, aut circulus H M circulum D C G interſecet, (puta in Y & Z,) & interim ipſe circellus Fig. 5.

Tab XXXI. Fig. 5. totaliter umbroſus in centro circuli H M aut non omnino contingat, aut tantum contingat D C G circulum; Solis pars deficere videbitur illis, qui illuminatam Hemiſphærii partem ſegmento Y R Z M circulo utrique communi incumbentem incolunt.

Quoniam vero circelli hujuſce plene umbroſi Semidiameter Oculo ut ſupra conſtituto apparet ſub angulo æquali Semidiametro Lunæ ex Terræ centro apparenti, diminutæ Semidiametro apparenti Solis ex eodem, per Schol. Prop. XXXIII; patet hunc (licet in V poſitum) Diſcum C D G non attingere, ſi Diſtantia Luminarium ex centro Terræ viſa una cum Solis Parallaxi horizontali (T V enim in hoc caſu non multum ſuperat R T) excedat Parallaxin Lunæ horizontalem & exceſſum Semidiametri apparentis Lunæ ſupra Semidiametrum apparentem Solis, vel hiſce ſit æqualis; hoc eſt, ſi dicta Luminarium Diſtantia excedat Semidiametrum & Parallaxin horizontalem Lunæ, demptis Semidiametro & Parallaxi horizontali Solis, vel illis ſit æqualis: At ſi illa ab his deficiat, tum ipſa totalis Umbra Terram delibabit, & totalem Solis Defectum efficiet incolis tractûs Terræ quem involvit; at ſine notabili mora, quia circellus hic parvus admodum eſt, cum Lunæ Diameter apparens parum excedat Diametrum apparentem Solis, ideoque communiter pro centro Penumbræ habetur. Immo quandoque circellus hic vere nullus eſt, Solis Diametro Lunæ Diametrum apparentem ſuperante. In utroque autem caſu aliquis Terræ locus totalem (vel centralem, licet non totalem) Solis Eclipſin patitur, cum Penumbræ centro in minima à centro diſtantia verſante, Diſtantia viſa Luminarium æquetur ſummæ Parallaxium horizontalium eorundem, aut ab illa deficiat.

Penumbra autem Lunæ integra Terram obumbrat primum, cum T V Diſtantia minima centrorum Terræ circulique Penumbroſi, hoc eſt (per Prop. præc.) Diſtantia minima Luminarium viſa minuta ſemiſſe Parallaxis Solis horizontalis, (nam V M eſt proxime æqualis ſemiſſi T R,) Fig. 6.

æqua-

æqualis eſt differentiæ ipſarum T R, H V, ſive exceſſui Tab. XXXI. Fig. 6.
Parallaxis Lunæ horizontalis ſupra ſummam Semidiametrorum Luminarium. Quod ſi Diſtantia iſta exceſſu hoc minor ſit, Penumbra integra in Terram incidit, reſtatque circumcirca Telluris tractus ab omni Solis Defectu immunis.

Licet Lunæ Umbra Penumbrave in Diſci planum excepta ſit circulus, in ſuperficie Telluris ſphærica (ubi revera excipitur) circumſcribitur lineâ minime circulari, (niſi cum umbroſi coni axis per Telluris centrum extenditur,) immo non in eodem plano jacente; de cujuſmodi Lineis opuſculum Anno 1663. edidit *P. Courſier*, quod & de Umbra Telluris in ſuperficiem Lunæ ſphæricam excepta ſimiliter verum eſt. Verum in Eclipſi Lunæ tractanda non opus erat hujus meminiſſe, quia ejus ſphærica ſuperficies Obſervatori Terricolæ in ipſum Diſcum planum abit. At in Tellure domicilio noſtro res aliter ſe habet: Spectatores enim in Tellure omnes, eodem temporis puncto ejuſdem magnitudinis Solis Eclipſin paſſi, in hujuſmodi Linea jacent. Verum ejus determinatio non eſt hujus loci, nec ad Aſtronomiam proprie pertinet.

Diſtantia vero proxima inter Luminarium centra prope Novilunium ex Terræ centro viſa inveſtiganda eſt eodem prorſus modo, quo diſtantia proxima inter Lunæ Umbræque Terreſtris centra prope Plenilunium Prop. XXXV. inventa eſt; nempe (per Prop. XXXI.) inveniendo Conjunctionis veræ dato Menſe contingentis Tempus, Fig. 7.
quando ſc. Luna reperitur in N Sole in S verſante, poſito S N Latitudinis circulo, & ad idem Tempus quærendo loca Nodorum Lunæ, quorum ipſi S proximus ſit ☊, ut & Inclinationem Orbitæ Lunaris ad Eclipticam: quo pacto in triangulo ſphærico ☊ S N rectangulo ad S dantur ☊ S Diſtantia Nodi & Solis, & angulus ☊ Inclinatio Lunaris Orbitæ ad Eclipticam; unde invenientur latus S N angulusque N. Rurſus, in triangulo S L N (quod

prop-

Tab. XXXI. Fig. 7. propter parvitatem pro rectilineo poteſt haberi) præter rectum ad L (nam S L ex conſtructione normalis eſt in Orbitam Lunarem, adeoque diſtantia proxima Luminarium, cum nempe Luna in L verſatur) dantur modo inventa latus S N & angulus N; unde S L diſtantia Luminarium minima eruetur, & etiam latus N L uſui poſtea futurum: Promptiſſime autem invenitur arcus S L ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini Lunæ cum Latitudinis argumentum æquale eſt arcui ☊ S diſtantiæ Solis à Nodo, cujus rationem oſtendimus Prop. XXXV. in caſu conſimili.

COROLLARIUM.

Fig. 6. & duæ præcedentes. Hinc Termini definientur pro Solis Eclipſibus omnimodis per totam Terram contingentibus. Si enim T V minor ſit ſummâ Semidiametrorum Diſci Terræ Penumbræque Lunæ, partialis ſaltem erit Eclipſis in aliqua Telluris parte. Quod ſi T V minor ſit quam T R Semidiameter Diſci, totalis erit alicubi Solis Defectus; ſaltem centralis. In triangulo igitur rectilineo in Terræ Diſco deſcripto ☊ V T datis præter rectum ad V angulo V ☊ T & latere V T, dictæ Semidiametrorum ſummæ æquali, invenietur latus ☊ V, Diſtantia nempe centri Penumbræ Lunaris à Nodo proximo ipſiuſve Lunæ à Nodo oppoſito, quâ obtinente Tempore Novilunii veri Lunæ Penumbra Terram pertranſibit, illam minime attingens: Si vero dicto Novilunii momento Lunæ diſtantia à Nodo proximo minor ſit quam ſupra inventus arcus ☊ V, Lunæ Penumbra Terræ tractum aliquem involvet, & Sol Eclipſin pati aliqualem videbitur iſtius tractûs incolis. Similiter definientur Termini pro centrali Solis Eclipſi alicubi in Terra contingente, loco ſummæ Semidiametrorum Diſci & Penumbræ ipſam Diſci Semidiametrum ſumendo, ut ſupra eſt oſtenſum. Ob parvitatem vero anguli ad ☊ laterumque trianguli V N T, T N parvo admo-

admodum diſcrimine differt à T V: unde ii erunt quamproxime Termini pro Eclipſi Solis vel omnimoda vel totali alicubi contingente; diſtantiæ nempe Lunæ à Nodo proximo, quando Tempore Novilunii veri Lunæ Latitudo æqualis eſt vel ſummæ Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis minutæ ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis, vel differentiæ Parallaxium horizontalium Lunæ & Solis.

PROPOSITIO XLII.

Tempus Initii, Medii & Finis tam omnimodæ Eclipſationis à Penumbra Lunæ, quam Eclipſis Solis totalis in omni Telluris globo dato Menſe contingentis, indeque harum Durationem integram definire.

SIt D C G Diſcus Terræ centro T deſcriptus, viſus ex puncto rectæ Solis & Terræ centra conjungentis, ubi hæc Cœlo Lunæ occurrit. Plani Eclipticæ hujuſque Diſci communis interſectio, ſive Ecliptica in plano Diſci viſa, ſit ☊ K recta; & T N huic perpendicularis erit communis ſectio planorum circuli Latitudinis & Diſci Terræ, in qua ſit N punctum, ubi Lunæ Orbitæ planique Diſci communis interſectio, ſive Orbita Lunæ in planum Diſci projecta, dictum Latitudinis circulum interſecat. Cum oculum, Eclipſin hanc Terræ videntem, collocatum ſupponamus in recta Solis Terræque centra jungente; patet hunc una cum Sole motum iri, adeoque viſurum centrum Penumbræ Lunaris deſcribens in Diſco Terræ Viam iſtam à Sole, de qua fuſe actum eſt Prop. XXXVI. Ducta igitur concipiatur per N recta *l* N ☊ faciens cum T N angulos hinc inde æquales illis, quos Via Lunæ à Sole cum Latitudinis circulo efficit tempore Novilunii veri; atque Via hæc Lunæ à Sole, ad Novilunium ſive mediam Eclipſin definita, manere ſupponatur per integram Eclipſin; quod proxime quidem fit: at ſi exactius procedere libeat, illam in aliis Lunæ à Nodo diſ- *Tab XXXI. Fig. 8.*

Tab. XXXI. *Fig.* 8. tantiis de novo licebit ducere. Ex T ducatur T V ad *l* ☊ normalis; eritque V punctum ad quod cum centrum Penumbræ Lunaris pervenerit, illud omnium minime abeſt à Diſci centro T, omniumque maxime in Terram incurrit; ut Prop. præc. oſtenſum eſt. Porro (ex *Prop.* III. *El.* III.) V eſt etiam punctum medium portionis rectæ ☊ *l*, quæ in circulo D C G aut alio quovis huic concentrico jacet; adeoque tale eſt ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in media Eclipſatione Terræ omnimoda, quæ durat dum Penumbræ centrum percurrit rectam A B, poſito T A excedere T R exceſſu A C Semidiametro circuli penumbroſi æquali; item tale ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in medio tempore, quo ipſum Penumbræ centrum rectam E F peragrans Eclipſin Solis totalem & centralem in aliqua Telluris parte producit. Problema igitur huc redit, ut determinetur punctum temporis cum Penumbræ centrum in V reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Conjunctionis, quæ in N celebratur; cumque in triangulo T V N præter rectum ad V detur latus T N, & (per Prop. XXXVI.) angulus T N V, invenietur N V in iiſdem partibus in quibus T N aut T R datur; hoc eſt, notum fiet qualem angulum ad oculum N V ſubtendat. Sed ex dato Solis & Lunæ Motu horario datur Lunæ Motus horarius à Sole, ſive arcus quem Luna à Sole ſpatio Horæ percurrit, hoc eſt, tempus neceſſarium ut Luna à Sole per cognitum arcum moveatur; ideoque tempus innoteſcet quod requiritur ut Luna à Sole moveatur per arcum ſubtendentem angulum quem recta N V ſubtendit, hoc eſt, ut Penumbræ Lunaris centrum rectam N V in Terræ Diſco percurrat; hoc eſt denique, tempus interjectum inter momentum Conjunctionis veræ momentumque Eclipſationis mediæ, reſpectu totius Telluris: adeoque dato illo invenietur & hoc: Momentum enim mediæ Eclipſis Solaris reſpectu

totius

totius Telluris (ſimiliter atque mediæ Eclipſis Lunaris) præcedit Conjunctionem veram cum Sol Lunaque mox ſuperarunt Nodorum alterutrum, illum vero ſequitur cum Luminaria Nodos nondum ſunt aſſecuta. Ad tempus iſtud promptius inveniendum inſerviunt Tabulæ temporis inter veram Syzygiam maximamque centrorum Diſci Umbræque approximationem interjecti, de quibus ad Prop. XXXVII. dictum eſt. Tab. XXXI. Fig. 8.

Invento autem tempore Eclipſis Mediæ, Initium ac Finis omnimodæ Eclipſationis, ſive momenta quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo attingit & ultimo deſerit, facile definientur. In triangulo enim rectangulo T V A dantur latera T V, T A, illud prius inventum, hoc conflatum ex Semidiametris Diſci & Penumbræ prius determinatis; dabiturque proinde A V, indeque ut prius, ex Motu horario Lunæ à Sole, invenietur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc percurrat, hoc eſt, omnimodæ Eclipſationis dimidia Duratio; cumque detur momentum Mediæ, nota ſunt Initium Finiſque. Similiter invenietur Semi-mora totius Penumbræ intra Terræ Diſcum, ſi loco T A ſummæ Semidiametrorum Diſci Penumbræque ſumatur harum differentia, prorſus ſimiliter atque in Immerſione totali Lunæ in Telluris Umbram in Eclipſibus Lunæ totalibus.

Semi-mora vero centri Penumbræ intra Terræ Diſcum (ſive totalis Umbræ, quæ, cum ſemper anguſta, ſæpe nulla ſit, pro centro habetur) invenitur inveſtigando E V ex datis T E, T V, tempuſque requiſitum ut Lunaris Umbræ centrum hanc percurrat, ut prius. Cum vero innoteſcant mediæ Eclipſis momentum & Semi-mora centri intra Diſcum, innoteſcit & tempus cum Umbra totalis Terram attingit deſeritque; hoc eſt, cum Eclipſis Solis totalis Terricolæ primo ultimoque contingit.

Corollarium.

Tab. XXXI. Fig. 8. Hinc triangulorum rectilineorum ATN, ETN, VTN; FTN & BTN dantur omnes anguli; & hinc etiam Schema Eclipſis Diſci Terræ, qualis revera eſt hæc de qua agimus, in plano graphice deſcribetur, ut factum eſt in Eclipſi Lunæ Coroll. 2. Prop. XXXIX: Figura enim præcedens eſt illud ipſum Schema quod quæritur; illa igitur rite protrahatur. Cumque notum ſit quantas rectæ ♌ *l* portiones Umbræ Lunaris centrum Horæ ſpatio peragret, & quænam in dato loco numeretur Hora, quando dictum centrum tenet N vel V vel aliud quodvis punctum in ♌ *l* datum; patet quod ſi rectæ iſtius rite diviſæ punctis adſcribantur numeri, quibus Horæ in dato loco indicantur, perfectum eſſe Schema quæſitum pro dato loco.

PROPOSITIO XLIII.

Eclipſis Solaris Quantitatem reſpectu Spectatoris Terreſtris intra circulum Penumbroſum, qui eſt ſectio Penumbræ Lunaris per Diſcum Terræ, datum Locum occupantis determinare.

Fig. 9. SIt EFG circulus diſterminans Terræ Hemiſphærium à Sole illuminatum ab obſcuro, cujus proinde planum idem eſt cum plano Diſci de quo ſupra. In hoc plano ſit KT♑ Ecliptica; *l* N ♑ Via centri Penumbræ Lunaris; N punctum ad quod cum Penumbræ centrum pervenerit, fit Novilunium verum. Ponatur A eſſe Penumbræ hujus centrum quodam temporis puncto dum iter ſuum per rectam *l* ♑ inſtituit, ipſumque circulum penumbroſum eſſe MQX; erit AN itineris Penumbræ pars ea quæ facienda eſt inter hocce temporis punctum & momentum Conjunctionis veræ, celebrandæ cum illud ad N pertigerit. Supponamus Obſervatorem intra hunc circu-

circulum conſtitutum, ut ad O, ſive potius in Hemiſphæricæ ſuperficiei illuminatæ puncto, quod recta ex O ad planum Diſci normalis oſtendit; invenienda eſt quanta Diametri Solaris pars à Luna tegatur prædicto Obſervatori. Jungatur recta A O, & producatur donec circulo M Q X occurrat in M; dico Solis Diametri partem à Luna tectam eſſe ad Diametrum integram ut O M ad A M. Nam ſi Obſervator eſſet in M, Luna nullam prorſus Diametri Solaris partem ab illo tegeret: Obſervatori vero paulatim verſus Penumbræ centrum A progredienti, Solaris Diametri pars major majorque per interpoſitam Lunam ab illo tegitur, donec tandem illo ad centrum A pervento, Sol totus (hoc eſt, ejus Diameter integra) ab eo tegatur, ſi modo Solis apparens Diameter Lunæ Diametrum apparentem non excedat, (quod hic ſuppono, quodque in harum magnitudinibus mediocribus fere obtinet,) & Lunæ totalis Umbræ vertex ad Terram uſque pertingat, ſive circulus penumbroſus M Q X centrum habeat perfecte & totaliter umbroſum: Et ideo ſi Solis Diameter ut As in Uncias dividatur, ex data ratione inter A M & O M, quæ ex Loci intra circulum M Q X ſitu dato innoteſcit, dabuntur Diametri Solis Unciæ ſive Digiti obſcurati horumque partes reſpectu Obſervatoris. Tab. XXXI. Fig. 9.

Quod ſi circulo M X Q concentricus ſit (ut in fig. ſeparata) circellus B C vel totaliter umbroſus, vel non mere umbroſus, ſed reliquo obſcurior & quidem æqualiter; hoc eſt, ſi Umbræ Lunaris centrum vel ultra Spectatorem protendatur, vel citra illum deſinat, loco rectæ A M ſumenda eſt in priori caſu recta B M Semidiametrorum A M & A B differentia; in poſteriori C M illarum ſumma: eſt nempe Solis Diameter integra ad ejus partem Spectatori ad O à Luna tectam in caſu priori ut B M ad O M, in poſteriori vero ut C M ad O M. Nam in priori caſu Spectator ad Fig. 9. 2.

B Solem integrum videbit à Luna tectum, in poſteriori Spectator in A poſitus circa obſcuram Lunam circulum è Solari Diſco reſiduum lucidum videbit, coronæ inſtar, cujus viſa Latitudo æquatur Semidiametro Solari minutæ Semidiametro Lunari, eidem nempe cum Semidiametro A B è Luna viſa; oportetque ut Spectator in C conſtituatur, ut Lunæ marginem Solis Diſcum interius contingentem cernat. Determinata igitur eſt in omni caſu Eclipſis Solaris Quantitas. Q. E. F.

PROPOSITIO XLIV.

Præcipua Defectûs Solaris Phænomena recenſere, Tellurisque Loca deſcribere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit.

Tab. XXXII. Fig. 1. REpræſentet C G D Telluris Globum, ſuper Polum P alterumque latentem motu diurno ab Occidente in Orientem, ſive à C ſurſum verſus G revolutum. Globi hujus Hemiſphærium in Schemate conſpicuum idem ſit cum illuminato à Sole, adeoque Sol directe & perpendiculariter incumbat circuli C D G polo S. Per Polum P & punctum S traductus ſupponatur circulus immobilis extra Telluris ſuperficiem exſtans P S R, item alter K S Y communis ſectio plani Eclipticæ cum ſuperficie Terræ & huic alter ad angulos rectos Z S X, ſimiliter exſtantes, intra quos Terra motû diurno revolvitur. Conſtat in quovis Telluris Loco eſſe Meridiem, cum ille ad circuli P S R ſemiſſem hic conſpicuam appellit, quoniam Sol in hujus plano verſatur. Referat A B iter centri Penumbræ Lunaris ſemitam E N F in Telluris ſuperficie deſcribentis: licet Telluris Hemiſphærium illuminatum à Sole, cuique proinde Dies eſt, ſupra Schematis hujus ſuperficiem attolli ſupponatur; Via tamen A B ☊ à centro penumbroſi circuli peragrata concipitur in plano Diſci, ſuper quod dictum Hemiſphærium inſiſtit. Porro, licet P S R, K S Y,

Z S X

Tab.XXXI.pag.

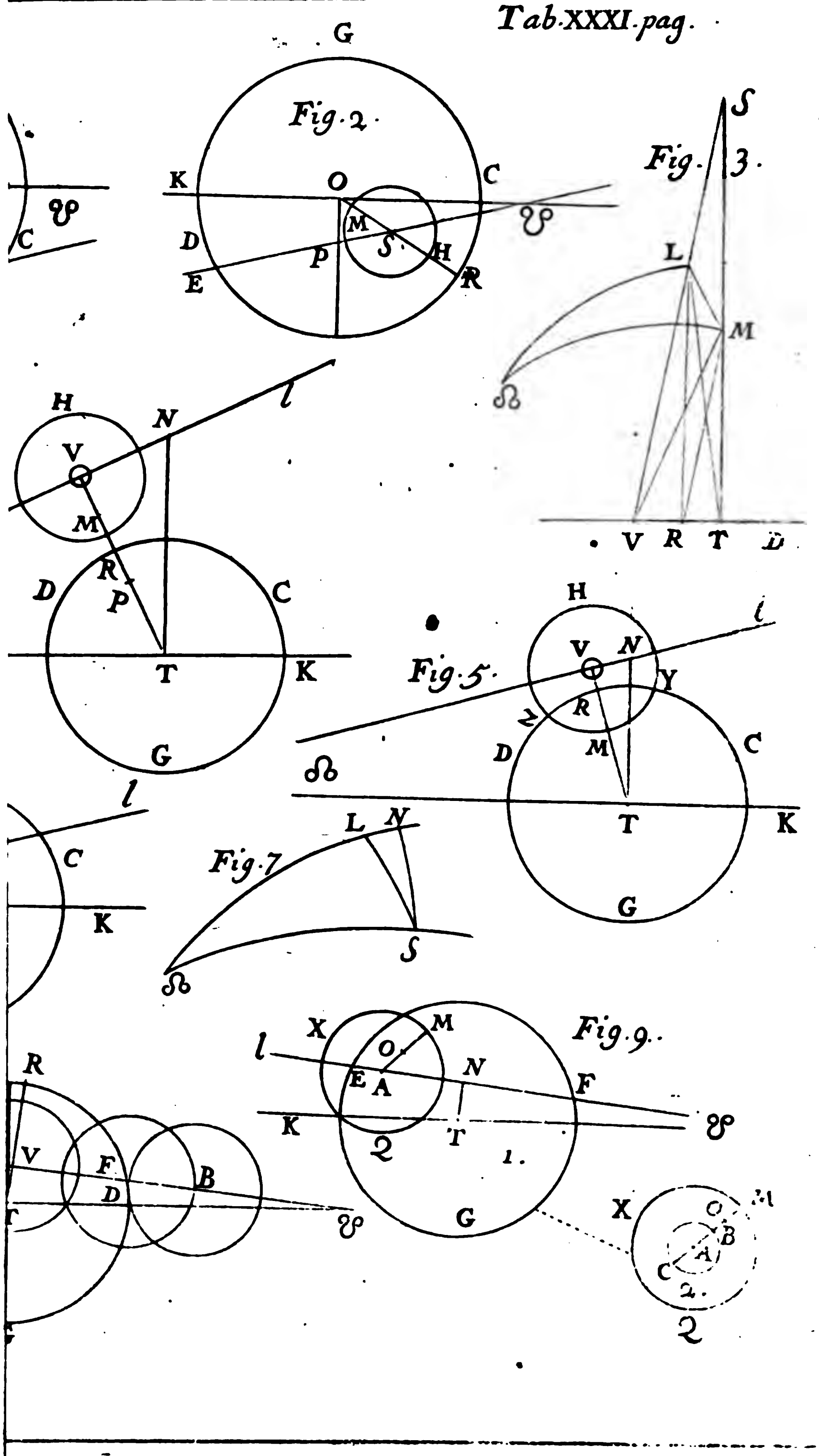


Fig. 2.
G
K
O
C
D
M
S
H
P
E
R
Fig. 3.
S
L
M
V
R
T
D
H
N
l
V
M
R
D
P
C
T
K
G
Fig. 5.
H
V
N
l
Y
R
M
D
C
T
K
G
l
C
K
Fig. 7
L
N
S
Fig. 9.
X
M
O
l
E
A
N
F
K
T
G
R
V
F
B
D
X
O
B
A
C

z s x ſint circuli in dicto Hemiſphærio illuminato, in s puncto Soli directe ſubjecto ſe mutuo decuſſantes, repræſentant etiam & rectas in Diſco Terræ circulis iſtis directe ſubjectas, in quas nimirum dicti circuli orthographice projiciuntur ab Oculo conſtituto in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto longinquo. *Tab. XXXII. Fig. 1.*

Patet Penumbræ Lunaris centro ad A pervento (quando nempe circulus penumbroſus tangit Terræ Diſcum in C) incolæ ad C poſito Eclipſin Solis incipere: Qui vero ad C conſiſtit, per revolutionem Terræ diurnam Hemiſphærium illuminatum ingredi incipit; hoc eſt, illi Sol oritur; Telluris igitur incolæ C, quem omnium Terricolarum Penumbra primum attingit, Sol oriens primo deficere videbitur in ſupremo ſeu occidentali ſui margine. Cum ipſum Penumbræ centrum Tellurem ad E attingit, incola ad E orientem Solem centraliter deficientem ſpectat, quippe Penumbræ centro ſubjectus. Qui punctum Telluris habitat, ubi Penumbra tota intra Terræ Diſcum recepta (ſi quidem id accidat) eundem interius tangit, illi Eclipſis Solis ad marginem infimum finitur in Ortu: ſicut illi qui punctum tenet, ubi Penumbra interius Diſcum ultimo tangit, jamjam ex parte ultra hunc protendenda, Eclipſis Solis ad limbum infimum incipit ipſo Sole occidente. Caſus hoſce duos in figura non expreſſimus, ne confuſio oriretur.

Cum circuli penumbroſi centrum ad z s x rectam in Diſco Eclipticæ normalem, ſive cum Penumbræ Lunaris axis ad circulum z s x prædictæ rectæ reſpondentem, cujus nempe illa eſt Diameter, pervenerit in N; Telluris ſuperficiei punctum, quod puncto N exſtantis circuli z s x ſubjicitur, Eclipſin Solis centralem patitur, & Spectatori ad N aliudve quodlibet circuli z s x punctum poſito Sol in Eclipticæ puncto ſupra Horizontem altiſſimo videtur. Cum enim circulus z x per Spectatoris Zenith tranſeat ex hypotheſi, erit ejus Horizonti perpendicularis: ſed & Eclipticæ etiam perpendicularis eſt ad s; & igitur (per

Elem.

Tab. XXXII. Fig. 1. *Elem. Sphæric.*) diſtat quadrante ab dicti Horizontis & Eclipticæ concurſu : ſed Eclipticæ (utpote circuli maximi) dimidium ſupra quemlibet Horizontem exſtat ; unde z x Eclipticæ occurrit in puncto ab oriente puncto per quadrantem diſtante , ſive altiſſimo. Terricola igitur, qui tum punctum N in Telluris ſuperficie tenet, Solem centraliter deficientem in gradu nonageſimo cernit : Qui vero ab N verſus z vel x, at in circulo z s x , degit , Solem in gradu nonageſimo deficientem quidem cernit, ſi intra limites penumbroſi circuli verſetur ; ſed plus minuſve deficientem pro majori aut minori ejus diſtantia ab N, ut Prop. præc. oſtenſum eſt. Similiter, cum Penumbræ centrum circulum exſtantem immobilem P S R in M attingit, Telluris incola, qui huic ſubjicitur , Solem ipſo Meridie centraliter deficientem videt : Qui vero ab M verſus alterutrum Polum ſub prædicto Meridiano P R degunt, Solem ipſo Meridie partialiter deficientem vident, ſi intra Penumbræ limites conſtiterint. Et ille quidem, qui verſus Polum, borealem P ab M removetur , Solis partem auſtralem deficientem videt, & è contra ; quod & in caſu priori & univerſaliter in omnibus caſibus obtinet. Penumbræ centro tandem ad extremum Diſcum ad F pervento, qui illud ipſum punctum ſimul attingit Spectator, Solem occidentem (quia ex illuminato Hemiſphærio in obſcurum, Noctem cum Die commutaturus, tranſit) centraliter deficientem videt : At qui ad D ultimum Penumbræ Lunaris ictum patitur, Solem occidentem ſupremo ſui limbo Lunæ contiguum quaſi, & Eclipſis omnimodæ finem cernit.

PRO-

PROPOSITIO XLV.

Telluris Locum (hoc eſt, ejus Longitudinem & Latitudinem) determinare, ubi Sol oriens ſupremo ſui margine deficere videtur.

Iiſdem manentibus quæ poſita ſunt ſupra, determinanda eſt Longitudo & Latitudo puncti C. Per Telluris punctum S, cui Sol perpendiculariter imminet, & punctum C traductus intelligatur circulus maximus S C, qui, in ſchemate ut ſupra delineato, quaſi recta apparebit. Ducantur etiam arcus circulorum maximorum P C, P Z. In triangulo ſphærico P S Z dantur tria latera, ſc. P S diſtantia Solis à Polo illuminato, S Z quadrans, & P S diſtantia Poli Eclipticæ Z (cum arcus S Z ſit normalis ad Eclipticam K S Y & in quadrantem protenſus) à Polo Æquatoris P; innoteſcit igitur angulus ſphæricus inter arcus circulorum S P, S Z, qui idem eſt cum angulo rectilineo inter rectas S P, S Z in plano Diſci ductas; ſicut univerſaliter angulus in ſuperficie ſphæræ æqualis eſt angulo rectilineo, quem communes ſectiones planorum circulorum ſphæricum angulum comprehendentium cum plano tertio ad utrumque normali continent. Porro (per Corol. Prop. XLII.) datur angulus rectilineus N S A eique deinceps Z S C, adeoque hujus & ipſius Z S P ſumma vel differentia P S C, ſive angulus ſphæricus in ſuperficie Terræ à circulis S P, S C comprehenſus: Dantur autem in triangulo ſphærico P S C præter angulum P S C modo inventum latera S P, S C, quorum hoc eſt quadrans, illud diſtantia Loci C à Polo P, hoc eſt, Latitudinis ejus complementum; angulus igitur S P C etiam in triangulo hoc dabitur. Sed (per Prop. XLII.) datur Tempus quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo in C attingit, numeratum in determinato quodam loco: ſit locus hic H, cujus Meridianus P H; dabitur igitur angulus S P H, quo

Tab XXXII. Fig. 2.

nempe Meridianus vel Solem præteriit hactenus, vel nondum aſſecutus eſt. Dabitur igitur angulorum C P S, H P S ſumma vel differentia H P C, differentia Meridianorum Loci C & dati H. Inventa igitur eſt Loci C tam Latitudo quam Longitudo. Q. E. F.

Similiter, invenietur Telluris Locus, ubi Sol occidens ſuperiori margine deficit, quem Lunaris Penumbra omnium ultimum deſerit.

PROPOSITIO XLVI.

Locum in Terra determinare Penumbra Lunaris centro datâ Horâ ſubjectum, ſive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit.

Tab XXXII. Fig. 3. Reliquis manentibus, cum datum ſit Tempus quæraturque Locus cui Sol centraliter tum deficit, & etiam Tempus Conjunctionis veræ datum, per Prop. XXXI; datur horum intervallum, adeoque ex Solis Lunæque Motu horario Motus Lunæ à Sole intervallo huic congruus. In triangulo igitur rectilineo S N A, in Telluris Diſco deſcripto, dantur (per Prop. XXXVI.) angulus S N A æqualis comprehenſo inter circulum Latitudinis & Umbræ Viam, latus S N ſinus Latitudinis Lunæ in vera Conjunctione, & A N Motus centri Penumbræ intervallo inter Tempus propoſitum Tempuſque Conjunctionis veræ congruus; dabuntur igitur latus S A & angulus A S N, vel hujus complementum ad duos rectos: Sed datur (ut Prop. præc. oſtenſum) Z S P; ergo dabitur P S A angulus rectilineus, & huic æqualis in ſuperficie ſphærica Telluris angulus ſphæricus P S A. Dantur etiam trianguli ſphærici P S A latera bina S A, S P, hoc æquale diſtantiæ Solis à Polo P, illud modo ſequenti inventum: Rectis S C, S A in plano Diſci ductis reſpondent in ſuperficie ſphærica duo arcus à puncto S Soli directe ſubjecto incipientes, quorum S C eſt quadrans, S A eſt arcus, cujus ſinus rectus eſt S A recta; arcus

arcus igitur S A, trianguli P S A latus, eſt ille cujus ſinus eſt ad ſinum totum ut recta data S A ad datam S C; ac proinde arcus S A cognitus eſt. Cognoſcetur igitur in triangulo P S A latus P A complementum quæſitæ Latitudinis Loci A, item angulus S P A. Sed propter datum Tempus, in determinato Loco H numeratum, datur angulus S P H; dabiturque proinde H P A angulus, differentia Meridianorum Loci determinati H quæſitique A. Tab. XXXII. Fig. 3.

Pari modo invenietur Terræ Locus, ubi Solis Eclipſis centralis incidit in ipſo Eclipticæ gradu nonageſimo ab oriente. Demonſtravimus in Prop. XLIV. hoc contingere illi qui per Terræ revolutionem diurnam in N invenitur, cum Penumbræ Lunaris centrum illud punctum occupat: & Prop. XXXI. oſtenſum eſt Tempus in Loco H numeratum quando hoc accidit, (idem enim eſt cum Tempore Conjunctionis veræ Luminarium;) eſt igitur caſus tantum particularis Problematis præcedentis.

SCHOLIUM.

Atque hinc definietur Telluris Tractus, quem Penumbræ Lunaris centrum in dati Menſis Eclipſi Solari tranſit; hoc eſt, Loca omnia quæ ſucceſſive Eclipſin Solis centralem patiuntur. Si (per Prop. XLVI.) quæratur Terræ Locus cui Sol centraliter deficiens oritur, atque deinde alius cui poſt dimidium Horæ Horamve integram centraliter deficit, & ſic denuo uſque ad Locum ubi occidens ſimiliter deficit; Loca illa in ſuperficie Globi Terreſtris lineis conjuncta Tractum quæſitum monſtrabunt. Quod ſi utrinque ad latera Lineæ hujus Zona quaſi ſignetur, cujus latitudo Penumbræ Lunaris Diametrum adæquat; ſignabitur omnis Terræ Tractus Penumbrâ involutus, quique aliqualem Solis Eclipſin ſentit. In Tractu hoc ſignabuntur Loca ubi præcipuæ Phaſes obtinent, ut ubi in nonageſimo gradu Sol deficit, ubi in Meridiano &c.

PROPOSITIO XLVII.

Locum in ſuperficie Terræ determinare ubi Solis Defectus vel Totalis eſt aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data verſus datum Polum à Luna occultabitur in ipſo Meridie.

Tab. XXXII *Fig.* 4. IIſdem manentibus quæ in Prop. præc. ſunt poſita, patet illud Telluris punctum, quod ad M ſimul cum Penumbræ Lunaris centro pertingit, Eclipſin Solis ipſo Meridie pati. Ad illud inveniendum advertatur in triangulo rectilineo NMS, in Diſco ut ſupra deſcripto, dari (per Prop. XXXVI.) angulum SNM, (nempe quem Via Lunæ à Sole cum circulo Latitudinis continet,) NS diſtantiam centrorum Diſci & Penumbræ ad Conjunctionem veram, angulumque NSM æqualem angulo ſphærico ZSP in ſuperficie ſphærica inter Eclipticæ & Æquatoris ſecundarios SZ & PSR ad Solem comprehenſum; unde dabitur NM recta, & igitur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc motu ſuo à Sole peragret: Sed datur Tempus in dato Loco numeratum quo centrum iſtud punctum N occupat, idem nempe cum tempore Conjunctionis Luminarium veræ; igitur & Tempus in dicto Loco numeratum dabitur quando centrum Penumbræ eſt in M. Quæratur igitur (per Prop. præc.) Terræ locus qui tunc temporis Solem centraliter deficientem ſpectat; erit hic idem ille cui Sol ipſo Meridie centraliter deficit.

Centro M deſcriptus concipiatur, in plano Diſci, circulus penumbroſus rectam PSR in C & D interſecans, fiatque ut integra Solis Diameter apparens ad datam partem non deficientem in Loco quæſito ita Semidiameter Penumbræ ad MO, ſumaturque MO verſus Polum oppoſitum ei verſus quem pars Solis deficiens jacet, (*ex. gr.* ſi verſus Polum in ſchemate annexo latentem pars Solis deficiens jaceat, ſumatur O verſus conſpicuum P;) erit punctum

in

in Telluris ſuperficie, quod recta ex o ad Diſci planum normalis oſtendit, Locus quæſitus, in quo Sol ipſo Meridie parte datâ verſus Polum ipſi P oppoſitum jacente deficit; ut ex Propp. XLIII. & XLIV. ſatis conſtat. Quod ſi loco umbroſi centri M vel circulus ſit totaliter umbroſus, vel nulla prorſus totalis Umbra, ſed circulus æqualiter illuſtratus, (ut in Schol. Prop. XXXIII,) loco Semidiametri MC ſumenda eſt differentia vel ſumma Semidiametrorum circuli CD alteriuſque iſtius interioris concentrici; ut dictâ Prop. XLIII. oſtenſum eſt. Ad Loci hujus o Latitudinem inveniendam, (nam Longitudo innoteſcit ex cognita Hora in dato Loco numerata, dum incolæ ad o fit Meridies) advertatur dari rectam SM, nempe latus in triangulo SNM, item MO, utramque (& proinde utriuſque ſummam vel differentiam SO) in partibus ipſius SZ Semidiametri Diſci Telluris; dabiturque proinde arcus huic in ſuperficie ſuperincumbens, cujus SO eſt ſinus: Sed datur arcus SP Solis à Polo P diſtantia; & proinde innoteſcet PO arcus, hujuſque complementum ad circuli quadrantem Loci O Latitudo quæſita. Q. E. F. *Tab. XXXII. Fig. 4.*

Si punctum O extra Telluris Diſcum KZYX cadit, Problema eſt impoſſibile. Similiter determinabitur Locus ubi Solis in nonageſimo gradu, vel orientis occidentiſve, Defectus eſt datæ magnitudinis, vel ubi ad datum Tempus, in dato Loco numeratum, datis numero Digitis Sol deficit. In poſteriori caſu innumera ſunt Loca, in utroque priori ad ſummum duo, quæ quæſito reſpondeant.

PROPOSITIO XLVIII.

Num in dati Menſis Novilunio futura ſit Eclipſis Solaris in dato Terræ Loco viſibilis definire; & ſi futura eſt, Tempus maximæ Obſcurationis & Eclipſis Quantitatem determinare.

HActenus Solis Eclipſin conſideravimus reſpectu totius Terræ, (vel potius, proprie loquendo, Telluris Eclipſin,) ſimiliter prorſus atque Lunæ Eclipſin ſupra: Nunc illam aggredimur conſiderandam quatenus ex dato ſuperficiei Terræ Loco ſpectatur. Ex quo *Keplerus* Lunæ Umbram in Terræ Diſcum exceptam ſpectandam Aſtronomis præbuit ex Lunari Cœlo, certatim contenderunt, ut Eclipſin Solis in dato Loco viſibilem, omniaque huc attinentia, ex eodem ſchemate Diſci Terreſtris, per quem Lunaris Penumbra incedit, deducant. Verum cum iſtud modo minus geometrico (cuique calculus trigonometricus vix indeficari poteſt) certe minus naturali procedat, & (fatente ipſo D. *De La Hire*, qui hunc adhibet) paulo longior videatur; nos exemplo ipſius *Kepleri* in *Tabb. Rudolphin.* (qui certe inventi ſui vires limiteſque ſatis noverat) alteram inſiſtemus viam à *Ptolemæo* in *Almageſti Lib.* VI. & optimo ejus Explicatore *Regiomontano* indicatam, ut illa quoque Lectori innoteſcat; laudantes interim methodum à Cl. *D. Flamſtedio* in *Doctrina* ſua *Sphærica* traditam, quâ Eclipſis Solaris, appulſuſve Lunæ ad Fixas in dato Loco contingens, graphice & pulchre protrahitur, Locis in altero Telluris Hemiſphærio, Soli aut Stellæ obverſo, orthographice in circulum ejus maximum projectis.

Tab. XXXII. *Fig.* 5. Deſignet C N Eclipticam, S Solis, L Lunæ Locum verum Tempore Conjunctionis veræ; inveniantur (per Prop. LXIII. Lib. II.) ad dictum Tempus (licet non ſumme accuratum) Solis Lunæque Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, quibus illorum Loca in Ecliptica diſtantiæque

ab

ab Ecliptica corrigantur: ita nempe ut ex veris præceden- *Tab. XXXII. Fig. 5.* tibus, ſive è Terræ centro viſis Locis, evadant ex dato in ſuperficie Loco viſi (qui & ſimpliciter viſi nuncupantur) S & A. Alium à priore non deſignamus Locum Solis, ne confuſio in ſchemate oriretur, tum quod Solis Parallaxis tam parva eſt ut in calculo hoc negligi fere poſſit, tum præcipue quod Parallaxin Lunæ à Sole ſumendo (ut in dicta Prop. LXIII. Lib. II. oſtenſum eſt) poſſit Linea N C pro Via Solis viſa ſive Ecliptica paululum luxata haberi. Locus Lunæ apparens A ad Eclipticam reductus ſit C, ejuſque Latitudo A C. Ut autem determinetur punctum in quo Lunæ centrum à Solis centro proxime abeſſe Spectatori propoſito videtur, hoc eſt, quando Obſcuratio maxima (ſi quidem ulla) eſt futura; inveſtigetur ſitus Viæ apparentis Lunæ à Sole, ex præcedentibus quærendo rurſus, ad tempus parum ſatis diſtans ab illo quo Luna in A apparet, Loca Solis & Lunæ dato Spectatori viſa, & cogitando Solem ad Locum priſtinum S retractum ſimulque Lunam tantundem. Locus Lunæ ſic inventus ſit K, & ad Eclipticam reductus faciat illius Longitudinem in D & Latitudinem K D. Datis autem arcubus C A, D K & C D determinabitur (per Lem. Prop. XXXVI.) Viæ Lunaris viſæ A N ſitus reſpectu Eclipticæ; punctum nempe N concurſûs cum Ecliptica angulusque A N C. Ex Solis Loco S in A N demittatur normalis S M, eritque M punctum omnium in A N ipſi S proximum: Ad quod inveniendum advertatur dari in triangulo N S M præter rectum ad M angulum N & hypothenuſam N S, utrumque modo inventum, unde innoteſcent M S & M N; ideoque & M A, cum arcus A N notus ſit. Quoniam igitur *Fig. 6.* M eſt Viæ Lunaris viſæ punctum quod à Sole S omnium minime diſtat; patet ſi ulla futura eſt Spectatori propoſito Solis Eclipſis, tum certe futuram cum Lunæ centrum videtur in M, tumque etiam maximam Diſci Solaris partem à Luna tegendam: patetque quod ſi ſupra inven-

ta

Tab. XXXII. Fig. 6. ta s M major ſit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus s R & M H ſimul, tum nullam prorſus futuram propoſito Spectatori Solis Eclipſin; ſin s M quam s R & M H ſimul fuerit minor, tum aliquam ſaltem futuram. Sed ad dati Menſis Novilunium inventa eſt s M, & (in iiſdem partibus, nempe partibus circuli) ſupra determinatæ ſunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum necne.

Si aliqua futura eſt, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur eſſe s R & M H ſimul æquales M S & R H ſimul: Si ergo à nota ſumma Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus s M, relinquetur R H Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obſcurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iiſdem partibus expreſſæ habeantur.

Obſervatione autem conſtat Lunæ Diametrum apparentem minorem eſſe (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipſi quam in eadem ab Oculo diſtantia extra illam, (propter rationem Prop. XIX. Lib. I. indicatam,) atque differentiam eſſe fere ſexageſimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda eſt ratio in Eclipſis Quantitate Phaſibuſque definiendis.

Fig. 5. Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in M reperietur, advertatur dari tempus (quippe aſſumptum) quo Luna motu ſuo à Sole viſo (ſive apparente, compoſito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ viſæ A N partem notam A K, ſive potius Eclipticæ arcum notum C D percurrit, darique præterea arcum A M, nimirum arcuum cognitorum A N & M N ſummam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus neceſſarium, ut Luna motu ſuo à Sole viſo percurrat A M: Sed datur

tur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innoteſcet quo in M, ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F. *Tab. XXXII. Fig. 5.*

Ad Tempus inventum, quo Luna in M verſatur, quærantur rurſus Luminarium Loca, ut omnia recte peracta eſſe conſtet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

SCHOLIUM.

In praxi præcedente ſuppoſuimus Lunæ Motum à Sole in Via viſa A N eſſe æquabilem, quod non eſt verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via ſua vera L B toto Eclipſis tempore inſenſibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via viſa apparenter facto Parallaxis partes ſuas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuſe oſtenſum eſt,) ideo fit ut ab æquabili admodum diſcrepet. Adeoque ad determinationem Viæ viſæ A K aſſumendum eſt tempus poſterius illo quo Luna fuit in A, ſi C ſit poſt S; anterius vero, ſi C ſit ante S in ſerie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu ſuo à Sole ſecundum Eclipticam percurrat notum arcum C S; ſolo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex S ad Eclipticam excitetur perpendicularis S V, Viæ Lunæ viſæ in V occurrens, erit V punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore viſæ. Invenietur autem A V ſic: In triangulo N S V præter rectum N S V dantur latus N S & angulus N; quare notum erit latus N V; & cum notus etiam ſit arcus N A, non ignorabitur V A; ideoque tempus ad hunc percurrendum neceſſarium cognitum erit, ipſumque adeo Conjunctionis viſæ momentum. Quoniam vero puncta M &

Tab. XXXII. Fig. 6. ta S M major ſit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus S R & M H ſimul, tum nullam prorſus futuram propoſito Spectatori Solis Eclipſin; ſin S M quam S R & M H ſimul fuerit minor, tum aliquam ſaltem futuram. Sed ad dati Menſis Novilunium inventa eſt S M, & (in iiſdem partibus, nempe partibus circuli) ſupra determinatæ ſunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum necne.

Si aliqua futura eſt, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur eſſe S R & M H ſimul æquales M S & R H ſimul: Si ergo à nota ſumma Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus S M, relinquetur R H Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obſcurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iiſdem partibus expreſſæ habeantur.

Obſervatione autem conſtat Lunæ Diametrum apparentem minorem eſſe (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipſi quam in eadem ab Oculo diſtantia extra illam, (propter rationem Prop. XIX. Lib. I. indicatam,) atque differentiam eſſe fere ſexageſimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda eſt ratio in Eclipſis Quantitate Phaſibuſque definiendis.

Fig. 5. Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in M reperietur, advertatur dari tempus (quippe aſſumptum) quo Luna motu ſuo à Sole viſo (ſive apparente, compoſito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ viſæ A N partem notam A K, ſive potius Eclipticæ arcum notum C D percurrit, darique præterea arcum A M, nimirum arcuum cognitorum A N & M N ſummam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus neceſſarium, ut Luna motu ſuo à Sole viſo percurrat A M: Sed datur

tur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innoteſcet quo in M, ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F. *Tab.* XXXII. *Fig.* 5.

Ad Tempus inventum, quo Luna in M verſatur, quærantur rurſus Luminarium Loca, ut omnia recte peracta eſſe conſtet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

S C H O L I U M.

In praxi præcedente ſuppoſuimus Lunæ Motum à Sole in Via viſa A N eſſe æquabilem, quod non eſt verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via ſua vera L B toto Eclipſis tempore inſenſibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via viſa apparenter facto Parallaxis partes ſuas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuſe oſtenſum eſt,) ideo fit ut ab æquabili admodum diſcrepet. Adeoque ad determinationem Viæ viſæ A K aſſumendum eſt tempus poſterius illo quo Luna fuit in A, ſi C ſit poſt S; anterius vero, ſi C ſit ante S in ſerie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu ſuo à Sole ſecundum Eclipticam percurrat notum arcum C S; ſolo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex S ad Eclipticam excitetur perpendicularis S V, Viæ Lunæ viſæ in V occurrens, erit V punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore viſæ. Invenietur autem A V ſic: In triangulo N S V præter rectum N S V dantur latus N S & angulus N; quare notum erit latus N V; & cum notus etiam ſit arcus N A, non ignorabitur V A; ideoque tempus ad hunc percurrendum neceſſarium cognitum erit, ipſumque adeo Conjunctionis viſæ momentum. Quoniam vero puncta M

Tab. XXXII. Fig. 5. & V parum diſtant, ideo Tempus Conjunctionis viſæ vulgo habetur pro momento maximæ Obſcurationis.

PROPOSITIO XLIX.

Tempus Initii & Finis Eclipſis Solaris dato Menſe contingentis & in dato Loco viſa, adeoque Durationem integram determinare.

Fig. 7. CÆteris manentibus ponatur Lunam X R, in Via ſua viſa A N procedentem, Solem H R contingere ad R: quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium S & L arcu circuli maximi S L jungantur. In triangulo S M L præter rectum ad M dantur latera S M, S L, illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium S R, L R aggregatum; innoteſcet igitur M L arcus, per Motum Lunæ à Sole, ad viſum percurrendus inter Initium Eclipſis & momentum maximæ Obſcurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica reſpondens ab S retrorſum computatus, nempe S E. Ad determinandum tempus ad hoc requiſitum, quærantur ad aſſumptum tempus (Horam binaſve Horas, prout Duratio Eclipſis magna eſt vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcûs S M dignoſcitur; atque hic rurſus eo accuratiora fient omnia, quo aſſumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipſis) ante cognitum Obſcurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad S provecto) faciant diſtantiam in Ecliptica computatam C S. Cognito tempore (quippe aſſumpto) quo arcus Eclipticæ notus C S Motu Lunæ à Sole percurritur; innoteſcet & tempus quo alter cognitus E S eodem Motu Lunæ à Sole deſcribitur; hoc eſt, tempus interjectum inter momentum Obſcurationis maximæ & Eclipſis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum eſt; igitur & hoc notum erit.

Si

Si Motus Lunæ viſus æquabilis foret, æquali opus eſſet tempore à momento Obſcurationis maximæ ad Eclipſis Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis eſt LM, poſitâ Lunâ HY Solem RH in Eclipſis Fine contingere; & Obſcuratio maxima coincideret cum Eclipſi media, ut in Lunæ Eclipſi fit, ubi nulla eſt Parallaxis Lunæ ab Umbra Terreſtri; ſunt enim contiguæ. Verum quoniam ſecus fit, ut in Prop. præc. oſtenſum; ad inveniendum Tempus quando Eclipſis finitur, ſimiles rurſus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ ſuæ portionem Luna conficit in aſſumpto poſt maximam Obſcurationem tempore, & per analogiam inveſtigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipſi LM prius invento æqualis) Motu viſo Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obſcurationis maximæ ſupra invento dabit momentum Finis Eclipſis Solaris in Loco propoſito viſæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F. *Tab. XXXII. Fig. 7.*

SCHOLIUM.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam reſolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum ſphæricæ ſuperficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in caſu ſimili ſuperius eſt dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipſium Solis calculo, ſi quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquiſitionem; ſed compendio hoc caute utendum eſt.

COROLLARIUM.

Atque hinc Solaris Eclipſis, reſpectu dati Loci, Typus ſive Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipſis contingentem Lunam comprehendens pro plano

Tab. XXXII. Fig. 5. & v parum diſtant, ideo Tempus Conjunctionis viſæ vulgo habetur pro momento maximæ Obſcurationis.

PROPOSITIO XLIX.

Tempus Initii & Finis Eclipſis Solaris dato Menſe contingentis & in dato Loco viſa, adeoque Durationem integram determinare.

Fig. 7. Cæteris manentibus ponatur Lunam X R, in Via ſua viſa A N procedentem, Solem H R contingere ad R: quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium S & L arcu circuli maximi S L jungantur. In triangulo S M L præter rectum ad M dantur latera S M, S L, illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium S R, L R aggregatum; innoteſcet igitur M L arcus, per Motum Lunæ à Sole, ad viſum percurrendus inter Initium Eclipſis & momentum maximæ Obſcurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica reſpondens ab S retrorſum computatus, nempe S E. Ad determinandum tempus ad hoc requiſitum, quærantur ad aſſumptum tempus (Horam binaſve Horas, prout Duratio Eclipſis magna eſt vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcûs S M dignoſcitur; atque hic rurſus eo accuratiora fient omnia, quo aſſumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipſis) ante cognitum Obſcurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad S provecto) faciant diſtantiam in Ecliptica computatam C S. Cognito tempore (quippe aſſumpto) quo arcus Eclipticæ notus C S Motu Lunæ à Sole percurritur; innoteſcet & tempus quo alter cognitus E S eodem Motu Lunæ à Sole deſcribitur; hoc eſt, tempus interjectum inter momentum Obſcurationis maximæ & Eclipſis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum eſt; igitur & hoc notum erit.

Si

Si Motus Lunæ viſus æquabilis foret, æquali opus eſſet tempore à momento Obſcurationis maximæ ad Eclipſis Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis eſt LM, poſitâ Lunâ HY Solem RH in Eclipſis Fine contingere; & Obſcuratio maxima coincideret cum Eclipſi media, ut in Lunæ Eclipſi fit, ubi nulla eſt Parallaxis Lunæ ab Umbra Terreſtri; ſunt enim contiguæ. Verum quoniam ſecus fit, ut in Prop. præc. oſtenſum; ad inveniendum Tempus quando Eclipſis finitur, ſimiles rurſus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ ſuæ portionem Luna conficit in aſſumpto poſt maximam Obſcurationem tempore, & per analogiam inveſtigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipſi LM prius invento æqualis) Motu viſo Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obſcurationis maximæ ſupra invento dabit momentum Finis Eclipſis Solaris in Loco propoſito viſæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F. *Tab. XXXII. Fig. 7.*

Scholium.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam reſolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum ſphæricæ ſuperficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in caſu ſimili ſuperius eſt dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipſium Solis calculo, ſi quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquiſitionem; ſed compendio hoc caute utendum eſt.

Corollarium.

Atque hinc Solaris Eclipſis, reſpectu dati Loci, Typus ſive Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipſis contingentem Lunam comprehendens pro plano

Tab. XXXII haberi poſſit, Ecliptica CN una cum Lunæ Via viſa AN
Fig. 7. (quæ aliquando propter Parallaxis varietatem ſenſibiliter à circulo maximo rectave aberrabit,) punctiſque S, M, L & F ubi Solis Lunæque centra dictis temporibus verſantur, rite protrahentur modo vulgo cognito: Centriſque S & M deſcribendo circulos diametros habentes Luminarium Diametris tunc apparentibus proportionales, ex iiſdem partibus deſumptas ex quibus Eclipticæ Orbitæque viſæ partes prius erant deſumptæ, patebit Solis Phaſis tempore Obſcurationis maximæ. Cumque (per Prop. XXXVI. Lib. II.) detur angulus quem Ecliptica comprehendit cum verticali Solis, ipſeque verticalis ſitus reſpectu Meridiani; ſi Schema ſupra delineatum ad Meridiani planum ipſumque Horizontem debitis angulis modo inventis inclinetur, Schema maximæ Obſcurationis perfectum erit. Si porro Viam Lunæ viſam referens Linea AN in partes dividatur, quas Luna horis horæque partibus (poſito Sole interim immoto) peragrare videtur, & apponantur numeri quibus horæ iſtæ in Loco dato numerantur, (quod facile fiet, cum Tempora maximæ Obſcurationis, Initii & Finis punctis M, E & P adponenda ex præcedentibus innoteſcant;) Schema omnibus ſuis numeris abſolutum fiet: Phaſiſque datâ Horâ contingens ſtatim delineabitur, ſi centro datâ Horâ ſignato & diametro Lunæ Diametro apparenti æquali deſcribatur circulus; hic enim ex circulo centro S Solem repræſentante abſcindet ſegmentum ſimile ſimiliterque reſpectu Eclipticæ poſitum ei, quod Luna ex Sole dicto tempore tegit.

Quæ ad Eclipſium calculum neceſſariæ ſunt Tabulæ (præter deſcriptas Propp. XXVI & XXVII.) illarum fundamentum, deſcriptio & ordo (quatenus noſtrum ſinit inſtitutum) ſuis locis habentur; nempe de Luminarium Diametris apparentibus Prop. XXXII, de Inclinatione Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam Schol. Prop. XXXVI, & de Tempore inter Syzygiam veram mediamque Eclipſin Prop. XXXVII.

PRO-

PROPOSITIO L.

Rationem reddere cur Lunares Tabulæ hactenus condita Lunæ Locum in Luminarium Eclipſibus, & generaliter in Syzygiis quibuſvis, accuratius oſtendant, quam in aliis Aſpectibus cum Sole, ſpeciatim in Quadraturis.

PRæterquam quod ad Lunationes determinandas Syzygiæ Solis & Lunæ accuratius ſunt ab Aſtronomis obſervatæ quam aliæ quævis Phaſes, & ſpeciatim in Luminarium Defectibus Lunæ Locus reſpectu Solis exactiſſime ſit obſervatus, & inde Theoria ad Lunæ Loca in iſtis caſibus per calculum exhibenda ſpeciatim condita ſit & aptata; Inæqualitates omnes Menſtruæ, ſive in Syzygiis cum Sole complendæ, Lunæ ejuſque Orbitæ Motum afficientes in Syzygiis ceſſant; in reliquis Aſpectibus effectus ſuos edunt. Sed hæ omnes, (unicâ exceptâ Variatione,) dum Tabulæ Lunares conduntur, ab Artificibus negliguntur, ut Prop. xxix. oſtenſum eſt; unde patet ratio cur Lunæ Locus ex Tabulis hiſce depromptus accuratior prodeat in Syzygiis quam in alio quovis Aſpectu cum Sole. Omnes autem hæ Inæqualitates majores ſunt quo Luna à Syzygiis remotior; hoc eſt, maximæ cum illa Quadraturas tenet: Lunaris enim Orbitæ Apſides, quæ abſolute loquendo progrediuntur, in Lunæ Quadraturis vel regrediuntur vel ſaltem tardius progrediuntur, per Prop. viii. Similiter Nodi, quorum Motus abſolutus regreſſivus eſt, tardius regrediuntur cum Luna eſt in Solis Quadrato, per Prop. xiv: Et Orbitæ Lunaris Excentricitas minor eſt ejuſque Inclinatio ad Eclipticam major (per Prop. xii & xv.) cum Luna eſt in Solis Quadrato quam in alio quovis Aſpectu, cæteris paribus; unde Tabulæ Lunares hucuſque conditæ à vero Loco Lunæ in Solis Quadrato ſitæ determinando longiſſime abſunt. Rurſus, cum Diſtantiæ Lu-

næ à Terra majoris in Quadraturis quam in Syzygiis (de qua Prop. 11. ejuſque Corol. actum eſt) nulla in Tabulis habeatur ratio, & hinc pendentes Lunæ Parallaxis & Locus viſus perperam è Tabulis eruuntur.

Porro, cum Inæqualitates Lunæ plurimæ pendeant ab Aſpectu Nodorum Lunaris Orbitæ cum Sole, & licet harum ratio in aliquibus Tabulis hactenus conditis habeatur, tamen id ſummâ exactitudine factum non eſt: Accuratius ergo, etiam ex dictis Tabulis, Lunæ Locus definietur cum Inæqualitates hæ ceſſant: ceſſant autem cum Nodi in Syzygiis verſantur; Nodi enim per Prop. xiv. tum quieſcunt, & Limitum Inclinatio tum maxima eſt per Prop. xv. In Luminarium porro Eclipſibus Nodi in Syzygiis aut prope illas hærent; unde patet ratio cur in hiſce Lunæ Locus accuratior Tabularum ope exeat: Tabularum enim errores in Nodorum regreſſu vario variaque Lunaris Orbis ad Orbem magnum Inclinatione, pro vario Nodorum ad Solem Aſpectu (qui aliquales certe ſunt) in hoc caſu locum non habent. Ceſſant enim Eclipſis tempore cauſæ productrices harum Inæqualitatum minus exacte in Tabulas diſpoſitarum; adeoque & errorum Tabularium effectus in Lunæ Loco ad utramvis Eclipſin (integrove fere Menſe ante & poſt alterutram Eclipſin) perperam definiendo etiam ceſſat. Quoniam igitur in Luminarium Eclipſibus prædictorum utrumque obtinet, Luna nimirum ipſa & Lunaris Orbitæ Nodi in Syzygiis conſtituuntur; Lunæ Locus tunc temporis ex Tabulis depromptus, pauciorum nempe Æquationum indigus quia paucioribus Inæqualitatibus obnoxius, magis accuratus & exactus erit quam in alio quovis vel Lunæ vel Nodorum ſitu & Aſpectu ad Solem, ubi Inæqualitates occurrunt, quarum vel nulla in Tabulis habetur ratio vel non accurata.

SEC.

SECTIO IX.

De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.

PROPOSITIO LI.

Manente eâdem Diſtantiâ Planetæ primarii à Sole, ſi plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Orbibus excentricis ſimilibus, & ad planum in quo Primarius circa Solem revolvitur æqualiter inclinatis, Errores omnes angulares, in Satellitum motu è Primarii centro ſpectati & in quavis Satellitum revolutione geniti, ſunt directe ut quadrata Temporum periodicorum reſpective.

QUoniam corporum quorumcunque eadem eſt Vis acceleratrix verſus Solis aut Primarii centrum in iiſdem ab illo diſtantiis, palam eſt diverſorum Secundariorum circa Primarium revolventium eandem eſſe rationem atque ejuſdem Secundarii, cujus Orbita dilatatur & coarctatur quantum diverſorum iſtorum Secundariorum Orbitæ inter ſe diſtant. In hoc autem caſu patet (ex Prop. XVIII.) dictos Errores angulares, è Primarii centro ſpectatos & in qualibet revolutione genitos, eſſe directe ut quadrata Temporum periodicorum. Unde conſtat propoſitum. Q. E. D.

Corollarium.

Cum ſupradicti Errores integri, in diverſis diverſarum revolutionum Temporibus geniti, ſint ut quadrata dictorum Temporum; qui eodem & determinato Tempore gignuntur, erunt ut ipſa revolutionum Tempora, hoc eſt, ipſa Tempora periodica; ablatâ nempe utrinque alterâ componentium rationum, nempe ratione ſimpla Temporum periodicorum. Quo-

Quoniam vero ſupradictorum Errorum aliqui, Motus nempe Apſidum & Nodorum, nunc in conſequentia fiunt nunc in antecedentia; ideo illorum Motus medii, notabili aliquo Tempore in eaſdem partes facti, in caſu præſenti erunt ut ipſa Satellitum Tempora periodica.

PROPOSITIO LII.

Si Primarii duo Planetæ circa Solem in diverſis ab illo Diſtantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, ſint que horum Orbitæ æquales, ſimiles ſimiliterque ad Primariorum ſuorum Orbes inclinatæ; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes ſc. Errores angulares, è centris Primariorum ſuorum reſpective ſpectati, ſunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

QUoniam enim quorumcunque Primariorum eadem eſt Vis acceleratrix verſus Solem in eadem Diſtantia, palam eſt Secundariorum iſtorum, circa diverſos Primarios in æqualibus Orbitis revolventium, eandem eſſe rationem atque ejuſdem Secundarii revolventis circa Primarium qui in Orbe adeo Excentrico circa Solem revolvitur, ut illius Diſtantiæ à Sole, in diverſis Orbitæ iſtius punctis, tantum inter ſe differant atque Primariorum binorum in caſu præſenti. In iſto autem caſu conſtat (per Prop. XIX.) dictos Errores tam in longum quam in latum, è Primarii centro ſpectatos, eſſe inverſe ut cubi Diſtantiarum Primarii à Sole. Et igitur Secundariorum, in Orbibus æqualibus, ſimilibus & ſimiliter inclinatis revolventium circa binos Primarios in diverſis Diſtantiis circa Solem motos, dicti Errores angulares, è Primarii ſui centro reſpective ſpectati, ſunt inverſe ut cubi Diſtantiarum Primariorum a Sole. Sed per Propp. XL & XLII. Lib. I. quadrata Temporum periodicorum Primario-

mariorum circa Solem ſunt ut cubi Diſtantiarum mediarum eorundem à Sole: Et igitur Secundariorum Errores angulares omnes, è Primarii ſui centro reſpective ſpectati, ſunt inverſe ut quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

Errores angulares Satellitum, in ſingulis ſuis revolutionibus circa Primarios reſpectivos geniti & ex horum centris ſpectati, ſunt in ratione compoſita ex directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

NAm per Prop. LI. ſi Diſtantiæ Primariorum à Sole eſſent æquales, prædicti Errores forent in directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa Primarios ſuos reſpective: Et per Prop. LII. ſi Diſtantiæ Satellitum à Primariis ſuis æquales eſſent, dicti Errores forent in reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem: Et igitur, licet neque Primariorum circa Solem Orbitæ ſunt æquales, neque Satellitum circa Primarios; prædictorum Errorum angularium, in ſingulis Satellitum revolutionibus reſpectivis genitorum & ex ſuorum Primariorum centris ſpectatorum, ratio componitur ex rationibus prædictis; nempe directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Simili ratiocinio (ex Prop. LII. & Corol. Prop. LI.) colligitur Motus medios Apſidum & Nodorum duorum Satellitum eſſe in ratione compoſita ex directa ratione

Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

PROPOSITIO LIV.

Motus inæquales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolventium determinare.

EX ſupra determinatis Motibus inæqualibus Lunæ è centro Terræ ſpectatis alterius cujuſvis Satellitis Motus analogi ope præmiſſorum Theorematum determinantur, ſi Forma Orbitarum Satellitum & Inclinatio Orbium ad plana, in quibus Primarii reſpectivi circa Solem feruntur, non multum abludant à Forma Orbitæ Lunaris & Inclinatione plani ejus ad planum Eclipticæ, ut in circum-Jovialibus & circum-Saturniis accidit: Parva autem horum differentia Motus ſenſibiliter non mutat, ut ad Propp. XI & XIV. adnotatum eſt.

Sint *ex. gr.* extimi Planetarum circum-Jovialium Motus determinandi: Patet ex Schol Prop. præc. Nodorum dicti Satellitis Motum medium regreſſivum eſſe ad Motum medium Nodorum Lunæ in ratione compoſita ex ratione Temporis periodici dicti Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa Solem; & proinde dari, cum dicta Tempora periodica obſervatione nota ſint.

Similiterque ex Motu medio Apſidum Lunæ progreſſivo eruetur Motus medius progreſſivus Apſidum Satellitis.

Eodem modo ex Prop. præc. Variatio dicti Satellitis eſt ad Lunæ Variationem ſupra inventam in ratione compoſita ex duplicata ratione Temporis periodici iſtius Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ

circa

circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa eundem; hoc eſt (per dictam Prop. præc.) ut Motus toti Nodorum Temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem.

Et ſimiliter Æquationes maximæ Nodorum & Apſidum Satellitis ſunt ad Æquationes maximas Nodorum & Apſidum Lunæ reſpective, ut Motus Nodorum & Apſidum Satellitis Tempore unius revolutionis Æquationum priorum ad Motus Nodorum & Apſidum Lunæ Tempore unius revolutionis Æquationum poſteriorum.

Atque hæc omnia vera ſunt ſimiliter de alio quovis Satellite. Verum inventis ſemel dictis Inæqualitatibus in uno Satellitum, analogæ Inæqualitates in alio quovis circa eundem Primarium revolvente facilius determinantur per Prop. LI ejuſque Corol: non opus enim erit adhibere inverſam duplicatam rationem Temporis periodici Primarii circa Solem, cum Primarius maneat idem.

PROPOSITIO LV.

Motus Apſidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere.

QUoniam Lunæ Apſis in Syzygiis cum Sole progreditur, ut & Satellitis etiam Apſis per Prop. XI, ſed tardius propter breve periodicum Tempus Telluris circa Solem reſpectu periodici Temporis Saturni aut Jovis circa eundem; patet Lunæ Apſidem diutius in Solis Syzygia & prope illam hærere quam Satellitis Apſidem, utpote quæ Solem utràvis Apſide celerius in conſequentia latum propius aſſequitur. Et ex altera parte utraque Apſis in Solis Quadrato regreditur, Lunæ autem celerius; ideoque breviore tempore in Solis Quadrato (cui fit obviam) permanet. Cumque ob primam cauſam breviore tempore progrediatur Satellitis Apſis quam Apſis Lunæ, & ob ſecundam longiore tempore re-

grediatur illa quam hæc, & utriuſque progreſſus abſolutus oriatur à majore progreſſu quam regreſſu; patet haſce duas cauſas conſpirantes Motum Apſidum Satellitis progreſſivum minuere magis quam pro aliarum cauſarum ratione. Huic ergo fundamento nixam adhibere oportebit Correctionem Motûs Apſidum ſupra inventi, dictumque Motum minuere pro cauſæ hujus permanentia & effectibus in ſingulis Jovis vel Saturni Satellitibus.

SCHOLIUM.

Determinatis Inæqualitatibus hiſce in Motibus Satellitum circa alium quemvis Primarium revolventium obtinentibus, facile erit (ad normam præcedentium de Luna) Satellitum horum Loca ad datum Tempus, Immerſionem in Primarii ſui Umbram, Emerſionem ex eadem, Umbræ Satellitis inceſſum per Primarii Diſcum aliaque illorum Motum attinentia calculo ſubducere, prout nempe è proprio Primario ſpectantur. Et Tabularum pro determinandis eorum Motibus illinc ſpectatis eadem erit Forma quæ Tabularum Lunarium ſupra deſcripta; ex quibus una cum ipſius Primarii Tabulis (Lib. præced. deſcriptis) Satellitum horum Phænomena prompte invenire licet. Sed quoniam Satellitum Eclipſes, dum in Primarii Umbram incurrunt, Phænomena ſunt maxime inſignia Terricolis obſervanda; Tabulæ ab Aſtronomis conduntur ad horum immediatum calculum, quarum fundamentum formaque facilis & ſimplex præcedentia intelligenti ſatis patent, exemplisque tantum opus erit ad hæc ſatis ſuperque illuſtranda; quæ tamen in Elementis hiſce Phyſicis & Geometricis, non Arithmeticis, locum non habent.

Advertendum eſt tamen rationem eſſe habendam diverſæ Diſtantiæ Telluris (Obſervatoris domicilii) à Phænomenis hiſce Immerſionis & Emerſionis Satellitum Saturni & Jovis:

vis: Hujuſmodi namque Phænomenon citius videtur cum Terra vicinior eſt illi, quam cum inde eſt remotior. Deſignet s Solem; CDEF Orbem magnum, ſive Telluris viam; G ♃ H viam Jovis; ♃ Jovem Umbram ♃ V projicientem; BAK Orbitam Satellitis Jovis. Terricola ad C poſitus cernat Emerſionem Satellitis ex Jovis Umbra ad A; nam ejus Immerſionem ad B, ſi Satelles Jovi propior ſit, aut Tellus poſt Oppoſitionem aut ante Conjunctionem Jovis & Solis, tum non cernet propter interpoſitum Jovis corpus: Quod ſi Spectator ibidem conſiſteret, poſt certum tempus ſimilis ejuſdem Satellitis Emerſio rurſus appareret, æqualique rurſus tempore elapſo alia rurſus Emerſio, atque ita denuo. Verum procedente Terrâ à C ad D, patet longiori opus eſſe tempore ut ſimile ſpectaculum ad hanc in D appellat; quanto nempe opus eſt ut Lux (ſpectaculum quaſi vehens) intervallum diſtantiarum AD, AC ſive diſtantiam CD percurrat. Pari ratione Satellitis Immerſio ad B, Telluris incolæ ad E conſtituto viſa, poſt determinatum tempus rurſus videbitur, atque ita porro; ſed Tellure ſpectaculo advenienti quaſi obviam factâ, dum ab E ad F movetur, Immerſionem dum in F conſiſtit Spectator citius videbit, quam ſi ad E conſtitiſſet. Atque hæc eſt diverſa Telluris Diſtantia à corporibus quorum Phænomena obſervantur, cujus habendam eſſe rationem diximus: propter diverſam enim hanc Diſtantiam citius aut ſerius videntur iſta, præter alias omnes Inæqualitates in ipſorum corporum Motu revera contingentes. Et ex citiore & ſeriore hujuſmodi Phænomenon apparentia, ad Terræ in Orbe annuo Motum comparata, viciſſim conſtat Lucis Motus ſucceſſivus; ejuſque velocitas hinc ex Obſervationibus colligitur.

Tab. XXXII. Fig. 8.

SECTIO X.

DE MOTU SATELLITUM CIRCA PROPRIA CENTRA RESPECTIVE.

PROPOSITIO LVI.

Luna circa Tellurem delata Motum circa proprium centrum deſcribere.

IN exemplum Motûs Satellitum circa propria centra adducemus Lunam noſtram, cujus Motui aliorum Planetarum Satellitum Motus analogos eſſe æquum eſt credere; nam hoſce in adeo immenſa diſtantia poſitos minutim obſervare non datur. Lunæ Motus per omnia ſimilis eſt Motui Terræ circa proprium centrum interea dum hæc circa Solem defertur, præterquam in Axis inclinatione & revolutionis Periodo. Luna enim circa Terram mota etiam movetur circa ſuum Axem: Axis hic eſt ſibi ubique parallelus, ideoque non ad planum Orbis Lunaris normalis, (hoc enim propter Solis perturbantis actionem perpetuo mutatur,) ſed ad illud inclinatus, & ſitum ad immutatum Eclipticæ planum fere rectum obtinens. Lunæ Motus circa hunc Axem proprium (ſicut & Terræ circa ſuum reliquorumque Primariorum circa ſuos, ut Prop. XXX. Lib. I. oſtenſum eſt) uniformis & æquabilis eſt, eodem tenore perpetuo conſtans; ejuſque Periodus eadem eſt cum Menſe periodico, contra quam in Terra reliquiſque Primariis circa Solem delatis obtinet, quorum quivis plures circa Axem revolutiones perficit, dum Orbitam ſuam ſemel peragrat.

PRO-

PROPOSITIO LVII.

Ejuſdem Meridiani Lunaris (ſive circuli per Axem converſionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram deſcribit) umbilicum à Terræ centro diverſum perpetuo tranſit quamproxime.

SIt ABDC Ellipſis, cujus peripheriam Luna circa Terram mota deſcribit: In hujus Ellipſis foco altero T Tellus locatur, ad quem ductus radius (quem alibi ſupra Vectorem diximus) areas Ellipticas temporibus quibus deſcribuntur proportionales deſcribit. Et per Prop. V. Lib. III. ductis à duobus quibuſvis in Ellipſi punctis ad alterum Ellipſis focum F (à centro Terræ T diverſum) rectis AF, BF, eſt quamproxime angulus AFB ad quatuor rectos ſicut Tempus quo arcus AB à Luna percurritur ad integrum Tempus Lunæ periodicum. Si AM referat Meridiani Lunaris planum, quod (Lunæ centro ubivis *ex. gr.* in A exiſtente) productum per F tranſit; dico idem planum pariter productum per F tranſire, in quocunque Orbitæ Ellipticæ puncto reperiatur Luna. Quoniam enim rotatio Lunæ circa proprium Axem uniformis eſt, & eandem habet Periodum quàm Luna circa Terram; patet Meridiani planum quod in ſitu Lunæ A erat AM, cum Lunæ centrum ad aliud quodvis punctum ad libitum aſſumptum (ut B) pervenit, ſitum talem BE obtinere; ut poſitâ B*m* parallelâ ad AM, angulus *m*BE ſit ad quatuor rectos ſicut Tempus quo Luna per arcum AB defertur ad integrum Tempus periodicum Lunæ: adeoque (per *Prop.* XI. *El.* V.) *m*BE eſt ad quatuor rectos ſicut AFB ad quatuor rectos; unde (per *Prop.* IX. *El.* V.) *m*BE angulus æqualis eſt AFB. Cumque AF & B*m* ſint parallelæ, erit BE in directum ipſi BF; hoc eſt, in ſitu Lunæ B ad libitum aſſumpto ejuſdem Meridiani planum, quod in priori ſitu A productum per F tranſibat, productum etiamnum tranſit per F. In quo-

Tab. XXXII *Fig.* 9.

Tab. XXXII. quocunque igitur Orbitæ puncto centrum Lunæ reperiatur; ejuſdem Meridiani planum productum tranſit per F umbilicum à Terræ centro diverſum. Q. E. D.

PROPOSITIO LVIII.

Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Lunæ Motu circa proprium centrum oriundos, deſcribere.

Fig. 9. PRimo patet eandem fere Lunæ Faciem ſemper ad Terram converti, eaſdemque fere Lunares Maculas ab Obſervatore Terreſtri ſpectari. Cum enim ejuſdem Meridiani planum productum per alterum Orbitæ Lunaris focum F tranſeat, & Lunaris Orbita non ſit valde excentrica, hoc eſt, F à T non multum diſtet, ſive angulus F B T (cum maximus) non ſit nimis magnus; patet eandem quam proxime Lunæ Faciem ad Terram converti.

Si verò accuratius inſpectis Maculis Lunaribus Lunæ Facies Terræ obverſa exactius conſideretur, quod, Teleſcopii ope delineatâ illius figurâ, tandem fiet; patebit non præciſe eandem à nobis videri. Et quidem cum ejuſdem Meridiani planum A M non ad Terram T, ſed ad alterum focum F dirigatur; conſtat Lunæ ad A exiſtentis Hemiſphærium è Tellure in T viſum aliquantulum diverſum eſſe ab illo, quod exinde videtur cum Luna ad B pervenerit, parte Hemiſphærii Lunaris verſus plagam D illic ab oculo in T tectâ quæ hic detegitur, parteque Hemiſphærii alterius verſus C hic ex viſu ſublatâ quæ illic apparuit. Atque Motus hic Lunæ è Terrâ apparens, quo quædam ipſius Maculæ in partem à Terra averſam ſe recipiunt dum aliæ ex parte averſa in viſum Hemiſphærium prodeunt, *Libratio Lunæ* apto ſatis vocabulo vocatur; & quidem quæ ob cauſam modo explicatam contingit, *Libratio in Longitudinem* dicitur, ſc. à Lunæ Motu in longum ſive ſecundum Zodiacum orta. Libratio hæc bis in quovis Menſe periodico reſtituitur; quando nempe Luna in Apogæo C aut Perigæo D verſatur: in utroque enim caſu ejuſ-

dem Meridiani planum, quod protenſum in F incidit, incidit etiam in T. Atque Libratio hæc ab Inæqualitatibus omnibus Motûs in longum afficitur, & inter reliquas ab illa qua Luna in Quadraturis cum Sole à Terra removetur, de qua dictum eſt Corol. Prop. 11.

Porro, quoniam Axis ſuper quem Luna in ſe convertitur non eſt ad Orbem Lunæ circa Terram deſcriptum perpendicularis, ſed ad illum inclinatus; patet nunc hunc nunc illum Lunæ Polum ad Terram annuere, (ſimiliter prorſus & propter ſimilem cauſam atque Telluris Polus nunc hic nunc ille ad Solem annuit,) adeoque Lunæ Maculas nunc huic nunc illi Polo vicinas ex Terra ſpectari, hoc eſt, aliam Lunæ Librationem èx Tellure videri; quæ, cum à ſitu Lunæ reſpectu Nodorum Orbitæ ſuæ cum Ecliptica pendeat, (nam Axis ejus, ut ſupra dictum, eſt fere ad planum Eclipticæ normalis,) *Libratio in Latum* jure vocatur. Abſolvitur & hæc ſpatio Menſis periodici, ſive potius redeunte Lunâ ad ſimilem reſpectu Nodorum ſitum.

Rurſus, eſt & tèrtia Librationis Lunæ ſpecies, quâ fit ut licet alia ejus pars Terræ non obvertatur quàm quæ ex duabus cauſis præcedentibus (Libratione nimirum in longum & in latum) obverti debet, tamen aliam à Sole illuminari contingit. Cum enim Axis Lunæ ſit ad Eclipticæ planum proxime normalis, cum Luna ab Ecliptica verſus Auſtrum recedit maxime (hoc eſt, cum in Limite Auſtrali invenitur) Lunæ Polus boreus & etiam aliquæ ultra Polum Lunaris Globi partes à Sole illuſtrantur, dum interim ejuſdem Polus auſtralis aliquæque citra hunc regiones Lunares in tenebris verſantur; in hoc igitur caſu ſi contingat Solem in eadem plaga cum Lunæ Limite auſtrali verſari, Luna à Conjunctione cum Sole ad Nodum aſcendentem procedens videbitur paulatim ſuas regiones Maculaſve Polo ſuo boreo vicinas in Hemiſphærium non illuminatum ſubducere, dum interim ab oppoſita plaga

aliæ cum Polo auſtrali ex tenebris in lucem prodeunt: contrariumque fiet ſemeſtri poſt, deſcendente Lunâ Novâ à Limite boreali; borealiores nempe Lunæ partes paulatim in lucem è tenebris prorepent, dum auſtraliores in tenebris ſe abſcondunt. Librationem hanc, ſive potius prioris Librationis in latum effectus hoſce, à luce Solis, adeoque Menſe Synodico, pendere palam eſt.

SCHOLIUM.

Ex Propoſitione hac apparet, quam multiplicem Lunaris Globi Librationem è Tellure ſpectatam ſimpliciſſimus ejus motus circa proprium Axem Prop. LVI. deſcriptus producat: Præcedentes enim Librationis ſpecies, pro vario Lunarium Apſidum, Nodorum & Solis inter ſe ſitu (ex quibus pendent) varie mixtæ & combinatæ, intricatiſſimam iſtam Librationem Lunæ ab Aſtronomis obſervatam componunt.

Atque hæc omnia ſimiliter in Jovis & Saturni Satellitibus obtinere admodum eſt probabile, ſi quidem eodem prorſus modo Primarios hoſce Planetas circumeunt ſimulque cum illis circa Solem feruntur, perinde ac cum Tellure Luna; & quod evidentiſſimum iſtud Lunæ Phænomenon ab omni ævo obſervatum & celebratum, (de quo Prop. præc. initio dictum,) quod nempe eandem perpetuo Faciem ad Terram obverſam tenet, Jovialibus iſtis & Saturniis etiam conveniat. Obſervatum enim eſt Comitum Saturniorum extimum tum ſolum conſpici, cum Planetæ huic ad Occidentem poſitus eſt; ab Oriente vero ſemper eum latere: veriſimile eſt id inde evenire quod magnâ ſui parte obſcuriorem (hoc eſt, radios Solares undiquaque copioſe ſatis non reflectentem) ſuperficiem habeat Satelles hic, ſicut & noſtræ Lunæ in planitiebus quibuſdam ſatis amplis contingit; quæ pars obſcurior, cum ad nos converſa eſt, cerni nequeat præ luminis reflexi tenuitate. Cumque in Orbitæ ſuæ latere quod Orientem ſpe-

ctat,

ctat, obſcurata reperiatur Luna hæc Saturnia, in altero nunquam; manifeſtum eſt indicium eandem Lunæ iſtius Faciem ſemper Saturnum reſpicere, quoniam ex eo illud contingere neceſſe eſt, ut cuivis patet. Quis jam dubitet, cum & illius omnium remotiſſimæ & noſtræ Lunæ Facies ſemper eadem Primario ſuo obvertatur, quin idem in cæteris quæ circa Jovem ac Saturnum revolvuntur etiam obtineat, licet Obſervationes manifeſtæ illud non evincunt?

SECTIO XI.

De Magnitudine et Densitate Satellitum.

IN inveſtiganda Satellitum Magnitudine ſupponemus & illos, ſuorum Primariorum (circa quos revolvuntur) reliquorumque magnorum Mundi corporum inſtar, ſphæricam (ex partium Gravitate verſus totum totiuſve centrum) ab initio, dum eorum materia fluida eſſet, induiſſe Figuram. Hoc in Luna Telluris noſtræ Satellite ex menſtruis Phaſibus, Eclipſibus aliiſque omnibus quæ excogitari poſſunt argumentis abunde patet, ut apud Phyſicæ & Aſtronomiæ Scriptores videre eſt: Hoc in aliis, Jovis nempe & Saturni Comitibus, etiam apparet; quamcunque enim Faciem Obſervatori Terreſtri obvertunt (obvertunt vero omnes) Diſco circulari perpetuo videntur, quod nulli Figuræ præter ſphæricam contingere poteſt.

Licet Planetarum Figura ſphærica ſit, ſi integrum aliquem ſpectes Planetam, hoc non impedit quin inæqualitates aliquæ (eæque, ſi cum rebus noſtris comparentur, ſatis magnæ) in illorum ſuperficiebus reperiantur, ex cauſis particularibus prope eorum ſuperficies in partes jam induratas & ſolidas vires ſuas exerentibus ortæ; quales & in Terra noſtra reperiuntur & in Luna, ſed quæ ipſorum Globorum reſpectu pro nullis merito habentur, eorumque rotunditati non officiunt.

 In

In inveſtiganda Satellitum Magnitudine & Denſitate, Lunæ noſtræ exemplum adducemus, ad cujus normam in reliquis procedere licebit.

PROPOSITIO LIX.

Lunæ Magnitudinem definire.

Tab. XXXII. Fig. 10. QUoniam Lunæ Diſtantia angulusque ſub quo apparet ex præcedentibus cognita habentur, hoc eſt (referente ABC Lunam, cujus centrum L, & O oculum) recta OL & angulus AOB, hujusque proinde ſemiſſis AOL; in triangulo LAO rectangulo ad A invenietur LA Lunæ Semidiameter: vel brevius ſic: Diameter Lunæ eſt ad Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apparens cognita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem, uti patet. Luna autem ipſa eſt ad Terram (per *Prop.* XVIII. *El.* XII.) in triplicata ratione ſuæ Diametri ad Diametrum Terræ, ac proinde definitur. Q. E. F.

Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo ſimiliter definietur ex cognitis Diſtantia & angulo quem quiſque ſubtendit.

PROPOSITIO LX.

Quantitatem materiæ in Luna definire reſpectu Quantitatis materiæ in Terra.

Tab. XXXIII. Fig. 1. DEſignet S Solem; ABC Orbem magnum, in cujus circumferentia commune centrum gravitatis Telluris T & Lunæ L circumfertur, ſicut Lib. I. explicatum eſt. Sit A centrum iſtud noto Tempore Novilunii cujuſdam; B idem illud centrum prope notum Tempus Quadraturæ *ex. gr.* inſequentis: Atque ex datis duobus hiſce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.) Solis Loca ex punctis A & B viſa: commune enim illud Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII. Lib.

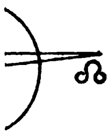


Fig. 2.

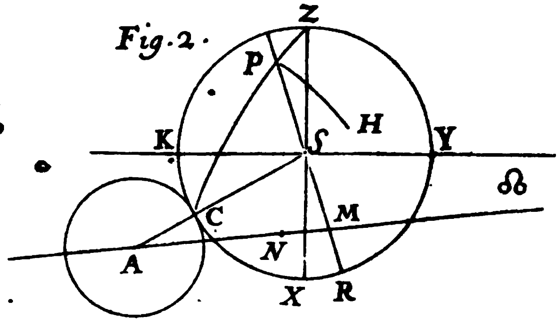


Fig. 4

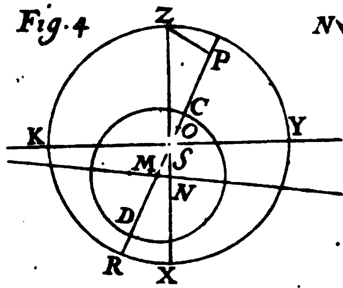
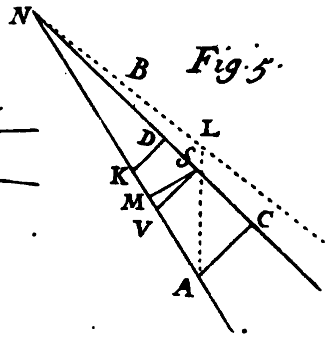


Fig. 5.



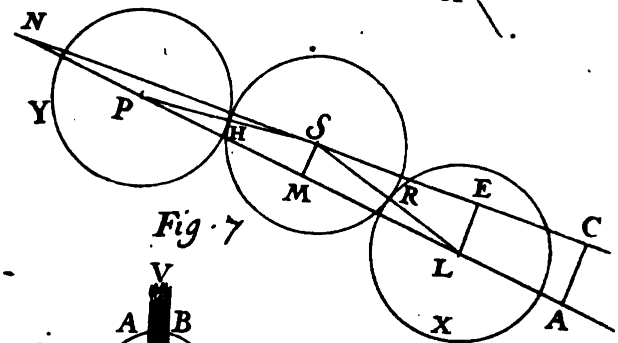


Fig. 7

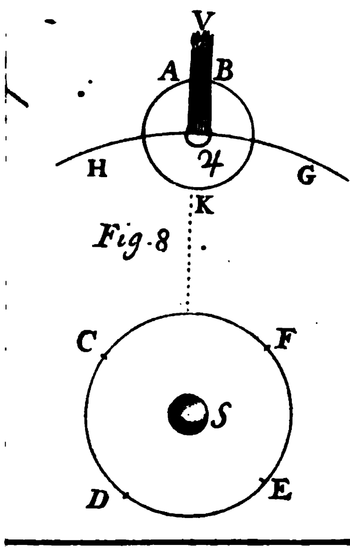


Fig. 8

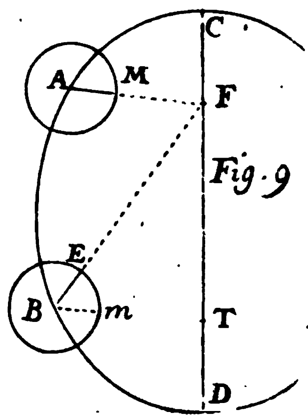


Fig. 9

In inveſtiganda Satellitum Magnitudine & Denſitate, Lunæ noſtræ exemplum adducemus, ad cujus normam in reliquis procedere licebit.

PROPOSITIO LIX.

Lunæ Magnitudinem definire.

Tab. XXXII. Fig. 10. QUoniam Lunæ Diſtantia anguluſque ſub quo apparet ex præcedentibus cognita habentur, hoc eſt (referente A B C Lunam, cujus centrum L, & O oculum) recta O L & angulus A O B, hujuſque proinde ſemiſſis A O L; in triangulo L A O rectangulo ad A invenietur L A Lunæ Semidiameter: vel brevius ſic: Diameter Lunæ eſt ad Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apparens cognita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem, uti patet. Luna autem ipſa eſt ad Terram (per *Prop.* XVIII. *El.* XII.) in triplicata ratione ſuæ Diametri ad Diametrum Terræ, ac proinde definitur. Q. E. F.

Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo ſimiliter definietur ex cognitis Diſtantia & angulo quem quiſque ſubtendit.

PROPOSITIO LX.

Quantitatem materiæ in Luna definire reſpectu Quantitatis materiæ in Terra.

Tab. XXXIII. Fig. 1. DEſignet S Solem; A B C Orbem magnum, in cujus circumferentia commune centrum gravitatis Telluris T & Lunæ L circumfertur, ſicut Lib. I. explicatum eſt. Sit A centrum iſtud noto Tempore Novilunii cujuſdam; B idem illud centrum prope notum Tempus Quadraturæ *ex. gr.* inſequentis: Atque ex datis duobus hiſce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.) Solis Loca ex punctis A & B viſa: commune enim illud Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII. Lib.

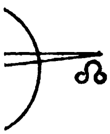


Fig. 2.

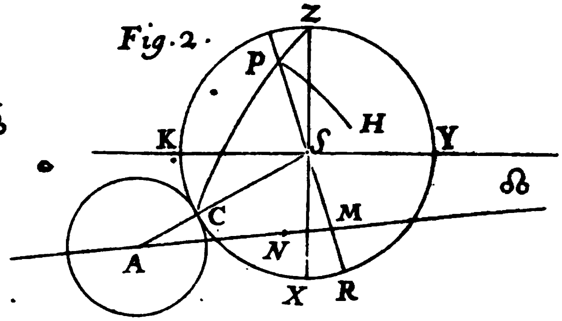


Fig. 4

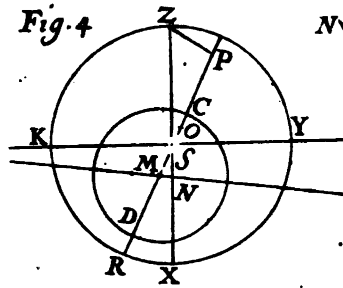
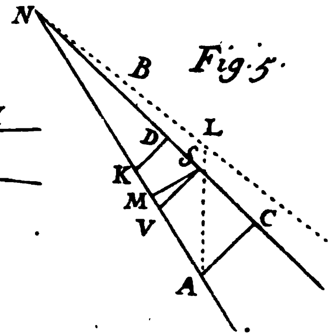


Fig. 5.



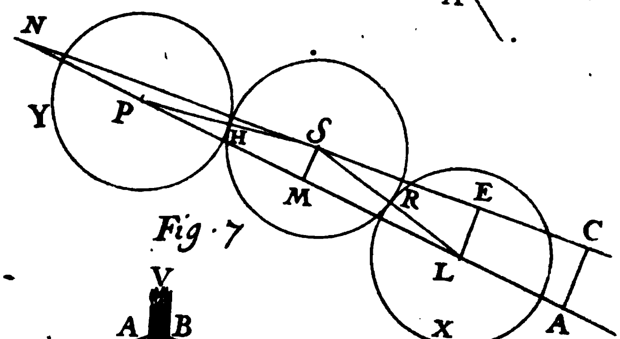


Fig. 7

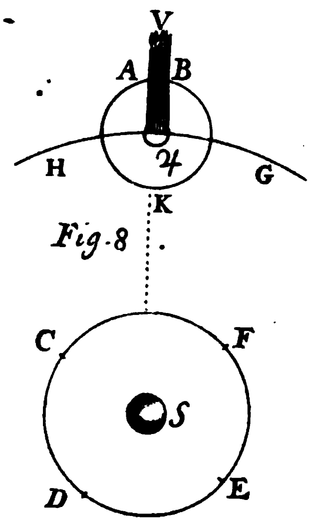


Fig. 8

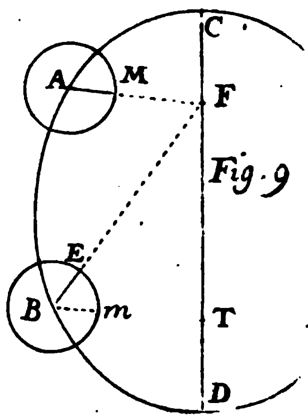


Fig. 9

Lib. I.) ita Orbem magnum peragrat, ut areæ per radios ad Solem ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Obſerventur Loca Solis & Lunæ è Tellure in *t* viſa. Noti ergo ſunt anguli B *t* S, A S *t*: ſed prius innotuit A S B; ergo non latebit B S *t*. In triangulo igitur B S *t* datis angulis B *t* S, B S *t* & latere S B (Orbis magni lineâ ex Sole ductâ & poſitione datâ, in Terræ Diametris ex Solis Theoria & Parallaxi cognitâ) innoteſcet & *t* B latus in iiſdem notis menſuris: Sed ex Lunæ Theoria nota eſt *t l* Diſtantia Lunæ à Terra; nota ergo eſt (per I. *Dat.*) ratio inter *t l* & *t* B, adeoque & inter B *t*, B *l*. Porro, ex *Mechanicis* notiſſimum eſt eandem eſſe rationem gravitatis Lunæ verſus longinquum Solem ad gravitatem Terræ verſus eundem, hoc eſt (per Corol. Prop. XLVII. Lib. I.) Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra, atque rectæ B *t* ad B *l* rectam; definita ergo eſt ratio Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra. Q. E. F. Tab. XXXIII Fig. 1.

Temporum ad hanc Obſervationem inſtituendam alterum in Solis & Lunæ Syzygia, alterum prope Quadraturam eligitur, ut angulus B S *t* major fiat.

Idem ſimiliter & ex iiſdem principiis colligitur ex diverſa Semidiametro apparente Solis in Novilunio & Plenilunio; illa enim (cæteris paribus) in Novilunio minor eſt, in Plenilunio major.

SCHOLIUM.

Inæqualitas prædicta in Motu Terræ, exinde orta quod non ipſa Tellus ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur areaſque ad Solem deſcribat temporibus proportionales, ſeſe etiam in Planetarum locis obſervandis oſtendit. Eſt quippe menſtrua hæc Parallaxis Martis Achronychii duplo, & Veneris Soli conjunctæ & retrogradæ triplo major quam Solis, (cum

in iſto caſu ille duplo, hæc triplo minus à Terra abſit quam Sol;) in cæteris inſenſibilis fere. Similis quoque inæqualitas in Saturni Joviſque (quos Satellites circumeunt) motibus obtinebit, præſertim cum omnes aut plerique Satellites ab una Primarii parte verſantur: ſed Primarii iſti reſpectu ſuorum Satellitum tam ingentes ſunt, ut Inæqualitas iſta fiat minus ſenſibilis.

PROPOSITIO LXI.

Rationem Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Telluris definire.

PROP. XLIX. Lib. III. univerſaliter demonſtratum eſt, quod ratio Denſitatis duorum corporum componatur ex directa ratione Quantitatis materiæ in illis & inverſa ratione Magnitudinis eorundem; hoc eſt (in caſu præſenti) quod Denſitas Lunæ eſt ad Denſitatem Terræ in ratione compoſita ex ratione Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra & ratione Magnitudinis Terræ ad Magnitudinem Lunæ: Sed per Propp. LIX & LX. dantur binæ rationes componentes; ergo datur ratio ex iis compoſita, nempe Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Terræ. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

Definire rationem Gravitatis acceleratricis verſus Lunam in ejus ſuperficie ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus.

EX ſupra oſtenſis patet, in paribus diſtantiis à centris corporum utcunque inæqualium, modo extra il , Gravitates acceleratrices eſſe ut Quantitates materiæ in dictis corporibus; & in diſtantiis inæqualibus à centris corporum æqualium Gravitates acceleratrices eſſe inverſe ut quadrata dictarum diſtantiarum: Et igitur, licet neque diſtantiæ neque ipſa corpora æquantur, ratio Gravi-

Gravitatum acceleratricium verſus illa componitur ex ratione directa ipſorum corporum verſus quæ gravia tendunt & ratione inverſa quadratorum diſtantiarum ab illorum centris; hoc eſt (in caſu præſenti) Gravitas acceleratrix verſus Lunam in ejus ſuperficie eſt ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus in ratione compoſita ex ratione Maſſæ Lunæ ad Maſſam Terræ & ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Semidiametrum Lunæ, (nam diſtantiæ ſuperficierum à centris ſunt ſphærarum Semidiametri:) datur autem rationum componentium prior per Prop. LX. & poſterior per Prop. LIX; & igitur non latebit ratio compoſita, nempe ratio Gravitatis acceleratricis in ſuperficie Lunæ ad Gravitatem acceleratricem in ſuperficie Terræ.

Similibus Obſervationibus eâdemque ratiocinatione Satellitum Jovialium & Saturniorum Maſſæ & Denſitates reſpectu ſuorum Primariorum definientur: cumque horum Maſſæ & Denſitates reſpectu harum qualitatum in Tellure Propp. XLVIII & XLIX. Lib. III. definiantur; definitæ habentur Maſſa, Denſitas Gravitaſque acceleratrix ad ſuperficies Planetarum Syſtemate Solari contentorum.

SECTIO XII.

DE FIGURA SATELLITUM ET PRIMARIORUM EX MUTUA GRAVITATE ORIÚNDA.

LIcet montes valleſque Terreſtres, & eminentiæ cavitateſque Lunares (quas evincunt illarum Umbræ pro diverſo Solis ſitu in has projici viſæ) corporum horum rotunditatem non tollant, ut ſuperius eſt dictum; quædam tamen univerſales ſunt à figura ſphærica deviationes non diſſimulandæ: *ex. gr.* illa in ſphæroidem prolatam, quam corporibus quibuſvis fluidis circa proprios axes rotatis competere oſtenſum eſt Prop. XXXI. Lib. I. Verum

rum

rum ob rotationis tarditatem in Globo Lunari, quippe quæ non niſi Menſe periodico abſolvitur, deviatio à figura ſphærica illinc orta inſenſibilis admodum erit, ſi cum ſimili deviatione in Terra comparetur, ut oſtendetur Prop. inſequente.

Propter aliam rationem Luna figuram ſphæroidem oblongam induit, cujus axis productus per Terræ centrum tranſit. Cumque hujuſce figuræ inſignes ſint cauſæ nec minores effectus, illam altius repetere æquum erit; præſertim cum eâdem operâ explicandum ſit Phænomenon Æſtûs Maris, quod inter ea quæ in Tellure contingunt celebratiſſimum eſt originiſque (ut oſtendetur) Cœleſtis.

PROPOSITIO LXIII.

Figuram Sphæroidem prolatam Lunæ definire.

PRoblema hoc eodem modo ſolvitur quo Prop. LIII. Lib. III, ubi aliorum Planetarum figura determinatur: Habetur enim ratio inter Diametros Lunæ & Terræ per Prop. LIX, item ratio Temporum revolutionis Lunæ & Terræ circa proprios Axes per Prop. LVI; habetur igitur (per Prop. XXVI. Lib. I.) ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad conſimilem Vim in Æquatore Terræ: Sed datur (per Prop. LII. Lib. III.) ratio inter Vim centrifugam in Æquatore Terræ & Gravitatem in Terræ ſuperficie, & ex Prop. LXII. datur ratio Gravitatis in Terræ ſuperficie ad Gravitatem in ſuperficie Lunæ; & igitur data erit ratio ex tribus hiſce compoſita, nempe ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad Gravitatem verſus Lunæ centrum quæ in ejus ſuperficie obtinet, quæ (in dicta Prop. LII. Lib. III.) oſtenſa eſt eadem cum ratione exceſſûs Diametri Lunæ ſecundum ejus Æquatorem ad Lunæ Axem. Ideoque (per 6. *Dat.*) dabitur ratio inter Lunæ Axem & ejus Diametrum quamvis Axi normalem; hoc eſt, inter axes Ellipſis cujus rota-

rotatione circa axem minorem fit Sphærois prolata Lunæ ſimilis.

Ratio prædicta rationem æqualitatis adeo appropinquat, ut Lunæ Figura ſphæroides prolata, hinc oriunda, parum admodum differat à ſphærica.

PROPOSITIO LXIV.

Si Telluris Globus ubique profundo Mari opertus eſſet, indueret hic Figuram ſphæroidem oblongam fere, cujus axis productus per Lunam tranſiret.

Tab. XXXIII. Fig. 2. & 3.

DEſignet circulus centro T Tellurem, circulus centro L Lunam: Patet, quod ſi nulla eſſet actio Lunæ nec alterius cujuſvis extranei corporis in Tellurem, hanc cum undique fluido operta ſit ſphæricam eſſe, niſi quatenus ab hac deviat propter rationes Prop. XXXI. Lib. I. indicatas, de qua deviatione hic non agitur. Verum, quoniam Telluris partes ſingulæ graves ſunt in Lunam, & gravitas verſus Lunam (ſicut verſus corpus aliud quodvis) eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illius centro; ſi (ut in Prop. LX. Lib. I. & Prop. I. Lib. IV. fuſe explicatum eſt) recta L T exponat Gravitatem acceleratricem corporis in Terræ centro locati verſus Lunam, ſitque (in fig. I.) E quælibet Fluidi marini particula, ſi porro in recta L E (eave producta) ſumatur L K æqualis L T, & L F quæ ſit ad L K in duplicata ratione L K ad L E; exponet L F Gravitatem corporis ad E locati verſus L, quæ (ut vulgo notum) dividitur in Vires ut F G & G L & cum iis directionibus: Si autem à Vi illa qua corpus ad E poſitum urgetur, quæ eſt ut G L, auferatur Vis ut T L quâ Terræ centrum unaque integra Tellus verſus Lunam urgetur; relinquentur Vires ut F G & G T & cum directionibus F G & G T, quibus corpus ad E poſitum urgetur, præter Vim propriæ Gravitatis quâ E verſus Terræ centrum tendit. In fig. 2. re-

Tab. XXXIII. Fig. 2. & 3. liquis manentibus ſit C punctum Telluris cui Luna eſt in Zenith, & A cujus Nadir Luna tenet, B & D puncta circumcirca (ſive potius circulus) quibus Luna eſt in Horizonte. Liquet quod punctum G maxime diſtat à T cum punctum E eſt aut in C aut in A; in priori caſu G migret in M, in poſteriori in N. Cum vero punctum E invenitur in circulo B D, punctum G coincidit fere cum T, nullaque in fluidi partibus in dicto circulo B D verſantibus relinquitur Vis præter illam Gravitatis propriæ & alteram illam ut F G cum directione F G; ipſa vero F G in hoc caſu fit B T aut D T, puncto F cum K coincidente. Particulæ igitur fluidi ad C & A, cum præter Gravitatem propriam verſus centrum T urgeantur, illæ quidem Vi ut M T cum directione ab M verſus T, hoc eſt, à C verſus L; hæ vero Vi ut N T cum directione ab N verſus T, hoc eſt, ab A verſus M; non erunt tam graves verſus centrum T atque ſi Vis à Luna orta abeſſet: Sed particulæ ad C verſus Lunam attrahuntur magis quam Terra integra quæ in centro T locata intelligitur; & particulæ ad A verſus Lunam attrahuntur minus quam Terra integra in T, & proinde poſt Terram quaſi relictæ ſimiliter afficiuntur atque ſi ad partes contrarias verſus M traherentur: particulæ vero in circulo B D, cujus incolis Luna Horizontem tenet, graviores ſunt verſus T; nam præter Gravitatem propriam alia ut B T vel D T à Vi Lunæ oriunda ſuperadditur cum directione à B vel D verſus T. In locis inter A vel C & B vel D intermediis particulæ conditionibus utriſque præditæ ſunt, quarum hæc vel illa prævalet prout his vel illis ſunt viciniores; nempe quo propiores ſunt fluidi Terreſtris partes punctis C & A eo minus graves ſunt, actione nempe Lunæ (ſc. Vi ut G T) Vim propriæ Gravitatis verſus T minuente, & quo propiores ſunt punctis B & D eo graviores ſunt, eâdem actione Lunari Gravitatem propriam in hoc caſu augente per Vim ut F G.

Cum

Cum vero Globus A B C D fluido ſatis profundo undique opertus ponatur, hoc eſt, cujus particulæ aliæ aliis facile cedunt, & motum quæque proprium libere peragit; patet fluidum ad A & C poſitum à fluido in B & D extrudendum, levius à graviore, uti per Hydroſtaticæ leges oportet. Exſtabit igitur fluidum ad A & C & prope illa ſive attolletur & ſubſidebit in B D circulo & prope hunc, donec illius major moles & altitudo ab hujus majore Gravitate compenſatæ æquilibrium efficiant; formabiturque Tellus, fluido undique ſatis profundo operta, in Figuram ſphæroidem oblongam quaſi, cujus axis eſt A C recta quæ producta per Lunam tranſit. Q. E. D. Tab XXXIII. Fig. 2. & 3.

Scholium.

Ob eandem rationem Fluidum Terreſtre Figuram induet ſphæroidem fere oblongam, cujus axis productus per Solem tranſit: Nam ſi in præcedente ratiocinatione corpus L non Lunam ſed Solem deſignet, patet propoſitum. At ſphæroidis hujus axis non tantum excedit diametros illi normales, quam in illa quam Luna producit. Quoniam enim Fluidi elevatio ad C ſub Luna L exinde provenit, quod hoc gravius ſit verſus Lunam quam ipſa Tellus quæ ad T conſiſtere cenſetur, quippe vicinius; ejus vero elevatio in puncto A exinde, quod Terra ad T gravior ſit ad Lunam quam Fluidum ad A, utpote vicinior; adeo ut Fluidum ad C à Luna prolectatum (ut *Kepleri* verbo utar) Tellurem poſt ſe relinquat, Fluidum vero ad A à Terra quaſi relinquatur: ſi hoc à Solis actione proveniat, effectus non erunt adeo ſenſibiles, quia Terræ Semidiameter T C vel T A evaneſcit fere reſpectu Diſtantiæ immenſæ inter Terram & Solem, quæ reſpectu Diſtantiæ inter Terram & Lunam (quæ triginta Diametros Terreſtres vix excedit) ſatis ſit ſenſibilis; & ideo fluidi ad C gravitas inſenſibiliter major verſus Solem quam ad T, & ad A poſiti inſenſibiliter Fig. 3.

 liter

Tab. XXXIII. Fig. 3. liter quam ad T minor; unde Figura ſphæroides hinc facta parum ſupra ipſam ſphæram elevabitur ad vertices C & A, parumque in circulo B D infra eandem deprimetur. Aliqua tamen erit hæc Fluidi Terreſtris elevatio in C & A depreſſioque in B D circulo, propter immenſas immenſi corporis Solaris etiam longiſſime diſtantis vires.

PROPOSITIO LXV.

Maris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum operientis Figuris ſphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem tranſeunt.

PRimus (quod ſciam) Æſtûs Maris veram hanc cauſam attigit *Jo. Keplerus*, qui illam pluribus explicat in *Introductione ad Phyſicam Cœleſtem commentariis de Motibus Stellæ Martis traditam*, ubi poſtquam cujuſvis corporis Gravitatem in quodvis univerſaliter oſtendit, ſic ſcribit: *Orbis virtutis tractoriæ, quæ eſt in Luna, porrigitur uſque ad Terras, & prolectat aquas ſub Zonam Torridam, quippe in occurſum ſuum quacunque in verticem loci incidit, inſenſibiliter in maribus incluſis, ſenſibiliter ubi ſunt latiſſimi alvei Oceani, aquiſque ſpacioſa reciprocationis libertas*; & in *Aſtr. Lun. Pag.* 70. ſic: *At æſtuum maris cauſæ videntur eſſe corpora Solis & Lunæ trahentia aquas maris.* Illam poſtea excepit & incrementis immenſis ditatam ſuam jure fecit ſummus Philoſophus D. *Iſ. Newton*, qui aquas Maris intumeſcere oſtendit & ſub Luna & loco huic oppoſito: *Keplerus* enim credebat quod *Impetus* præſente Lunâ *factus gignit per abſentiam Lunæ, impetum alium; donec Luna rediens, fræna impetûs hujus recipiat, moderetur que, & una cum ſuo motu circumagat.* Sphæroides igitur hæc figura, quâ ultra ſphæram (duorum montium inſtar & ſub Luna & in loco huic oppoſito) exſtat, una cum Luna (quam

ſequitur)

ſequitur) motu diurno circumacta, (ſive potius, ſecundum rei veritatem, Tellus in Orientem rotata ſubducens ſe hiſce eminentiis aquarum, quæ ſub Luna motu proprio lente in Orientem lata immotæ quaſi conſiſtunt,) aquam in ſuo itinere bis intumeſcere facit totieſque detumeſcere ſpatio 25 horarum, quo Luna à cujuſvis Loci Meridiano digreſſa ad eundem redit.

Quoniam vero (per Schol. Prop. præc.) Fluidum Terreſtre tumet etiam in Locis quibus Sol in Zenith aut Nadir reperitur, licet multo minus quam ubi Luna ſimiliter locatur; in Luminarium Conjunctione & Oppoſitione conjungentur etiam prædictæ aquarum eminentiæ, fietque elevatio omnium maxima, maximaque etiam depreſſio, cum Luminaria Horizontem ſimul attingunt, quia aqua per utriuſque Vim tunc elevatur, nunc deprimitur. In Luminarium Quadraturis Sol attollit aquam ubi Luna deprimit, deprimitque ubi Luna attollit; & ex Virium differentia aquarum elevatio omnium minima oritur, minimaque etiam depreſſio. Inter Luminarium Syzygias & Quadraturas effectus producuntur inter prædictos intermedii, ut æquum eſt.

Si Luna in Æquinoctiali circulo verſetur, aquarum eminentiæ binæ oppoſitæ Æquatorem Terreſtrem tenebunt, & utraque maximum illum Telluris circulum motu ſuo deſcribens magis agitabitur, & proinde ad littora appellens altius elevabitur ad illa; præterquam quod, Æquatoris Terreſtris diametro majore exiſtente quam recta quævis alia per Terræ centrum traducta & utrinque ad ejus ſuperficiem terminata, aqua per Luminarium Vires (cæteris paribus) in illo ad majorem altitudinem elevabitur quam alibi. Et igitur cum Luminaria duo, in Æquatore conjuncta aut oppoſita, Vires ſuas ad Mare in Æquatore Terreſtri elevandum jungunt, quod fit in Syzygiis Æquinoctio proximis, hoc eſt, Menſe *Martio* & *Septembri* contingentibus; Æſtus tum producti

ti erunt omnium maximi & agitatiſſimi, Æſtuſque, qui dictis Menſibus in Luminarium Quadraturis contingunt, erunt omnium minimi minimeque agitati; effectus quippe differentiæ Virium Lunæ ab Æquatore maxime declinantis (nempe quæ Soli in Æquatore poſito eſt in aſpectu Quadrato, ac proinde in Solſtitialibus Zodiaci punctis) & proinde Æſtum minimum minimeque agitatum producentis, & Solis non declinantis Æſtumque adeo maximum maximeque agitatum cauſantis; cujus contrarium accidit circa Solſtitia, cum Æſtus minimi in Luminarium Syzygiis contingunt (minimi inquam illorum qui in Syzygiis contingunt) maximique (eodem ſenſu) in eorum Quadraturis.

Rurſus, Æſtus (cæteris paribus) maximi ſunt dum Luminaria ſunt in Perigæo, minimi dum in Apogæo; cumque iſtud Lunæ accidat quovis Lunationis tempore, Soli autem Hyeme tantum, hoc prioribus junctum efficit ut Æſtus maximi in Syzygiis & minimi in proximis Quadraturis præcedant Æquinoctium vernum & ſequantur Æquinoctium autumnale.

Hucuſque Æſtuum proprietates conſideravimus quatenus univerſum Telluris globum afficiunt: reſtat nunc ut eas conſideremus quæ à diverſarum habitationum Latitudine diverſa procedunt. In quem finem referat BEKAQH Tellurem, cujus centrum T, Poli A & B, hic borealis ille auſtralis, EQ Æquator, & huic paralleli duo circuli CD, FG, quorum hic verſus Boream ſit, ille verſus Auſtrum. Fluidum Telluri circumfuſum ad præſentiam Lunæ ſe diſponat in ſphæroidem figuram oblongam, cujus axis KH productus ad partes H per Lunam tranſeat, ut Prop. præc. oſtenſum eſt; erit recta TH vel TK maxima aquæ Altitudo (computando à centro) & TM vel TN minima, eadem nempe cum Altitudine aquæ in quovis circuli NM puncto, *v. g.* X vel Y, ubi parallelis CD & FG occurrit. Rectæ TC, TF, TD &

Tab. XXXIII. *Fig.* 4.

TG

T G aquæ Altitudinem in reſpectivis punctis C, F, D & G deſignabunt; ductoque P O circulo ad circulum N M parallelo, erit recta T O æqualis Altitudini aquæ in punctis O, V, S, R & P, ubi dictus circulus P O cum Æquatore & parallelis reſpectivis concurrit. Hiſce poſitis, conſideremus Locum motu diurno parallelum C D deſcribentem: patet, cum Locus hic in D verſatur, Altitudinem Maris T D eſſe maximam, hoc eſt, Æſtum eſſe cum Luna L Meridianum tenet; poſtea vero Altitudinem aquæ ibi eſſe minimam, cum dictus Locus revolvendo ad punctum X pervenit, uti prius eſt oſtenſum; rurſuſque Æſtum eſſe cum Locus ad C appellit. Sed quia T D major eſt quam T C (nempe longiſſimæ T H propior) erit in caſu præſenti, cum Luna ad Polum elevatum declinat, Altitudo Maris major cum Luna eſt in Meridiano ſupra Horizontem quam cum Luna Meridianum infra eundem tenet. Similiter T G minor eſt quam T F, quippe minimæ T M propior; hoc eſt, in Loco parallelum F G motu diurno deſcribente Altitudo aquæ maxima, contingens dum Luna verſus Polum depreſſum A declinans Meridianum ſupra Horizontem tenet, minor eſt quam ejus Altitudo maxima, quæ fit dum Luna ad Meridiani alteram medietatem pertingit. *Tab XXXIII. Fig. 4.*

Porro, Æſtûs prædicti alternis vicibus majoris & minoris (in Loco quovis extra Æquatorem poſito, prout Luna ad Meridiani partem conſpicuam aut latentem appellit) differentia major erit, ſi cum cauſis quibuſdam prius explicatis ſimilemque effectum ſortientibus conjungantur, *ex. gr.* Solſtitiorum tempore; tunc enim in Syzygiis utrumque Luminare ab Æquatore maxime declinat, à qua Declinatione Æſtuum alternationem pendere oſtenſum eſt. Atque effectus adhuc augebitur, ſi Orbitæ Lunaris Nodus aſcendens Æquinoctium vernum etiam occupat; tunc enim Luna Soli conjuncta, ultra Declinationem Solis Declinationi maximæ æqualem, Latitudinis maxi-

maximæ (in Limite nempe) quantitate magis adhuc in Boream aut Auſtrum declinat.

Hæc omnia ita ſe haberent, ſi globus Telluris undique aquâ ſatis profundâ tegatur: Verum propter Inſulas tam majores quam minores Æſtum inhibentes, atque hiſce intermedia Freta, item Vada Syrteſque, per quæ Æſtus ſunt propagandi, infinita fere oritur hujus Phænomeni varietas. At omnium horum ſitu reſpectuque ad invicem probe notis, & Obſervationibus de Maris Æſtu exacte inſtitutis, nullum eſt dubium quin horum ratio ex prædictis facile & naturaliter fluat. Verum cum hæc non ſint noſtri inſtituti, immo hactenus oſtenſa non niſi tanquam Lemmata ad Lunæ figuram determinandam conſignentur, particularibus hujuſmodi proſequendis abſtinemus.

PROPOSITIO LXVI. LEMMA.

Si Globus Lunæ ubique profundo Mari noſtro ſimili opertus eſſet, indueret hic figuram ſphæroidem oblongam, cujus axis productus per Terram tranſiret: & Altitudo fluidi Lunaris, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ſupra ſphæram ſphæroidi inſcriptam eſſet ad Altitudinem analogam Maris noſtri in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è diametro oppoſitis, ſupra ſphæram inſcriptam ſphæroidi, in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ.

QUod fluidum Lunare in ſphæroidem figuram aſſurgeret, cujus axis per Terram tranſiret, patet iiſdem argumentis, quibus Prop. LXIV. probavimus fluidum Terreſtre hujuſmodi figuram induere. Cum enim Lib. I. ſatis ſit oſtenſa gravitas omnium corporum in omnia, merito cum *Keplero* in *Aſtr. Lunar.* quærendum eſſet; *Quid impedit igitur quin dicamus Terram etiam Lunares aquas trahere*

trahere ſicut Luna Terreſtres? Porro, ſi gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis eſſet gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, (hoc eſt, ſi æqualis eſſet materiæ quantitas in Luna & in Terra;) patet fluida æquidenſa, quibus iſti duo globi teguntur, ſe conformatura in figuras ſphæroides ſimiles. Tab. XXXIII. Fig. 5. 1. & 2. Nulla enim vel excogitari poteſt ratio, quare alterius globi fluidum in acutiorem ſphæroidem figuram attollatur: Nam præter ſolam molem, in caſu præſente, omnia hinc inde æquantur. Et cum omnia ad omnimodam Æqualitatem producendam neceſſaria ponuntur præter Molem; loco omnimodæ Æqualitatis producetur Similitudo ejus ſuccedanea. Figuræ in ſchemate deſignent figuras ſphæroides ſimiles in quas Luna (cujus centrum L) Terraque (cujus centrum T) æqualis maſſæ fluida alterna elevarent; figurarum harum axes L B, T A in directum jacerent per Prop. LXIV. (*) Si ſphæroidibus hiſce inſcriptæ concipiantur ſphæræ F D, E C axes in C & D interſecantes, erit ob figurarum ſphæroidum in caſu præſenti ſimilitudinem B L ad L F ut T A ad T E, & dividendo B D ad L F ſicut A C ad T E, & viciſſim B D ad A C ſicut L F ad T E; hoc eſt, ſi æqualis eſſet gravitas acceleratrix Terræ in Lunam atque Lunæ in Terram, elevatio fluidi Lunaris, in partibus proximis & remotiſſimis ſupra ſphæram inſcriptam, eſſet ad elevationem fluidi Terreſtris analogam, in locis Lunæ ſubjectis & hiſce oppoſitis, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ. Rurſus, ſi Terra ac Luna æquales haberent Diametros, Altitudines ſupra inſcriptas ſphæras, ad quas fluida æquidenſa elevarentur, eſſent ut gravitates acceleratrices in ipſa corpora trahentia; hoc eſt, ſphæroidis Altitudo, ad quam elevatur fluidum Lu-

(*) Intelligendum eſt figuras duas ex quibus quinta conſtat, in directum poſitas eſſe ad aliquam diſtantiam, atque ita collocatas eſſe, ut lineæ T A, L B in una linea recta jaceant, quod exprimi in Tabula non potuit.

Lunare ſupra ſphæram, in partibus Telluri proximis & ab illa remotiſſimis, eſſet ad conſimilem Altitudinem ſphæroidis aqueæ ſupra inſcriptam ſphæram, ad quam elevatur fluidum Terreſtre, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Et igitur, licet neque gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis ſit gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, nec Diameter Lunæ Diametro Terræ æqualis; erit Altitudo fluidi Lunaris ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ; ad analogam Altitudinem, ad quam Mare noſtrum in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è Diametro oppoſitis ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram elevatur, in ratione compoſita ex ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ & ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Figuram ſphæroidem oblongam Lunæ definire.

SUperius oſtenſum eſt & Lunam aliquando fuiſſe fluido undique tectam (quod ex illius figura ſphærica patet) & fluidum hoc fuiſſe ſphæroidis figuræ oblongæ, cujus axis per Terram tranſit. Quoniam autem eadem fere Lunæ facies Terræ perpetuo obvertitur, (quod propter Periodum Lunæ circa proprium Axem ejus Periodo circa Terram æqualem contingit, ut Prop. LVIII. oſtenſum eſt,) eminentiarum hujus ſphæroidis extra globum Lunæ idem erit perpetuo in ſuperficie Lunæ ſitus. Indureſcente proinde paulatim Lunæ materiâ fluidâ ſeu molli, ſphæroidis hujus eminentiæ in Lunæ ſuperficie quieſcentes etiam induruerunt, ipſaque Luna ex molli dura facta hanc figuram ſphæroidem oblongam retinet; ſecus atque in Terra fit, in qua ſphæroidis fluidæ eminentiæ extra inſcriptam

ſcriptam ſphæram, propter Telluris motum circa proprium Axem pernicem, circa Tellurem perpetuo rotantur fluiditatemque conſervant.

Ad ſphæroidis hujus figuræ ſpeciem determinandam, advertatur demonſtratum eſſe in Prop. præc. exceſſum axis ſphæroidis oblongæ ſupra diametrum huic normalem eſſe ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à viribus ſolius Lunæ factæ ſupra minimam in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ: Sed datur utraque ratio componens, prior ex Prop. LXII, poſterior ex Prop. LIX; datur igitur compoſita, nempe ratio exceſſûs axis ſphæroidis Lunæ ſupra diametrum illi normalem ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à ſolius Lunæ viribus factæ ſupra minimam. Datur autem exceſſus hic per obſervationem; ergo & ille, nempe exceſſus axis ſphæroidis Lunaris ſupra Diametrum illi normalem: datur autem ipſa Lunaris Diameter per Prop. LIX; ergo & axis ſphæroidis figuræ quæſitus. Definita igitur eſt Lunæ figura ſphæroides oblonga. Q. E. F.

Lunæ figura ex Sphæroide prolata Prop. LXIII. definita, & oblonga hâc LXVII. determinata componitur: At ſi illius ſuperficies fluido tegeretur, tertia præterea eſſet figura ſphæroides oblonga facta à Solis Vi perturbante, cujus axis productus per Solem tranſiret, cujuſque proinde eminentiæ, ſemel in rotatione Lunæ ſuper proprium Axem, integrum Lunæ ambitum peragraret inſtar Æſtûs Maris noſtri. Hujus elevatio maxima, extra ſupra definitam figuram Lunarem, eſſet ad elevationem Maris noſtri, à ſola Vi Solis factam, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ, & proinde nota.

Quæ de Terra ejuſque Satellite Luna dicta ſunt, vera etiam erunt de Jove & Saturno & eorum Satellitibus, ſi vel nunc vel olim fluida fuerint ingentia iſta corpora:

gravitas enim mutua corporum, conatus recedendi ab axe motûs in corporibus rotatis & fluidi natura eadem ſunt apud Jovem & Saturnum quæ apud Terram.

SECTIO XIII.

De Saturni Annulo, ejusque Phasibus.

POſt traditas & demonſtratas methodos Geometricas, quibus hucuſque obſervatorum circa Planetas ſecundarios & eorum Phaſes rationes explicantur & quantitates determinantur, reſtat ut eadem fiant reſpectu Annuli ſive Fornicis Saturno circundati, qui ejus Satellitii pars eſt, ideoque locum hunc, poſt alia de Satellitibus explicata, ſibi vendicant.

PROPOSITIO LXVIII.

Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm deſcribere.

Tab XXXIII. Fig. 6. ANnulus, quo Saturnus cingitur, eſt tenuis, planus, nuſquam ipſi Saturni globo cohærens, ut in figura depingitur; quorum ultimum hinc conſtat, quod Fixæ inter Saturnum Annulumque per G C B ſpatium cernantur.

Annuli Semidiameter eſt Saturni Semidiametri dupla ſeſquiquarta, & interſtitium inter Saturni globum & interiorem Annuli limbum G C H æqualis Annuli latitudini G D. Hujus ſuperficies duæ, G D F H C hic viſa alteraque latens huic parallela, planæ ſunt, non tamen politæ ſpeculi inſtar, ſed lumen Solis in ſe incidens undiquaque reflectentes. Annuli craſſities, ſive diſtantia inter prædicta duo plana, ſenſibilis eſt licet non admodum magna: Solis radios in ſe incidentes aut non omnino aut parum admodum reflectit, vel ſaltem ſpeculi inſtar ab uno puncto divergentes & Terram non attingentes.

Annu-

Annulus hic (qui propter gravitatem verſus Saturni centrum, Fornicis inſtar, æquali undique à Saturno intervallo ſuſtinetur). ſi omnino revolvitur, circa Axem ſuum ſive rectam ex centro ad ipſius facies parallelas normalem revolvitur, adeoque eminus ſpectanti propter ejus uniformitatem pro quieſcente habetur. Ipſum Saturnum circa eundem Axem ſuper Polos P, *p* etiam revolvi admodum eſt veriſimile; adeo ut Annulus, in Æquatoris Saturnii plano producto, Planetam hunc circumſtet ad diſtantiam ab ejus ſuperficie paulo majorem quam eſt Diametri quadrans. Tab. XXXIII. Fig. 6.

Hæc omnia ad Oculum melioris notæ Teleſcopio adjutum patent, & ope Micrometri menſurantur; id eſt, cum Saturni Globo comparantur.

Saturnus Annulo cinctus in Orbita ſua circa Solem eodem modo defertur atque Tellus in ſua, quem Prop. XXX. Lib. I. deſcripſimus; nempe Annulus, adeoque etiam Saturni Æquator forte in hujus plano & Axis paralleli ſeruntur; & planum Annuli eodem ſemper angulo, nempe $23\frac{1}{2}$ graduum, ad immotum planum Eclipticæ inclinatur, ac proinde eodem ſemper ad planum Orbis Saturni.

Communis plani Eclipticæ planique Annuli Saturni interſectio Eclipticæ occurrebat circa Annum 1659, in $20\frac{1}{2}$ grad. Virginis & $20\frac{1}{2}$ grad. Piſcium, ex obſervatione *Chriſtiani Hugenii*: nam in iſtis punctis conſtitutus tum temporis Saturnus Anſis ſive Annulo orbatus ſpectabatur; in $20\frac{1}{2}$ gradu Geminorum & Sagittarii, à prioribus ſc. remotiſſimis punctis, Anſæ maxime expanſæ & diductæ cernebantur, quippe Annuli circulus tum minime oblique ſpectatus latioris Ellipſeos ſpeciem induit. Quoniam vero puncta prædicta $20\frac{1}{2}$ gr. ♍ & ♓ non multum diſtant à punctis, ubi communis interſectio plani Æquatoris Terreſtris cum dicto Eclipticæ plano per Solem tranſiens Eclipticæ occurrit, & hæc duo plana æqualibus angulis ad planum Eclipticæ inclinantur; erunt hæc duo plana, nem-

pe Æquatoris Annulique Saturnii, inter ſe fere parallela. Et igitur ſi ex Terra Annulus hic circularis oblique ſpectetur, indeque Ellipticus appareat, Ellipſis hujus major axis parallelus fere erit Æquatori Cœleſti.

Prædictam Rectam (quæ eſt communis interſectio plani Annuli Saturnii & plani Eclipticæ) motu angulari in antecedentia ferri veriſimillimum eſt. Quod ſi Annulus hic cum Æquatore Saturnio magnetice aliove quovis modo imperceptibili ſit connexus, (nam Obſervatione conſtat illum nuſquam cohærere,) ita ut horum plana in unum ſemper coincidant; Æquinoctiorum Saturniorum puncta retrocedent: Annulus enim eſt materia ad Æquatorem Saturni redundans; unde (per Prop. LXIV. Lib. I.) conſtat iſtorum punctorum motus in antecedentia eodem modo quo Æquinoctialium punctorum Terreſtrium. Quod ſi, Planetæ ſecundarii inſtar, Annulus motus ſuos peragat independenter à Saturni Globo, Lineæ prædictæ regreſſus ex Prop. XIV. Lib. IV. conſtabit.

Porro angulus, quem Annuli planum cum plano Orbis Saturnii continet, major erit per Prop. XV, cum Saturnus in horum communi interſectione reperitur quam alibi; & minimus cum Saturnus inde maxime diſtat: verum mutationes hæ tam parvæ ſunt ut è Terra vix obſervari queant.

PROPOSITIO LXIX.

Annuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatas deſcribere & definire.

Tab. XXXIV. Fig. I. AB illis ordimur quæ fiunt cum Spectatoris oculus coincidit cum corpore illuſtrante, quippe & ſimplicioribus & ad alia gradum facientibus. Patet primum, Saturno ex Sole ſpectato ut in A vel I, (in ſchemate annexo ubi Saturnum cum Annulo quo cingitur parallelus delatum depinximus, cum ſpecie qua Diſcus apparet poſt

Tab XXXIII pag.

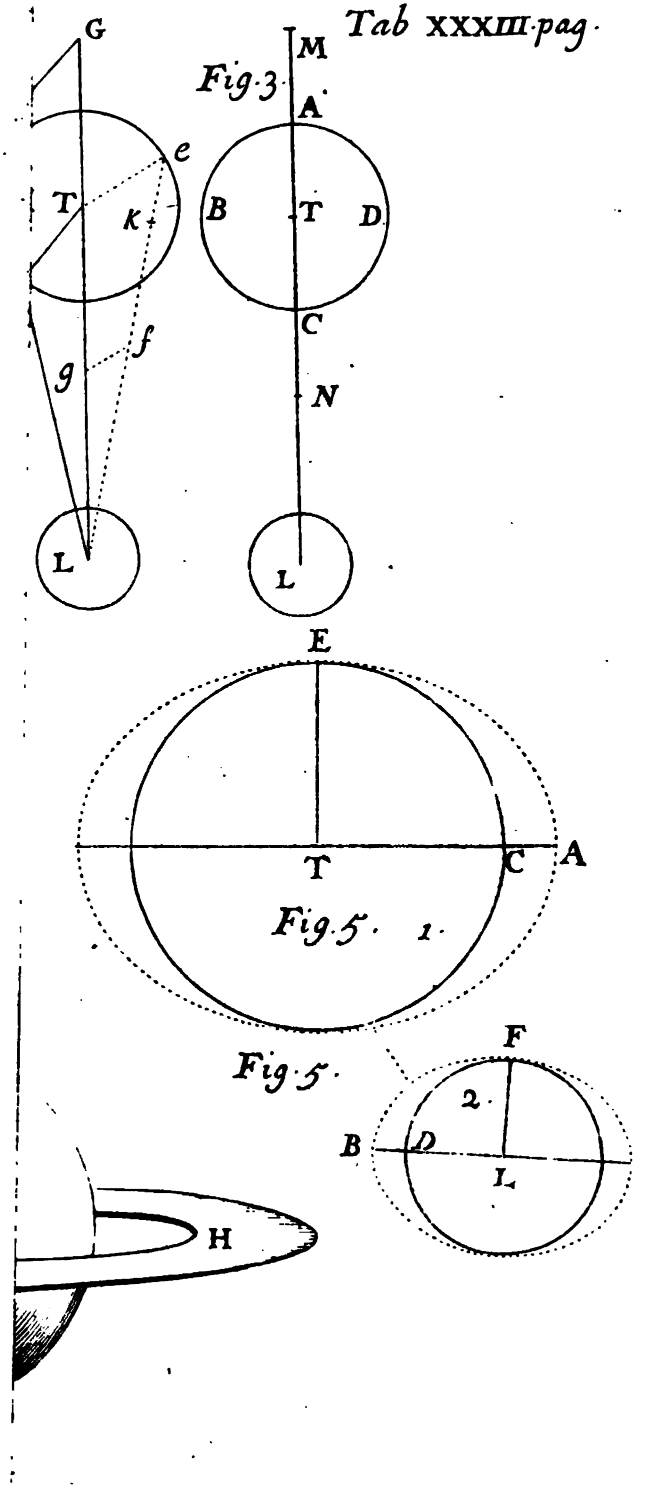


Fig.3.

Fig.5.

Fig.5.

poſt illum reſpective,) neutram Annuli faciem videri, idque ob duplicem cauſam: Nam primo, cum in hoc caſu Annuli planum productum per Solem tranſeat, neutra ejus facies illuſtrabitur, Solis radiis utramque ſtringentibus tantum, adeoque videri nequit, quippe obſcura; deinde, cum Oculus etiam in Sole ponatur, hoc eſt, in planis videndis productis, facies illæ licet illuſtratæ non viderentur. Quod ſi Annuli Acies radios Solares in ſe incidentes undiquaque Planetarum more reflecteret, in ſitu prædicto exſtarent hinc inde *Brachia lucida* in recta ad Eclipticam angulo $23\frac{1}{2}^{gr}$. inclinata: Cum vero Acies hæc radios non remittat (ut Prop. præc. dictum) Brachia non apparebunt ultra Saturni Diſcum protenſa; ſed quâ lucidum Saturni Diſcum tranſit, lineam efficiet obſcuram prædicto modo inclinatam, per Diſci centrum traductam: Sed & linea hæc obſcura etiam alias apparebit, nunc ſupra Diſci centrum, nunc infra illud incurvata, prout Aciei obſcuræ ſitus poſtulat. Tab. XXXIV. Fig. 1.

Procedente Saturno ab A per B, C &c. verſus E, vel ab I per K, L &c. verſus N, paulatim attollitur Sol ſupra Annuli faciem, vel hanc vel illam, donec Saturno ad E vel N pervento, planum per Solem & Saturnum traductum, ad Eclipticæ planum normale, Annuli plano etiam normale fuerit, & Sol ſupra planum Annuli circiter $23\frac{1}{2}^{gr}$. elevatus; in quo caſu facies Annuli illa, quam Sol illuſtrat, omnium maxime illuſtratur, ob radiorum Solarium incidentiam tum maxime directam: Et Annuli limbus circularis Oculo in Sole etiam conſtituto ex Opticæ legibus Ellipſis apparebit, cujus major axis duplus ſeſquialter eſt minoris, ſicut radius eſt fere duplus ſeſquialter ſinûs $23\frac{1}{2}^{gr}$. Et porro, procedente Saturno ab E per F, G &c. verſus I, aut ab N per O, P &c. verſus A, paulatim minuitur Solis elevatio ſupra faciem illuſtratam, donec tandem neutram denuo illuſtret, ſed utramque ſuis radiis ſtringat. In intermedio quovis

Tab. XXXIV. Fig. 1. vis ſitu facies illuſtrata minus aut magis illuſtrabitur pro minore aut majore diſtantia Saturni à ſitu A vel I, & circularis Annulus ſub magis contractæ aut magis dilatatæ Ellipſis ſpecie videbitur; ejus nempe major axis erit ubique ad minorem ut radius ad ſinum anguli quo recta ex oculo ad ejus centrum ducta inclinatur ad Annuli planum. Prædictus angulus quo Sol (Oculuſve in Sole poſitus) ſupra Annuli planum elevatur, in quovis Saturni ſitu (puta C) æqualis eſt angulo quo Sol ſupra planum Æquatoris Terreſtris elevatur (hoc eſt, Solis Declinationi ab Æquatore) cum Tellus diſtat à puncto, ubi Terricolis Æquinoctium eſt, angulo æquali ipſi A S C adeoque per Tabulam Declinationis punctorum Eclipticæ facillime inveniendus: Nam (per Prop. præc.) maxima Solis elevatio ſupra planum Æquatoris Terreſtris æqualis eſt maximæ ejus elevationi ſupra planum Annuli Saturnii.

Saturno prope punctum A hærente Annulus minime percipietur, non tantum quia Ellipſis axis minor in iſto caſu eſt admodum parvus, ſed etiam præcipue quod ob radios Solis admodum oblique incidentes parum illuſtretur, & proinde Oculo vix ſenſibilis reddatur. Experientiâ vero conſtat ad illuſtrandam Annuli faciem, ita ut videri queat, opus eſſe ut Sol ſupra illius planum elevetur tribus ad minimum gradibus; ad iſtud vero requiritur ut Saturni Locus Heliocentricus diſtet à loco A vel I ſeptem aut octo gradibus: & igitur toto illo tempore quo Saturnus ex Sole ſpectatus citra vel ultra punctum A vel I (jam ſæpe deſcriptum) intra ſeptem aut octo gradus hæret, hoc eſt, dum in Orbitæ ſuæ partibus oppoſitis quindecim iſtos gradus percurrit, quod totidem circiter menſes durat, ejus Annulus & hinc nata Brachia & Anſæ non apparebunt, ſed Saturnus rotundus & ſolitarius videbitur. Verùm limites hi diverſi erunt pro obſervantis Oculi diverſa acie, diverſiſque Tubi quo utitur

utitur viribus. Atque hæc ſunt præcipua Phænomena Annuli quo Saturnus cingitur è Sole ſpectati; hic modus illa determinandi.

Scholium.

Ob eaſdem rationes Viæ Satellitum circa Primarium quemvis revolventium è Sole ſpectatæ, nunc rectæ apparent nunc Ellipticæ: rectæ quidem, cum linea Nodorum Satellitis producta in Solem incidit; quando etiam Satelles è Sole viſus maxime elongatus à ſuo Primario maxime etiam declinat à Via Primarii è Sole viſa, quo caſu Eclipſis iſtius Satellitis, in Primarii umbram incurrentis, centralis erit & proinde (cæteris paribus) maxime diuturna, & Umbra Satellitis, inferiorem Orbitæ ſuæ ſemicirculum percurrentis, in Primarium incidens per Diſci centrum è Sole viſum tranſit. Unde Solis & Satellitis Phænomena, è Primario viſa; ad ſuperiorum normam definientur. Extra hunc ſitum Satellitis Via è Sole viſa Ellipſis apparebit, (circulus nimirum oblique ſpectatus,) cujus major axis eſt in Primarii Via viſa. Hæc breviorem obtinebit axem minorem quo propior eſt Primarius iſtis punctis ubi prior Phaſis contingit, longiorem quo ab illis remotior; adeoque omnium longiſſimum (hoc eſt, ipſa hæc Ellipſis, quam Satellitis Orbita circularis induit, erit latiſſima) dum Primarius in locis verſatur inter prædicta loca mediis; nempe cum recta Solem Primariumque conjungens eſt ad Satellitis Orbitæ planum minime obliqua, in quo caſu Satelles in maxima Elongatione à ſuo Primario videbitur in Primarii Via è Sole viſa; in conjunctione vero cum Primario à dicta Via maxime in hanc vel illam partem declinat, prout in ſuperiore vel inferiore Orbitæ ſuæ ſemicirculo verſatur. Unde Satelles in ſuperiore Orbitæ ſuæ parte ab Umbræ Primarii axe longiſſime aberit, & in inferiore Satellitis Umbra à centro Diſci Primarii ſui è Sole viſi quam ma- Tab. XXXIV. Fig. 1.

xime etiam diſtabit; ideoque pro inclinatione plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii, proque Orbitæ Satellitis magnitudine, Eclipſes illinc ortæ erunt (cæteris paribus) vel breviſſimæ, vel forſan nullæ. In locis intermediis Satellitis Via circa Primarium è Sole viſa erit Ellipſis minus lata, prædictaque omnia miſcebuntur. Atque Phaſes hæ omnes contingent bis in una revolutione Primarii circa Solem, ſi Nodorum Linea ſibi ſemper parallela maneat; ſin hæc moveatur, continget Phaſium varietas omnis, ex quo iſta Nodorum Linea producta in Solem incidit, donec rurſus verſus eundem dirigatur. Et è converſo, ex iſtis Eclipſium vel longiſſimarum vel breviſſimarum obſervationibus, lineæ Nodorum Satellitis poſitio & plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii inclinatio definientur.

PROPOSITIO LXX.

Annuli Saturnii Phaſes è Terra ſpectatas deſcribere & definire.

LIcet Annuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatæ ſint fere eædem cum ejus Phaſibus è Tellure ſpectatis, (quia Saturni locus Geocentricus ab ejuſdem loco Heliocentrico, etiam cum maxime, vix diſtat ſex gradibus,) & proinde per Prop. præc. definiendæ; cum tamen in quibuſdam differant, præcipue Saturno rotundo apparente, illarum differentias breviter oſtendemus.

Tab. XXXIV. Fig. 2. Sit ut prius S Sol, A B I N Orbita Saturni, D C T Orbita Telluris annua; (neque enim ejus inclinationem ad Orbem Saturni, quippe admodum parvam, hic conſideramus;) ſintque A & I loca Orbitæ Saturni, in quibus Saturnus exiſtit cum Annuli ſui planum productum per Solem tranſit, & Æquinoctium in Saturno fit, ſi Annulus ſit in plano Æquatoris & Saturnus circa proprium axem rotetur. Patet quod, Saturno in A vel I poſito,

Annu-

Annulus non cernetur ab Oculo in Terra in quacunque Tab. XXXIV. Fig. 2. Orbitæ ſuæ parte Tellus conſiſtat: Nam cum neutra Annuli facies à Sole in hoc caſu illuſtretur, neutra ab Oculo videbitur, licet ſatis ſupra illius planum elevato. Sola Annuli acies illuſtratur, quæ tamen non videtur, quia radios (ſaltem ad Terram pertingentes) non repercutit: hæc tamen, qua lucidum Saturni Diſcum tranſit, nigricans ſive obſcura linea apparet ob rationes Prop. præc. explicatas.

Porro ſi, Saturno ad B progreſſo, Tellus ſit in Orbitæ ſuæ puncto C, tali ut B C ſit parallela ad A I, Saturnus etiamnum rotundus apparebit: Nam licet Annuli facies altera à Sole in hoc caſu illuſtretur, Oculus Telluri affixus in Annuli plano producto etiamnum reperitur, ideoque illam non videt, ſed ſolám Annuli aciem obſcuram ſibi obverſam habet. Hoc accidit quando Saturnus ex Terra ſpectatus ad eaſdem Fixas refertur, ad quas referebatur per Oculum in Sole poſitum cum Sol in Annuli plano producto reperiretur; hoc eſt, quando Saturni locus Geocentricus idem eſt cum ejus loco Heliocentrico, cum Sol eſt in Annuli plano producto, quod ex Tabulis Aſtronomicis facillime dignoſcitur.

Rurſus, ponatur Saturnus in ſitu H, Tellus in E, ita ut Annuli planum, ſive potius hujus communis ſectio cum plano Orbis Saturni recta H M, ipſi I A parallela, producta inter Solem S & Terram E cadat, quod fiet ubi Saturni Locus Geocentricus & ejuſdem Locus Heliocentricus ſunt ad diverſas partes Loci ſupra Prop. LXVIII. deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem Terramve incidit, quod ex Tabulis Aſtronomicis, Ephemeridibus præſertim, ſtatim conſtat; nam S H recta Saturni Locum Heliocentricum oſtendens cadit ad unas rectæ H M partes, & E H oſtendens ejus Locum Geocentricum cadit ad alteras ejuſdem rectæ partes: In hoc, inquam, caſu Spectator Terreſtris Annulum non videbit, (præter-

quam quod linea nigricans lucidum Saturni Diſcum tranſit,) quia illam Annuli faciem, quæ Solis radiis exponitur, conſpicere nequit; quippe ab ipſo averſam. Obverſa etenim Terræ, in hoc caſu, eſt facies illa quæ nunc umbræ vices patitur.

Contra, cum rectæ T N, S N ad Saturnum ex Sole & Terra eductæ ad eaſdem prædictæ N R (communis ſectionis planorum Annuli Orbiſque Saturni) partes cadunt, ſicut fit cum Saturnus eſt in N; hoc eſt, cum Locus Saturni Geocentricus ejuſdemque Locus Heliocentricus ad eaſdem partes ſunt reſpectu Loci ſupra deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem incidit; tum eadem facies Annuli Soli & Terræ obvertitur, ac proinde (ſi per alias rationes Prop. præc. explicatas liceat) facies illuſtrata viſa Saturno Brachia Anſaſve præſtare videbitur: Nempe ſi Sol Annuli faciem ſatis illuſtret, ut ejus lumen Oculum afficiat; hoc eſt, ſi tribus gradibus aut amplius ſupra Annuli planum attollatur, ſive Saturnus octo gradus aut amplius à puncto A vel I abſit, & Terra etiam uno circiter gradu aut amplius ſupra eandem faciem elevetur, (nam etiam ſenſibili aliquâ opus eſt Oculi elevatione ſupra planum Annuli, ne Ellipſis, quam Annulus refert, tenuiſſimæ lineæ ſimilitudinem præferat, adeoque exiliorem emittat lucem quam quæ Oculum movere poſſit;) hoc eſt, ſi Saturni Locus Geocentricus tribus gradibus aut amplius diſtet à loco, ubi Annuli ejus planum productum in Terram incidit, videbitur Annulus, ſicuti Prop. præc. oſtenſum eſt.

Ad definiendam ſpeciem Ellipſis quam Annulus quovis tempore refert, advertendum eſt quod, cum illius planum inclinatum ſit ad planum Orbitæ Terræ 23^{gr} circiter ubi Annuli circulus maxime directe videtur, Linea Terram dictumque circulum conjungens ad circuli planum in dicto angulo inclinabitur; & proinde in iſto caſu circulus apparebit Ellipſis, cujus major axis eſt duplus ſeſquial-

æquialter minoris. Porro, in alia quavis inclinatione rectæ Terram & Saturnum conjungentis ad circuli planum, (invenienda ex diſtantia Loci Saturni Geocentrici ab ejus Loco Geocentrico ubi Annuli planum productum in Terram incidit, ope Tabulæ Declinationis punctorum Eclipticæ, ut ſupra) major ejus axis erit ad minorem ſicut radius ad ſinum rectum anguli modo inventi, quo Oculus ſupra planum Annuli elevatur. Atque hæ ſunt præcipuæ Annuli Phaſes è Tellure viſæ, & hi modi illas definiendi. Q. E. F.

Ejuſdem etiam ſpeciei eſt Ellipſis quæ interiorem Annuli circulum refert, quippe in eodem plano cum exteriore: Verum Ellipſis hæc non eſt eadem cum perforata figura; Annuli enim craſſities huic obſtat. Perforatæ hujus figuræ citerior ſemiſſis eadem eſt cum prædictæ Ellipſeos parte; ulterior vero eſt æqualis ſimiliſque Ellipſis pars axi paulo propius admota, ut ex figura Prop. LXVIII. patet.

SCHOLIUM.

Ad eundem modum ex figura viæ ſive ſemitæ Satellitis circa ſuum Primarium è Sole viſæ, per Prop. præc. determinata, determinabitur ejuſdem figura è Tellure ad Tempus propoſitum viſa. Patet enim Satellitem Telluris incolæ videri Rectam deſcripſiſſe, cum Tellus in Orbitæ Satellitis plano reperitur, licet Sol tum temporis in eadem non verſetur; & Ellipſin (quam in omni alio caſu refert) ad circulum maxime accedere, cum recta Terram & Primarium conjungens minime obliqua eſt ad planum Orbitæ Satellitis, licet recta à Sole ad Primarium ad idem planum tum temporis non ſit minime obliqua. Et è converſo, ex dictarum Phaſium obſervatione definietur ſitus Lineæ Nodorum, & Inclinatio plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ quam Primarius circa Solem deſcribit.

Porro, eadem vera ſunt de apparente ſemita Maculæ

ſive alterius cujuſvis viſibilis notæ in Planetæ primarii ipſiuſve Solis ſuperficie & circa ejus Axem rotatæ, vel de talium notarum ſerie circulari: apparebit enim, ex Optices legibus, circulus hic nunc Recta nunc Ellipſis, prout Tellus in ejus plano producto verſatur vel extra illud.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUINTUS

DE COMETIS.

EXplicatis Planetarum tum primariorum cum ſecundariorum motibus, & Phænomenis inde ortis, ad alterius generis corporum nempe Cometarum motus explicandos progredimur, quorum plures ſpecies ab Auctoribus numerantur: illos quippe dividunt ſecundum colores varios quibus fulgere cernuntur, Planetaſque quos ita æmulantur, & Caudarum quas emittunt figuras. Nos qui Aſtronomica non Aſtrologica tractamus, horum unicum tantum genus agnoſcimus, qui pro diverſitate vaporis Caudam conſtituentis, ipſiuſque Cometæ ſitûs reſpectu Solis, diverſas iſtas facies oſtendunt.

In his tractandis primo Phyſica quædam expediemus, ut ad Geometrica, ipſam nempe Orbitam determinandam, accedamus poſtea. In Phyſicis tractandis opiniones quaſdam & Philoſophorum placita poſtea rejicienda recenſere neceſſe erit, ut amplectenda melius intelligantur. Quod autem iſtud, in Libris præcedentibus conſulto omiſſum, in hoc fiat, ignoſcet Lector: neque enim Cometarum Theoria Geometrarum curas hactenus adeo exercuit atque Fixarum Planetarumque.

SEC-

SECTIO I.

Generalia de Cometis.

PROPOSITIO I.

Philoſophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere.

PHiloſophi vetuſtiſſimi iidemque Aſtronomi Cometas eſſe æterna Mundi Corpora credidere, Planetarum inſtar, gyros ſuos ſtatis temporibus complentia: Nam *Ariſtoteles Lib.* I. *Meteor. Cap.* 6. de Cometa verba faciens ait, Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς καὶ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλοῦ τε χρόνου τὴν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρόν, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τὸν τοῦ Ἑρμοῦ ἀστέρα. *Italicorum autem quidam vocatorumque Pythagoreorum dicunt Cometam eſſe unum errantium ſyderum, ſed non apparere niſi poſt multum tempus, nec niſi parvo tempore exſtare, quod accidit etiam Mercurio.* Et *Plutarchus Lib.* III. *De Placit. Philoſ. Cap.* 2. ait, Τῶν ἀπὸ Πυθαγόρου τινὲς μετὰ ἀστέρα φασὶν εἶναι τὸν κομήτην τῶν οὐκ ἀεὶ φαινομένων, διά τινος δὲ ὡρισμένου χρόνου περιοδικῶς ἀνατελλόντων. *Pythagoreorum quidam Cometam dixerunt eſſe ſtellam ex earum numero quæ in cœlo non aſſidue quidem comparent, ſed quæ ſtatis temporibus peracto certo circuitu rurſus ſolent exoriri.* Et *Seneca* in *Natural. Quæſt. Lib.* VII. *Cap.* 3. ſic inquit. *Democritus ſubtiliſſimus antiquorum omnium, ſuſpicari ait ſe, plures ſtellas eſſe quæ currant* (hoc eſt, Cometas) *ſed nec numerum illarum poſuit, nec nomina, nondum comprehenſis quinque ſyderum* (hoc eſt, Planetarum præter Solem & Lunam) *curſibus.* Et rurſus, *Seneca* ibid. dicit *Apollonium Myndium peritiſſimum inſpiciendorum naturalium* aſſerere *Cometas in numero ſtellarum errantium poni à Chaldæis, tenerique curſus eorum. Apollonius* hic (teſte *Seneca* ibid. *Cap.* 17.) aje-

ajebat quod *proprium ſydus Cometes eſt, ſicut Solis aut Luna. Cæterum non eſt illi palam curſus: altiora Mundi ſecat; & tum demum apparet, cum in imum curſus ſui venit*; id ipſum nempe quod Prop. X. Lib. I. oſtenſum eſt. Cui ſententiæ & ipſe ſubſcribit *Seneca Cap.* 22. his verbis: *Non exiſtimo Cometen ſubitaneum eſſe ignem, ſed inter æterna opera naturæ.* Solam ille & unicam methodum tradit *Cap.* 2. quâ Quæſtio hæc ſolvi queat, *neceſſarium eſſe* dicens *veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum curſus adhuc non poteſt, nec explorari an vices ſervent, & illos ad ſuum diem certus ordo producat.* Tandemque ſic vaticinatur *Cap.* 25. *Veniet tempus, quo ipſa quæ nunc latent in lucem dies extrahat & longioris ævi diligentia. Ad inquiſitionem tantorum ætas una non ſufficit. Veniet tempus, quo poſteri noſtri tam aperta nos neſciſſe mirentur.* Et *Cap.* 26. *Erit qui demonſtret aliquando, in quibus Cometæ partibus errent, cur tam ſeducti à ceteris eant, quanti qualeſque ſint.*

Poſtea vero *Peripateticorum* Schola omnis Cometas non corpora Mundi æterna ſed noviter producta & mox rurſus interitura cenſens, ut Cœlorum ingenerabilitatem & incorruptibilitatem tueretur, illos ex exhalationibus compactos Terreſtribus in regiones ſublunares detruſit; quæ opinio invaluit magis poſt invectos in Cœlum ſolidos orbes, per quos Cometæ trajicere nequeunt.

Tandem vero *Tycho Brahe* & *Keplerus* ex Obſervationibus invenientes nullam eſſe Cometarum parallaxin diurnam, illos in ſedes ſupralunares repoſuere. Modus parallaxin Cometæ diurnam, ſi qua eſt, inveſtigandi maxime commodus & facillimus eſt ſequens: Per obſervationes plurium dierum ante & poſt factas definiatur ſemita inter Fixas quam teneret Cometa, ſi nulli parallaxi diurnæ ſubjiceretur. Si ergo ab Ortu ad Meridianum, vel inde ad Occaſum uſque, eum inter vicinas Fixas teneat Locum reſpective, quem ex ſupra determinata ſemita te-

neret, indicio eſt illum nulli parallaxi diurnæ eſſe obnoxium: Nam dum Horizonti propinquus eſt, ſi dictâ parallaxi afficeretur, inferior appareret inter vicinas Fixas quæ nullam patiuntur; adeoque ad Ortum vergens Cometa orientalior, ad Occaſum occidentalior quam pro Loco ex prioribus Obſervationibus iſti temporis puncto congruo cerneretur. Neque modus hic refractionis Sydereum incertitudini ſubjacet; nam proximarum Stellarum eadem quamproxime eſt refractio quæ Cometæ. Omnium vero commodiſſime Obſervatio hæc inſtituitur, ſi inveniatur Locus verus Cometæ in recta inter binas Fixas ducta, ita ut Fixæ hæ tum temporis ad parvam ſupra Horizontem altitudinem in eodem Almicantarath aut prope reperiantur, quod in tanta Fixarum multitudine facile erit, ſaltem ſi adhibeantur quæ Oculo Teleſcopio adjuto videntur: Nam ſi Cometa parallaxi diurnæ ſubjiciatur, extra rectam hanc & Horizonti propior videbitur; ſin aliter, in recta cum Fixis etiamnum apparebit.

Cometarum ſedes ſupralunaris ulterius confirmatur exinde quod Cometa Anni 1680 obſervatus fuerit à *D. Caſſini* 22 aut 23 tantum gradibus à Sole diſtans, & interim pleno Orbe fulgens, quod prius de Cometa qui apparuit Menſe *Aprilis* Anno 1665 etiam notaverat; unde certo concluditur, vel Cometas iſtos tum temporis non tantum Lunâ ſed & Sole fuiſſe ſuperiores, (cum Mercurius & Venus in eà à Sole diſtantia apparente pleno Orbe non fulgeant niſi tales fuerint;) vel illos eſſe corpora lucida ipſius Solis aut Fixarum inſtar, aut ſaltem pellucida & Solis radios tranſmittentia, quod de tam magnis corporibus vix dicetur, cum Maculæ Solares utut raræ texturæ opacæ ſatis ſint. Cometas vero eſſe corpora opaca ex Umbris quas projiciunt oſtendetur inferius.

PRO-

PROPOSITIO II.

Philoſophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recenſere.

DE Cometarum Orbitis inter Philoſophos nondum plene conſtat: *Keplerus* ſiquidem & poſt hunc *Carteſius*, *Hevelius*, aliique Cometas in rectis trajicere ſtatuunt. *Keplero* enim *Circuli* aliæve recurrentes Curvæ *in Cometarum vero motu nunquam placuerunt, ideo quod non ſit veriſimile eorum quæ nunquam redeunt motus eſſe circulares.* Jam vero credidit *Keplerus* in *Cometar. Phyſiolog. liquidi Ætheris immenſam profunditatem ejus eſſe naturæ, ut Cometas ex ſeipſo producat ne regio illa vacua ſit, atque hoc fieri per facultatem animali vel vitali ſimilem ad auræ ætheriæ defæcationem & purgationem, cum hæc certis regionibus craſſeſcit. Coactâ igitur illâ craſſâ pinguedine ætheris, quaſi quodam excremento, velut in quoddam Apoſtema; fit ex natura loci, ut lumen illi accedat (cum Solis lumen ubique adſit) motuſque ei inſtar Stellæ alicujus concilietur: Exemplum genuinum, quomodo Cometarum huic pingui & cæleſti materiæ & motus & lumen conciliatur, videre eſt in trajectionibus aëriis.* *Hevelius* vero Cometas oriri ſtatuit ex Planetarum exhalationibus ſubtilioribus ſibi mutuo in æthere caſu junctis & Diſci formam retinentibus, cujus altera facies Soli obverſa manet, poſtquam Cometa in linea ſpirali motus egreſſus eſt Planetæ Atmoſphæram, ex qua prima ſui rudimenta traxit.

Carteſius Cometæ cujuſvis corpus poſuit perenne Planetæ inſtar, quippe effictum, ut Planeta, ex Fixa aliqua (ſive Sole) Maculis obducta & à vicino creſcente vortice abrepta. At Cometam vult de vortice in verticem perpetuo rectâ fere progredi.

Qui vero Cometam perenne corpus ſtatuunt, & ſemitam eandem denuo Planetarum ritu percurrere, ejus Or-

bitam talem eſſe volunt, ut Tellus vel intra circulum hunc licet ſumme excentricum contineatur (ut D. *Caſſini* de Cometa An. 1577, quem eundem eſſe ſuſpicatur cum eo Ann. 1680 & 1681) & Cometa hujus peripheriam æquabiliter percurrat, quod ipſis Planetis non conceditur; vel extra, ita ut Orbitæ convexitas Terram reſpiciat, cui propendere videtur idem D. *Caſſini* in Theoria motûs Cometæ Anni 1664. Verum quidem eſt Orbitas haſce à D. *Caſſini* ad Cometæ motum calculo ſubjiciendum præcipue adhiberi, nec phyſicum quid à cautiſſimo Viro ſuper hac re definiri.

Ex plurium Cometarum Obſervatione quendam quaſi Cometarum Tractum inter Fixas ſtatuit D. *Caſſini*, intra cujus limites plurimi (licet non omnes) Cometæ continentur, ſicut Planetæ intra limites Zodiaci. Zonam hanc Cometicam Zodiaco æque latam, & illius inſtar Animalium figuris inſignitam tranſire comperit per Antinoum, Pegaſum, Andromedam, Taurum, Orionem, Canem minorem, Hydram, Centaurum, Scorpionem & Sagittarii arcum, & Zodiacum Cometicum appellavit.

Huc etiam ſpectat *Cometarum Syſtema* à Cl. D. *Jac. Bernoulli* An. 1682 editum, in quo ponit Planetam primarium quendam circa Solem rotatum ad *diſtantiam à Sole* 2583 *Semidiametrorum Orbis magni*, *ſpatio Annorum* 4 *& Dierum* 157, *etiamſi Saturnus ducenties quinquagies octies propior id non niſi* 30 *Annorum ſpatio præſtet.* Circa Primarium hunc (*qui tum ob corporis exiguitatem, tum ob immenſam diſtantiam conſpectum noſtrum perpetuo fugit*) ad diverſas diſtantias diverſi rotantur Cometæ, quorum tamen nullus ad uſque Saturni Orbitam deſcendit; *itaque Cometæ, ex mente D. Bernoulli, nil aliud ſunt quam prædicti inviſibilis Planetæ primarii Satellites, qui tum demum videri incipiunt, cum ad Perigæum ſe demittunt nobiſque proximi evadunt.*

Sententia de Cometarum Orbitis, quæ nobis veriſimillima

millima videtur, ſuperius Prop. XXXV. Lib. I. explicata, præterquam quod ſimplicitati naturæ maxime eſt congrua, prædictarum opinionum facies fere omnes induere poteſt. Sit enim (fig. 1.) Sol, per S repræſentatus, communis focus Orbitæ Telluris fere circularis T G H K & Orbitæ Cometicæ admodum excentricæ A B D I E C; patet quod Cometæ Orbitæ ſuæ portionem E C vel B D percurrentis Phænomena ſatis belle explicabuntur per motum in Recta æquabilem, ſiquidem B D vel C E à Recta non ſit multum diverſa, & præterea Cometa in illa æquabiliter moveatur; cum trilinea æqualia ſuper illam conſtituta, quorum communis vertex eſt S, habeant baſes etiam proxime æquales. Vix tamen primo obtutu apparebit eundem eſſe Cometam qui prius E C deſcripſit, poſteaque B D, interpoſito Tempore notabili inter has duas apparitiones, quo ſc. arcum C A B deſcribens ſub radiis Solaribus delituit. Terrâ autem ut ad T conſtitutâ, Cometæ portionem Orbitæ ad A deſcribentis phænomenis Curva verſus Terram convexa melius conveniet; talis enim revera eſt in fig. 1. Verum convexa verſus Terram Curva Cometæ in Solis oppoſito conveniet nunquam in hac Theoria; concava tamen optime, ſi (ut in fig. 2.) S A Cometæ perihelia à Sole diſtantia Orbis magni Semidiametrum S T ſuperet: Cometæ enim ad A trajicientis phænomenis ex Tellure in T viſis optime reſpondebit Curva verſus T cava, quippe ſua. Tab. XXXIV. Fig. 3. 1. & 2.

Tab XXXIV. Fig. 4.

PROPOSITIO III. LEMMA.

Si Aer ſeſe expandat ſecundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod ſpatia in qua comprimitur ſunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris noſtri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terreſtris, impleret omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni, & longe ultra.

LEgem expanſionis Aeris eam eſſe quæ hic ponitur; ſc. quod ſpatia in quæ comprimitur Aer datæ quantitatis ſunt reciproce proportionalia ponderibus comprimentibus, liquet ab Experimentis *Tranſact. Philoſ. Menſ. Julii An.* 1671. N°. 73. conſignatis. Hâc poſitâ referat A B Z Z tubum erectum infinitum Aere plenum, cujus latera A Z, B Z ſunt invicem parallela & Horizonti perpendicularia, & fundus A B ſuperficiei Terræ inſiſtens: Patet, Aerem ad A B comprimi per pondus totius incumbentis Aeris A B Z Z, & Aerem ad E D (ad libitum ductam ipſi A B parallelam) comprimi per pondus incumbentis Aeris E D Z Z. Concipiatur Aerem per totam rectam E D expanſum comprimi in ejus partem, puta C D, ut ejuſdem ſit denſitatis cum Aere A B, & hoc etiam ad aliam quamvis rectam ſimiliter ductam ut *e d* fieri, hoc eſt, Aerem omnem, qui prius per tubum A B Z Z expandebatur, comprimi in ſpatium A B Z X ita ut ejuſdem ſit ubique denſitatis. Curvæ A C *c* X, ſpatium A C *c* X Z *d* D B A ab una parte terminantis, recta B Z erit aſymptotos, quia in quantacunque ſupra Terram altitudine aliquis eſt Aer, qui proinde compreſſus, donec æquidenſus ſit atque Aer ad A B, aliquis etiamnum manet.

Cum igitur eadem quantitas Aeris compreſſi quantum A B comprimitur (hoc eſt, ab incumbente Aere A Z Z B) occu-

occupet ſpatium C D, compreſſi vero ſicut E D, occupet ſpatium E D; patet per compreſſionis Aeris legem ſupra memoratam C D eſſe ad E D, hoc eſt, ad A B, ut pondus Aeris incumbentis E D Z Z ad pondus Aeris incumbentis A B Z Z; hoc eſt (propter eandem quam ſupponimus gravitatem in omni diſtantiâ à centro) ut ipſe Aer incumbens C D Z X ad Aerem incumbentem A B Z X, ſive ut figura interminata C D Z X ad interminatam figuram A B Z X: Sed hæc eſt Curvæ Logarithmicæ proprietas Geometris notiſſima; Curva igitur A C X eſt Curva Logarithmica, cujus aſymptotos eſt B Z recta. Unde per *Probl.* III. *Appendic.* 3. *Lect. Geom.* XII. *Barrovii*, (ductis C G, *c g* ad B Z parallelis cum A B concurrentibus in G & *g*,) B G ſive C D eſt eodem ordine inter B A & B *g* ſive *d c* media Geometrice proportionalis, quo B D inter B *d* & nihilum eſt media arithmetice; adeoque o (ſeu nihil) B D & B *d* ſunt ſicut Logarithmi rectarum B A, D C & *d c* reſpective. Datis ergo B D, B *d*, B A & D C, facillime invenietur *c d*, quæ ut hactenus oſtenſum repræſentat quantitatem Aeris compreſſi, quantum ad Terræ ſuperficiem ſit, quæ in Altitudine B *d* ſupra Terram ſe expandet in ſpatium ipſi B A æquale; nempe faciendo ut ſit D B ad *d* B ut differentia Logarithmorum ipſarum A B & C D ad aliam, erit hæc differentia Logarithmorum ipſarum A B & *c d*: & proinde dato Logarithmo ipſius A B, non latebit Logarithmus ipſius *c d*, nec ipſa proinde *c d*. Tab. XXXIV. Fig. 4.

Sit A B pedum 33, quanta nempe eſt Altitudo columnæ aqueæ, cujus idem eſt pondus cum æque craſſa columna Aeris ad Atmoſphæræ ſummitatem protenſa: Cumque Aer juxta ſuperficiem Terræ ſpatium occupet quaſi 850 vicibus majus quam Aqua ejuſdem ponderis, ut experimentis innumeris conſtat; columna Aeris pedes 850 alta ejuſdem eſt ponderis cum æque craſſa columna Aquæ pedem unum alta. Et propterea ſi aſcendatur ad alti-

Tab. XXXIV. Fig. 4. altitudinem 850 pedum ſupra Terræ ſuperficiem, columna Aeris loco iſti incumbens ejuſdem eſt ponderis cum æque craſſa columna Aquæ 32 pedes alta. Si ergo B D aſſumatur pedum 850, erit D C pedum 32: nam A B, C D, *c d* &c. exponent altitudines Baroſcopii (quocunque fluido impleatur) in locis B, D & *d*; hæ enim ſunt proportionales ponderibus incumbentis Aeris reſpective. Ut igitur ex præmiſſis inveniatur *d c*, poſitâ B *d* Semidiametro Terræ æquali, nempe numero rotundo pedum 20000000, (nam ſecundum nuperam Gallorum menſuram eſt pedum 19615800,) inſtituatur operatio per regulam proportionis, inveniendo ipſis D B 850, *d* B 20000000, & differentiæ Logarithmorum ipſarum A B, C D ex Tabulis excerptorum, nempe 0, 0133639, quartam proportionalem 314, 0000000, nempe differentiam Logarithmorum ipſarum A B & *c d*, quâ ſubductâ ex 1, 5185139 Logarithmo ipſius A B prius ex Tabulis excerpto, manebit ipſius *c d* Logarithmus — 312, 0000000, cujus ſc. Characteriſtica (ut vulgo dicitur) eſt — 312. Porro, ex natura Logarithmorum Tabularium numeri, cujus primus locus eſt unitas, Logarithmi Characteriſtica eſt nihil; cujus vero primus locus eſt denarius, ſive ſecundus integrorum, Logarithmi Characteriſtica eſt unitas; cujus primus locus eſt tertius integrorum, Characteriſtica eſt binarius, & ſic aſcendendo; & ſimiliter numeri cujus primus locus eſt unitate proxime inferior in progreſſione decimali, ſive primus locus decimalium, Characteriſtica eſt — 1, & ita porro deſcendendo: unde è converſo, ex Characteriſtica Logarithmi innoteſcet locus quem occupat primus locus numeri; & hinc numeri, cujus Logarithmi Characteriſtica eſt — 312, locus primus eſt in 312mo loco decimalium; ergo recta *c d* exponitur per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium. Calculo igitur ſubducto, patet Aeris noſtri portionem, expoſitam per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium, in altitudine Semidiametri

diametri Terreſtris ſeſe expandere in magnitudinem quæ exponitur per 33; hoc eſt, ſpatium à noſtro Aere occupatum eſſe ad ſpatium quod impleret, ſi eâ eſſet raritate quam in altitudine Semidiametri Terreſtris obtineret, ut unitas ad numerum notatum duobus ternariis cum annexis 312 cyphris. Verum hæc ratio immane minor eſt eâ, quam ad Fixarum ſphæram (ex mente *Ariſtarchi*) Arenæ granulum habere demonſtravit *Archimedes* in *Arenario*; majorem nempe ratione quam unitas habet ad numerum notatum unitate cum 63 cyphris annexis: Nos autem modo oſtendemus prædictam rationem eſſe multo minorem eâ, quæ eſt inter globum digitum unum latum & Saturni Orbem propius æſtimatum, quam eſt Fixarum ſphæra ab *Ariſtarcho*.

Semidiameter Terræ eſt, ut prius, numero rotundo 20000000 pedum: Quod ſi parallaxis Solis ſit 10″ (quæ eſt minima illi adhuc ab Aſtronomis tributa) cujus ſinus rectus eſt 485 partium poſito radio partium 10000000; erit Semidiameter Orbis magni 50000000000 pedum, nempe ad Semidiametrum Terræ ut radius ad ſinum parallaxis Solis; & igitur Semidiameter Orbis Saturni (per Prop. XLI. Lib. III. vix decuplo major) erit pedum 500000000000, & illius Diameter pedum 1000000000000, ſive digitorum 12000000000000. Quare ſphæra Saturni eſt ad globum digitum unum latum ut præcedentis numeri cubus, ſive 1728 cum annexis 39 cyphris ad unitatem, ſive rotunde & ad maximum, ut numerus notatus per binarium cum 42 cyphris annexis eſt ad unitatem. Igitur, cum globus digitum unum latus multo majorem habeat rationem ad Saturni ſphæram, quam ad ſpatium quod Aer noſtro ſimilis impleret, ſi tam rarus eſſet atque Aer in altitudine Semidiametri Terreſtris ſupra Terram; patet globum iſtum Aeris, cujus diameter eſt unius digiti, ea cum raritate quam haberet in altitudine Semidiametri Terreſtris, impleturum omnes Planetarum regiones

ad uſque ſphæram Saturni & longe ultra. Q. E. D.

Si gravitas verſus Terram in receſſu à centro minui ſupponatur, uti revera fit; patet dictum Aeris noſtri globum digitum unum latum, in altitudine ſupra Terram Semidiametro Terræ æquali, adhuc majus ſpatium occupaturum.

PROPOSITIO IV.

Philoſophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare.

COmetæ Caudam à Sole dependere exinde patet, quod hæc à Sole ſit perpetuo averſa, quod tamen expreſſe primum à *Petro Apiano* obſervatum eſt in Cometis qui inter Annos 1530 & 1540 apparuerunt; illud licet 60 prius Annis à *Regiomontano* tantum non animadverſum fuerit. Cæterum quomodo Caudæ à Capitibus per Solis actionem oriantur, triplex eſt Opinio.

Primo cenſent *Apianus*, *Cardanus*, *Tycho*, *Snellius* aliique Solis radios per pellucidum Cometæ corpus ſive Caput propagatos in illo velut in lente vitrea refringi, ac jubaris ſpeciem poſt Cometam, ſive in plagâ à Sole averſa, præbere ſpectandam. Verum iſtud Dioptricæ legibus adverſatur: Præterquam enim quod plerumque figura non reſpondeat, jubar hoc per Æthera purum propagatum Oculo ad latus poſito non erit ſenſibile; requiritur materia aliqua reflectens in regione Caudæ quæ jubar hoc ſenſibile reddat, eodem modo quo opus eſt pulveris aut fumi particulis in cubiculo obſcuro volitantibus ut jubar ſimile in eo contentum videatur ab Oculo extra radiorum viam poſito; & quo denſiores & craſſiores ſunt particulæ quibus medium inficitur, eo ſplendidius erit jubar, & è contra. Unde aliâ & craſſiore opus erit materiâ in regione Caudæ quam alibi in Æthere Caudæ circumfuſo, alias Coelum totum à luce Solis illuſtratum æque ac Cauda

da ſplendeſceret ; & igitur à Solis radiis per caput tranſlucidum propagatis non provenit Cometæ Cauda. Atque argumentum hoc æqualiter valet, ſive radii ponantur in Cometæ Capite ſimul & huic circumfuſa Atmoſphæra refracti, ſive in ſola Atmoſphæra, Capite opaco radiorum tranſmiſſionem prohibente, ſicut *Hevelius* obſervavit in Cometa An. 1665 qui Umbram projiciebat, & in pluribus aliis obſervatum fuiſſe tradidit idem Auctor *Lib.* VIII. ſuæ *Cometographiæ*. Cel. D. *Hookius* tamen Umbram hanc negat, ac fortius lucere aſſerit in ea regione ubi Umbra (ſi quæ eſſet) appareret.

Secunda Opinio eſt *Carteſii* ejuſque ſequacium, qui Cometæ Caudam ortam volunt à refractione lucis in ejus progreſſu à Capite ad videntis Oculum. Si iſtud verum eſſet, Fixarum Planetarumque radii per eadem media propagati non tam à refractione immunes ad oculos noſtros appellerent quam obſervatione conſtat, nec Cometarum Caudæ tam liberæ à coloribus Iridis, refractionis perpetuis comitibus. Neque difficultates has tollit *Carteſius* dicendo *Paragr.* 139. *Lib.* III. *Princip.* quod Fixarum ſcintillatio huc referatur, quodque harum Caudæ longiores eſſent ſi lux foret major ; admotis enim Teleſcopiis, illarum ſcintillatio tollitur cum lux augetur. Porro, Planetarum Saturni, Jovis & Veneris, quorum Diametri apparentes plerorumque Cometarum ſatis longas Caudas emittentium Diametros adæquant vel etiam ſuperant, & lux lucem, nullæ ſunt Caudæ ; & Cometarum caudatiſſimorum lux Capitum ſæpe tenuis admodum & obſcura eſt. Si vel Fixæ, (vel ipſi etiam Planetæ,) ut in Meteorologicis narrat *Ariſtoteles*, ab *Ægyptiis* comatæ nonnunquam ſint viſæ, hoc iis accidit non ut Cometis, ſed adſcribendum potius eſt nubium refractioni fortuitæ, quali *Carteſius* adſcribit Comam ab ipſo *Ariſtotele* circa Fixam in femore Canis viſam. Denique, ſi Cauda Cometæ ex refractione medii cœleſtis oriretur, hæc in iiſdem Cœli

regionibus in eandem ſemper plagam pergeret, quod tamen non fit, ſed pro Solis ſitu in varias, ut dictum eſt.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda ſententiæ apud Auctores proprios inſpiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas eſt hæc D. *Jac. Bernoulli* in ſupra citato *Syſtemate Cometarum. Solem nempe concipit in medio Vorticis ſui tanquam ignem in foco accenſum, cujus calore circumfuſi Planetæ coquuntur, unde perpetuo magna ſubtiliſſimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipſo Sole egreditur, & à motu rapidiſſimo Verticis Solaris ſurſum verſus circumferentiam propellitur; quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Verticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia ſubinde nova materia affluit, paulatim condenſantur, & Planetis ſecundariis inviſi iſtius Primarii ſupra-Saturnii,* (de quo Prop. 11. dictum eſt,) *dum circumferentiæ Verticis Solaris proximi ſunt, adhærent; non ſecus ac cum ſuper igne focario ſuſpenſa eſt olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibuſque aſcendens camino, trabibus & quicquid ſolidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur: ſic inquit in modum fuliginis exhalationes viſcoſæ Planetis accreſcunt, illoſque undique ſatis denſiuſcule ambiunt ac cingunt; unde fit ut nuclei Cometæ extremitas ſeu limbus plerumque male terminatus & quaſi diffluens aut criſpus videatur fuliginis inſtar. Tum vero in progreſſu dum Satelles hic circa primarium ſuum volvitur, ſubinde novæ exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipſum immediate ambiunt, quod ob defectum ſolidi fundamenti nequeant tam arcte conſtipari) ei adhæreſcunt, longe lateque omni ex parte circa illum ſeſe extendentes, non quidem in modum globi, ſed lati diſci, cujus alterutra planities Soli obverſa maneat, radiique Solares cum diſco perpendiculares angulos efforment, unde manifeſta,* ut ait, *redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppoſitam vergat; nam quamvis totus ſimul à Sole illuminetur diſcus, non*

non tamen niſi pars illa diſci, quæ noſtri reſpectu cis nucleum, & quidem in eodem nobiſcum & cum Sole plano exiſtit, radios ad oculum noſtrum reflectit, reliquis ex adverſo & à latere Cometa aliò repercuſſis.

Cometam ſpectanti opinio primum occurrens eſt Caudam à Capite oriri. Atque hæc eſt Opinio vetuſtiſſimorum Philoſophorum ipſiuſque *Ariſtotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuiſſimum ex Capite ortum, ſed accenſum hunc voluit. Sagaciſſimus D. *Hookius* ex Cometæ inſpectione ſequentem excogitavit Cometam ejuſque Caudam explicandi rationem, in *Cometa* An. 1678 *Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas verſus centrum circa quod prius rotabatur deſtructa eſt per motum quendam inteſtinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde ſuis ſedibus exceſſit in recta tangente Orbitam in puncto in quo verſabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (niſi quod propter materiam verſus centrum poſitam, ſive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene ſubiit, aliquantulum verſus Solem incurvetur) ſic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut ſal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menſtruo) diſſolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæ extimæ ſic mutatæ non tantum gravitatem amiſerunt, ſed & porro leves factæ ſunt Solis reſpectu; hoc eſt, Solem fugiunt. Unde cum in æthere abſorbeantur & in altum tollantur, & ſimul Solem fugiant, particulæ hæ igneæ ſpeciem præ ſe ferent innumerorum projectorum undique rectà ex Cometæ nucleo exeuntium, & verſus punctum longinquum Soli oppoſitum gravium; ideoque (per demonſtrata à *Torricellio Prop.* XXX. *Lib.* II. *de Mot. Projector.*) ſpeciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis eſt in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis eſt in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis

regionibus in eandem ſemper plagam pergeret, quod tamen non fit, ſed pro Solis ſitu in varias, ut dictum eſt.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda ſententiæ apud Auctores proprios inſpiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas eſt hæc D. *Jac. Bernoulli* in ſupra citato *Syſtemate Cometarum. Solem nempe concipit in medio Vorticis ſui tanquam ignem in foco accenſum, cujus calore circumfuſi Planetæ coquuntur, unde perpetuo magna ſubtiliſſimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipſo Sole egreditur, & à motu rapidiſſimo Vorticis Solaris ſurſum verſus circumferentiam propellitur; quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Vorticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia ſubinde nova materia affluit, paulatim condenſantur, & Planetis ſecundariis inviſi iſtius Primarii ſupra Saturnii*, (de quo Prop. 11. dictum eſt,) *dum circumferentiæ Vorticis Solaris proximi ſunt, adhærent; non ſecus ac cum ſuper igne focario ſuſpenſa eſt olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibuſque aſcendens camino, trabibus & quicquid ſolidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur: ſic inquit in modum fuliginis exhalationes viſcoſæ Planetis accreſcunt, illoſque undique ſatis denſiuſcule ambiunt ac cingunt; unde fit ut nuclei Cometæ extremitas ſeu limbus plerumque male terminatus & quaſi diffluens aut criſpus videatur fuliginis inſtar. Tum vero in progreſſu dum Satelles hic circa primarium ſuum volvitur, ſubinde novæ exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipſum immediate ambiunt, quod ob defectum ſolidi fundamenti nequeant tam arcte conſtipari) ei adhæreſcunt, longe lateque omni ex parte circa illum ſeſe extendentes, non quidem in modum globi, ſed lati diſci, cujus alterutra planities Soli obverſa maneat, radiique Solares cum diſco perpendiculares angulos efforment, unde manifeſta*, ut ait, *redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppoſitam vergat; nam quamvis totus ſimul à Sole illuminetur diſcus, non*

non tamen niſi pars illa diſci, qua noſtri reſpectu cis nucleum, & quidem in eodem nobiſcum & cum Sole plano exiſtit, radios ad oculum noſtrum reflectit, reliquis ex adverſo & à latere Cometa aliò repercuſſis.

Cometam ſpectanti opinio primum occurrens eſt Caudam à Capite oriri. Atque hæc eſt Opinio vetuſtiſſimorum Philoſophorum ipſiuſque *Ariſtotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuiſſimum ex Capite ortum, ſed accenſum hunc voluit. Sagaciſſimus D. *Hookius* ex Cometæ inſpectione ſequentem excogitavit Cometam ejuſque Caudam explicandi rationem, in *Cometa* An. 1678 *Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas verſus centrum circa quod prius rotabatur deſtructa eſt per motum quendam inteſtinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde ſuis ſedibus exceſſit in recta tangente Orbitam in puncto in quo verſabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (niſi quod propter materiam verſus centrum poſitam, ſive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene ſubiit, aliquantulum verſus Solem incurvetur) ſic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut ſal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menſtruo) diſſolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæ extimæ ſic mutatæ non tantum gravitatem amiſerunt, ſed & porro leves factæ ſunt Solis reſpectu; hoc eſt, Solem fugiunt. Unde cum in æthere abſorbeantur & in altum tollantur, & ſimul Solem fugiant, particulæ hæ igneæ ſpeciem præ ſe ferent innumerorum projectorum undique rectà ex Cometæ nucleo exeuntium, & verſus punctum longinquum Soli oppoſitum gravium; ideoque (per demonſtrata à *Torricellio Prop.* XXX. *Lib.* II. *de Mot. Projector.*) ſpeciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis eſt in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis eſt in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis

licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non detur, ſed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum inteſtinum iſta accipiat, gravitatis amiſſio & levitatis à Sole acquiſitio in aliis non ſunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & ſatis eſſe ad ejus phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illuſtretur radioſque Solis à ſui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, cauſam comminiſci neceſſe habent quare vapor ſeu exhalatio reflectens in partes Soli averſas ſolum abeat. *Keplerus* rem ſic explicat: *Coactâ Cometæ materiâ pingui & craſſâ in orbem, ex natura omnium rerum quæ uniuntur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante*, exiſtimat *ſequi aliquid de intima Cometæ materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometæ perlui, colari, atteri*, & materiam ſic congregari ad partes Cometæ à Sole averſas, quæ Solis radios reflectat Caudæque ſpeciem præbeat. *Jacobus Gregorius*, in Phyſicis quibuſdam *Matheſ. Part. Univerſ.* ſubnexis, *Cometam* vult eſſe *corpus quoddam humidum proprios ſuos vapores emittens, æthera ſemper pererrans, ad Solem eundem ſemper fere ſitum retinens*; quod & *Hevelius* tenet, in ſua *Cometograph.* pag. 430. qui haud abſimiliter, Caudam productam vult: nempe *Atmoſphæræ Cometicæ partes tenuiores vi caloris rareſieri, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averſam. Hiſce poſitis*, ex *Gregorii* ſententia *neceſſario ſequitur medietatem Cometæ à Sole averſam, & ab illo nunquam calefactam nec illuſtratam, craſſis & valde opacis infeſtari vaporibus, qui à vaporoſa illa Cometæ materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipſorum reſolutione, in immenſam altitudinem excreſcunt, & Solis radios non ſatis validos ad exhalationes diſpellendas undique reflectunt.* Celeberrimus D. *Newtonus* cenſet

cenſet etiam *quod Cometæ Cauda nihil aliud eſt quam vapor longe tenuiſſimus, quem Caput ſeu Nucleus Cometæ per calorem ſuum emittit.*

Dum Cometa ad Perihelium ſuum deſcendit, vapores copioſiſſimi, qui illum in regionibus à Sole remotiſſimis ideoque frigidiſſimis verſantem prius inſederunt, calore Solis rarefacti aſcendunt; hoc eſt, in partes à Sole averſas abeunt: nam particulæ omnes in medio longe ultra Saturnum protenſo (aura ſc. ætheria) graves ſunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proinde ab hac propulſâ ſurſum aſcendit, unaque reflectentes particulas ex quibus Cauda componitur ſecum vehit; non abſimiliter atque fumus aſcendit in camino per impulſum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometæ atmoſphæram aura ætheria eſt rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmoſphæræ Cometicæ ſecum rapientium à *Keplero* propugnatæ aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem aſcenſûs vaporis Caudam conſtituentis cauſam (præter impetum in primo aſcenſu acquiſitum) credam eſſe ſupradeſcriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa aſſurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfuſa denſior eſt & gravior. Atque Cauda tunc in altum ſublata, ſicut ipſe Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni ſectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim diſſipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immenſum protenſæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis ſufficiat; experientiâ edocti novimus in quantam fumi molem ſatis parva ligni aut carbonis foſſilis portio abeat, & ex præmiſſo Lemmate patet quam parva noſtri Aeris portio in immenſa ſpatia vi ſuæ ela-

licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non detur, ſed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum inteſtinum iſta accipiat, gravitatis amiſſio & levitatis à Sole acquiſitio in aliis non ſunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & ſatis eſſe ad ejus phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illuſtretur radioſque Solis à ſui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, cauſam comminiſci neceſſe habent quare vapor ſeu exhalatio reflectens in partes Soli averſas ſolum abeat. *Keplerus* rem ſic explicat: *Coactâ Cometa materiâ pingui & craſſâ in orbem, ex natura omnium rerum qua uniuntur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante*, exiſtimat *ſequi aliquid de intima Cometa materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometa perlui, colari, atteri*, & materiam ſic congregari ad partes Cometæ à Sole averſas, quæ Solis radios reflectat Caudæque ſpeciem præbeat. *Jacobus Gregorius*, in Phyſicis quibuſdam *Matheſ. Part. Univerſ.* ſubnexis, *Cometam* vult eſſe *corpus quoddam humidum proprios ſuos vapores emittens, athera ſemper pererrans, ad Solem eundem ſemper fere ſitum retinens*; quod & *Hevelius* tenet, in ſua *Cometograph.* pag. 430. qui haud abſimiliter Caudam productam vult: nempe *Atmoſphara Cometica partes tenuiores vi caloris rarefieri, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averſam. Hiſce poſitis*, ex *Gregorii* ſententia *neceſſario ſequitur medietatem Cometa à Sole averſam, & ab illo nunquam calefactam nec illuſtratam, craſſis & valde opacis infeſtari vaporibus, qui à vaporoſa illa Cometa materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipſorum reſolutione, in immenſam altitudinem excreſcunt, & Solis radios non ſatis validos ad exhalationes diſpellendas undique reflectunt.* Celeberrimus D. Newtonus cenſet

cenſet etiam *quod Cometæ Cauda nihil aliud eſt quam vapor longe tenuiſſimus, quem Caput ſeu Nucleus Cometæ per calorem ſuum emittit.*

Dum Cometa ad Perihelium ſuum deſcendit, vapores copioſiſſimi, qui illum in regionibus à Sole remotiſſimis ideoque frigidiſſimis verſantem prius inſederunt, calore Solis rarefacti aſcendunt; hoc eſt, in partes à Sole averſas abeunt: nam particulæ omnes in medio longe ultra Saturnum protenſo (aura ſc. ætheria) graves ſunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proindè ab hac propulſâ furſum aſcendit, unaque reflectentes particulas ex quibus Cauda componitur ſecum vehit; non abſimiliter atque fumus aſcendit in camino per impulſum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometæ atmoſphæram aura ætheria eſt rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmoſphæræ Cometicæ ſecum rapientium à *Keplero* propugnatæ aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem aſcenſûs vaporis Caudam conſtituentis cauſam (præter impetum in primo aſcenſu acquiſitum) credam eſſe ſupradeſcriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa aſſurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfuſa denſior eſt & gravior. Atque Cauda tunc in altum ſublata, ſicut ipſe Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni ſectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim diſſipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immenſum protenſæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis ſufficiat; experientiâ edocti novimus in quantam fumi molem ſatis parva ligni aut carbonis foſſilis portio abeat, & ex præmiſſo Lemmate patet quam parva noſtri Aeris portio in immenſa ſpatia vi ſuæ elaſticitatis

ſticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non ſint uſque adeo raræ texturæ, rariſſimas tamen eſſe, reſpectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod ſtellæ minimæ eas licet immenſæ profundas & Solis radiis illuſtratas transluceant, cum Atmoſphæra Terreſtris illuſtrata, profunditatis immane minoris, vel lucidiſſimas inſenſibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans denſius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, ſed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

Corollarium I.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfuſa Atmoſphæra per Solis calorem elevetur, ſequitur illam creſcere prout Cometa verſus Perihelium deſcendit, & viciſſim minui in ejus receſſu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentiſſima ſtatim poſtquam Cometa in Perihelio ſuo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmoſphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam ſubminiſtrat) minuitur creſcente Caudâ, & eâ parte quâ Solem reſpicit anguſtior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipſe Cometa, cujus magnam partem conſtituere nudo Oculo videtur) apparet ſtatim poſtquam Cometa Perihelium ſuperavit, ubi quandoque fumo craſſiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

Corollarium 2.

Hinc etiam ſequitur quod, ſi Cauda Cometæ Telluris noſtræ Atmoſphæram attigerit, (aut etiam ſi iſtius materiæ per Cœlos tandem ſparſæ & diffuſæ pars gravitate ſuâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa conſtat huic præmiſtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri noſtro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue ſenſibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terreſtrium

craſſi

craſi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium ſeculorum ſuffragio & communi conſenſu conſequi obſervantur Cometarum apparitionem (quæque ſtatim pro falſis & ridiculis habere Philoſophos minime decet) contingere poterunt.

COROLLARIUM 3.

Cauda à Cometa ejuſque Atmoſphæra jugiter, vaporis inſtar, in altum aſſurgens, hoc eſt, in partes à Sole averſas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque ſemitam traducto) manebit: quippe nulla eſt ratio cur in Æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus conjungat & poſtea continuet, alterum aſcenſûs recti à Sole non longinquo, alterum progreſſûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole averſa, ſed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta ſed incurvata, verſus partem anteriorem convexa, verſus alteram cava. Et licet vapor aſſurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris reſiſtentiam non tam velociter progredietur atque ipſum Caput. Atque quo altius aſſurgit vapor Caudam conſtituens indeque rarior fit, hoc eſt, quo longior eſt Cauda, eo majorem patietur ætheris reſiſtentiam; unde Caudæ præcedens latus, ſive verſus partes ad quas Cometa tendit, convexum erit, ſequens vero cavum, ipſaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præciſe averſa, immo nec directa ſed incurvata. Et hæc à Solis oppoſito deviatio & curvatura tanto minor eſt quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior eſt ad Cometæ ſemitam: Nam ſi Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe averſa & ipſa recta; unde in ipſo Perihelio Cauda maxime ab oppoſito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem & Come-

ſticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non ſint uſque adeo raræ texturæ, rariſſimas tamen eſſe, reſpectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod ſtellæ minimæ eas licet immenſæ profundas & Solis radiis illuſtratas transluceant, cum Atmoſphæra Terreſtris illuſtrata, profunditatis immane minoris, vel lucidiſſimas inſenſibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans denſius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, ſed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

Corollarium 1.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfuſa Atmoſphæra per Solis calorem elevetur, ſequitur illam creſcere prout Cometa verſus Perihelium deſcendit, & viciſſim minui in ejus receſſu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentiſſima ſtatim poſtquam Cometa in Perihelio ſuo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmoſphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam ſubminiſtrat) minuitur creſcente Caudâ, & eâ parte quâ Solem reſpicit anguſtior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipſe Cometa, cujus magnam partem conſtituere nudo Oculo videtur) apparet ſtatim poſtquam Cometa Perihelium ſuperavit, ubi quandoque fumo craſſiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

Corollarium 2.

Hinc etiam ſequitur quod, ſi Cauda Cometæ Telluris noſtræ Atmoſphæram attigerit, (aut etiam ſi iſtius materiæ per Cœlos tandem ſparſæ & diffuſæ pars gravitate ſuâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa conſtat huic præmiſtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri noſtro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue ſenſibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terreſtrium

craſi

craſi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium ſeculorum ſuffragio & communi conſenſu conſequi obſervantur Cometarum apparitionem (quæque ſtatim pro falſis & ridiculis habere Philoſophos minime decet) contingere potuerunt.

COROLLARIUM 3.

Cauda à Cometa ejuſque Atmoſphæra jugiter, vaporis inſtar, in altum aſſurgens, hoc eſt, in partes à Sole averſas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque ſemitam traducto) manebit: quippe nulla eſt ratio cur in Æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus conjungat & poſtea continuet, alterum aſcenſûs recti à Sole non longinquo, alterum progreſſûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole averſa, ſed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta ſed incurvata, verſus partem anteriorem convexa, verſus alteram cava. Et licet vapor aſſurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris reſiſtentiam non tam velociter progredietur atque ipſum Caput. Atque quo altius aſſurgit vapor Caudam conſtituens indeque rarior fit, hoc eſt, quo longior eſt Cauda, eo majorem patietur ætheris reſiſtentiam; unde Caudæ præcedens latus, ſive verſus partes ad quas Cometa tendit, convexum erit, ſequens vero cavum, ipſaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præciſe averſa, immo nec directa ſed incurvata. Et hæc à Solis oppoſito deviatio & curvatura tanto minor eſt quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior eſt ad Cometæ ſemitam: Nam ſi Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe averſa & ipſa recta; unde in ipſo Perihelio Cauda maxime ab oppoſito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem &

Cometam conjungens ſit tunc ad ejus Orbitam perpendicularis. Sed & ob ſupradictam ætheris reſiſtentiam, utut exiguam, convexa (hoc eſt, in ætherem incurrens) Caudæ facies ſpiſſior aliquanto & conſequenter lucidior videbitur & melius terminata quam cava, à qua lucem reflectentes particulæ, relictæ quaſi, in æthera diffunduntur. Porro, hæc Caudæ deviatio à Solis oppoſito & incurvatio (cæteris paribus) major eſt propter utramque cauſam prædictam ubi Cometæ Orbita curvior eſt: Nam ut Cauda ſit à Sole perpetuo averſa in hoc caſu, oporteret ejus extremum circumferentiam exteriorem & majorem deſcribere quam ipſum Caput, quod ex motu à Capite participato facere nequiret, quamvis nulla foret ætheris reſiſtentia quæ illum minueret. Caudæ igitur extremum à Cometâ remotiſſimum, quia circumferentiam iſtam majorem tam brevi tempore non deſcribit atque Caput minorem, idque ob duplicem quam explicuimus rationem, magis in hoc caſu incurvabitur. Sed cum caſus hic incidat in Cometæ Perihelium, ubi Cauda prius in altum ſublata evanuit fere, & qui recens rectà aſſurgit vapor Caudam præcipue conſtituit; ideo non tam ſenſibilis erit incurvatio.

Corollarium 4.

Figura Corol. præc. deſcripta refert Caudam quæ revera per Ætherem à Cometæ Capite porrigitur; quo non obſtante, ſi Terra & ſimul Spectator in Orbis Cometæ plano reperiatur, Caudæ curvatura neutiquam percipietur, quia tota in plano iſto jacet: Et vel tota diſparebit cum ipſum Caput Caudam inter & Oculum verſatur, vel ſi Caput minus fuerit & Cauda verſus alterum extremum latior, Crinitus ſive Comatus crinibus circumquaque cinctus videbitur, (atque horum alterutrum ſub Oppoſitionem Solis & Cometæ continget,) vel denique in Solis oppoſito præciſe ſpectabitur Cauda. Si vero Spectator extra pla-

planum Orbitæ Cometicæ verſetur, Caudæ curvatura ſentietur; magiſque ſenſibilis evadet, quo recta à Terra ad Caudam ducta Orbis Cometæ (ipſiuſque adeo Caudæ) plano magis eſt normalis, & omnia curvæ Caudæ ſymptomata Coroll. præc. deſcripta ſenſibiliora fient. Atque hæ ſunt ſtatæ & ſolennes Caudæ Cometæ mutationes: nam quantum ad incertas iſtas & ſubitaneas, quas Auctores memorant, ortæ videntur à vaporum Atmoſphæræ noſtræ refractione fortuita Caudarum figuras detorquente; vel à motu nubium illas aliqua ex parte obſcurantium; aut à vicinis Stellis harumve congerie, aut Via Lactea pro Caudæ parte perperam ſumptis.

PROPOSITIO V.

Plures Cometæ videntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in Hemiſphærio oppoſito.

DEſignet S Solem; T Terram; circulus DEFH centro T deſcriptus Fixarum ſphæram, ſive illam potius quâ viſus terminatur. Quoniam Cometæ ſplendent luce Solis à ſe reflexâ, non videbuntur antequam à Sole ita illuſtrentur, ut Oculos noſtros luce iſtâ movere poſſint: & præterea cum Cometæ per Caudas ſuas ſint maxime conſpicui, has autem non emittant priuſquam ad Solem incaluerint aliquantulum; patet ad utrumvis conſequendum, opus eſſe ut Cometa ad definitam à Sole diſtantiam accedat. Sit ABCG ſphæra Soli concentrica ad iſtam diſtantiam deſcripta; talis nempe ut nullus Cometa, propter illuſtrationis defectum, videatur, priuſquam intra ſphæræ hujus ſuperficiem verſetur: Juncta recta ST producatur utrinque, donec dictæ ſuperficiei occurrat in A & C: Per T ducatur planum HE cui AC eſt normalis; hoc dividet ſphæram DEFH in duo Hemiſphæria, quorum HFE eſt Solem verſus, HDE Soli oppoſitum. Cometæ omnes in ſphæræ ſegmento BCG *Tab. XXXIV Fig. 5.*

 exiſti-

Tab. XXXIV. Fig. 5. exiſtentes videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem; omnes autem qui verſantur in ſegmento B A G videbuntur in Hemiſphærio Soli oppoſito. Patet vero quod ſegmentum B C G majus eſt quam B A G, quia ſphæræ centrum eſt in illo: Plures igitur Cometæ videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in oppoſito. Q. E. D.

Sed & plures primo videbuntur ſive detegentur in illo quam in hoc, cum ſuperficiei ſphæræ pars B C G major ſit reliquâ B A G: detegi autem ſupponuntur quamprimum ſuperficiem hanc attingunt.

SCHOLIUM.

Quo minor ponitur ſphæra A B C G, hoc eſt, quo propius à Sole abeſſe oportet Cometam antequam videatur, eo Cometarum in Hemiſphærio Solem verſus viſorum numerus magis excedit numerum apparentium in oppoſito; quoniam tanto magis ſegmentum B C G excedit B A G ſegmentum. Et ob eandem rationem primo detectorum numerus in illo quam in hoc major eſt.

Si ponatur A B C G eſſe paulo minorem quam ſphæra Jovis, ſive quod Cometæ ſe prius videndos non præbeant quam ſint Soli paulo propiores quam Jupiter, hoc eſt, ſi ponatur S A ipſius S T quintupla; (nam Jovis diſtantia à Sole excedit quintuplum diſtantiæ Telluris ab eodem;) ſegmentum B C G erit propemodum duplum ſegmenti B A G, & ideo fere duplo plures Cometæ in Hemiſphærio Solem verſus videbuntur quam in Hemiſphærio oppoſito: At ſuperficies B C G eſt tantum ſeſquialtera ſuperficiei B A G, ideoque dimidio plures illic quam hic primo detegentur. Si A B C G ſphæra minor fuerit, *v. g.* ſi S A ſit ſeſquialtera diſtantiæ Martis à Sole, quadruplo plures Cometæ (& amplius) videbuntur in Hemiſphærio Solem verſus, quam in oppoſito; ſed primum in illo detectorum numerus erit duplus ſeſquialter. detectorum in hoc. Advertendum ex hoc numero tollen-

lendos eſſe qui ob nimiam Solis viciniam videri nequeunt; & ex altera parte, qui non ſunt Soli nimis vicini melius in Hemiſphærio verſus Solem videntur, quam qui in oppoſito verſantur; quippe quorum plures fortius illuſtrantur.

PROPOSITIO VI.

Cometæ Diſtantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æſtimare.

CUm Cometa parallaxi diurnæ non ſit obnoxius; neque ullæ obſervationes illinc pendentes ejus Diſtantiam patefacere poſſint; libet hujus æſtimationem facere ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ. Et quoniam (per Prop. LVII. Lib. III.) illuſtrationes in diverſis à Sole diſtantiis factæ ſunt in reciproca duplicata ratione dictarum diſtantiarum, & porro (propter rationes in dicta Prop. allatas) quo remotius eſt lucidum eo pauciores radii ab illo provenientes Oculi pupillam ſubeunt, idque in duplicata ratione Diſtantiæ auctæ, ſive in duplicata ratione diametri ejus apparentis diminutæ; hoc eſt, lucidorum æqualium ſplendores ſunt in ratione duplicata diametrorum apparentium eorundem; igitur (in æſtimatione hac minus accurata, abſtrahendo à diverſa magnitudine vera Planetæ & Cometæ) Lux Cometæ eſt ad Lucem Planetæ in ratione compoſita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione duplicata Diſtantiæ Planetæ à Sole ad Diſtantiam Cometæ ab eodem: Et ideo quadratum Diſtantiæ Cometæ à Sole eſt ad quadratum Diſtantiæ Planetæ ab eodem in ratione compoſita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione Lucis ſive ſplendoris Planetæ ad Lucem Cometæ. Unde Diſtantia Cometæ à Sole eſt ad Diſtantiam Planetæ ab eodem in

ratione compoſita ex ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione ſubduplicata Lucis Planetæ ad Lucem Cometæ. Sed ex obſervatione datur utraque ratio componens: Datur igitur compoſita ratio, nempe inter Diſtantias Cometæ & dati Planetæ à Sole. Et ex Prop. XLV. Lib. III. datur Diſtantia Planetæ à Sole; & igitur Diſtantia Cometæ à Sole non latebit.

Propter fumum craſſum ipſamque Atmoſphæram Cometicam Nucleum obſcurantem, Nucleus (ipſumve Cometæ corpus ſolidum, de quo hic agitur) non tam lucidus apparet; & ideo ejus Diſtantia à Sole prius inventa minuenda eſt ut evadat vera.

SECTIO II.

De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.

PRæmiſſis Phyſicis de Cometis eorumque Caudis, ad illorum Orbitas ex Obſervatione determinandas, quod Lib. V. præcipuum eſt inſtitutum, progredimur. Ac primo oſtendemus, quomodo per methodum ſagaciſſimi Aſtronomi D. *Caſſini*, ex Obſervationibus aliquot initio apparitionis Cometæ alicujus factis, Via quam porro inter Fixas ingredietur & Loca quæ quotidie tenebit determinentur proxime: non quod hæc pro accuratis haberi velimus, ſed quod hinc prædici queat quo in Loco ad Tempus datum inveſtigandus ſit Cometa; num ſub Radiis Solis brevi ſit abſcondendus, quando Terræ proximus & velociſſimus ſit futurus; aliaque huc attinentia.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Ex Obſervatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure viſis, illius Viam inter Fixas, hoc eſt, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire.

Referat C E Eclipticam, ſintque B & D bina Cometæ Loca obſervata. Per B & D traductus concipiatur circulus maximus Eclipticam ad A interſecans, qui per oſtenſa ad Prop. X. Lib. I. erit Cometæ Via, cujus ſitus reſpectu Eclipticæ ſic determinatur: Ducantur per B & D circuli Latitudinis B C & D E, item circulus maximus D C. In triangulo ſphærico D C E rectangulo ad E dantur latera C E & E D, hoc nempe Cometæ in D Latitudo, illud differentia Longitudinum Locorum Cometæ B & D; invenietur ergo latus D C. Rurſus, in triangulo D B C dantur omnia latera, nempe D C modo inventum, B C Latitudo Loci obſervati B & B D Locorum diſtantia obſervata; & ideo innoteſcet angulus C B D, hujuſque proinde complementum C B A. In triangulo denique B A C dantur præter rectum ad C latus B C & angulus A B C; non latebunt igitur latus C A & angulus ad A, quorum hic eſt Inclinatio Viæ Cometæ ad Eclipticam, illud eſt intervallum Nodi & puncti C in Ecliptica noti. Tab. XXXIV. Fig. 6.

PROPOSITIO VIII. LEMMA.

Datis poſitione tribus rectis T A, T B, T D *ex eodem puncto ductis & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum qualibet (ut* T A*) puncto* A *ducere rectam* A C, *cujus partes* A E, E C *inter dictas rectas intercepta habeant rationem datam, nempe quam* R *habet ad* S. Tab. XXXV. Fig. I.

Ex A ducatur utcunque recta A B ipſi T B in B occurrens; in hac (eave producta) ad partes verſus quas jacet T D, ſumatur (per *Prop.* XII. *El.* 6.) B F quæ ſit ad

A B

Tab. XXXV. Fig. 1. A B ſicut S ad R; per F agatur F C ad B T parallela ipſi T D occurrens in C: erit juncta A C ea quæ quæritur. Eſt enim per *Prop.* 11. *El.* 6. A E ad E C ſicut A B ad B F, id eſt (per conſtruct.) ut R ad S.

SCHOLIUM.

Rectæ A C poſitio & magnitudo per trigonometricum calculum facillime definiuntur: In triangulo enim A T B dantur latus A T, angulus A T B & angulus T A B ex ductu lineæ A B cognitus; unde innoteſcunt A B T angulus & latus A B: Datur igitur B F ad ipſam A B datam habens rationem, adeoque & huic parallela & proinde æqualis C M. Rurſus, in triangulo T M C cognitis angulo C T M (ab initio dato) & C M T ipſi F B M (hoc eſt, prius inventi A B T complemento ad duos rectos) æquali & latere C M, non latebit C T. In triangulo denique A C T datis lateribus T A, C A & angulo interjecto A T C, invenientur latus tertium C A angulique T A C & T C A; hoc eſt, magnitudo & poſitio rectæ A C.

PROPOSITIO IX.

Ex tribus Obſervationibus ſub initium apparitionis Cometa factis Locum Perigai, Tempuſque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometa Locum invenire.

Fig. 2. REferat T Terram, (quam hic in re minus accurata; ab illius motu abſtrahentes, ut quietam conſideramus,) A B D G circulum inter Fixas, per quem Cometa incedere videtur, ex Prop. VII. determinatum, in quo ſint tria Cometæ Loca obſervata A, B & D. Exponatur Tempus inter Obſervationes in A & B per R, & Tempus inter Obſervationes in B & D per S: Ductæ intelligantur rectæ T A, T B, T D, & per Lem. præc. per A agatur recta A O, cujus partes A E, E C inter binas rectas T A,

T B,

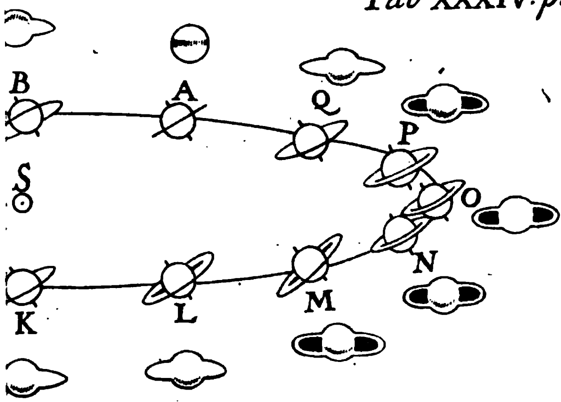
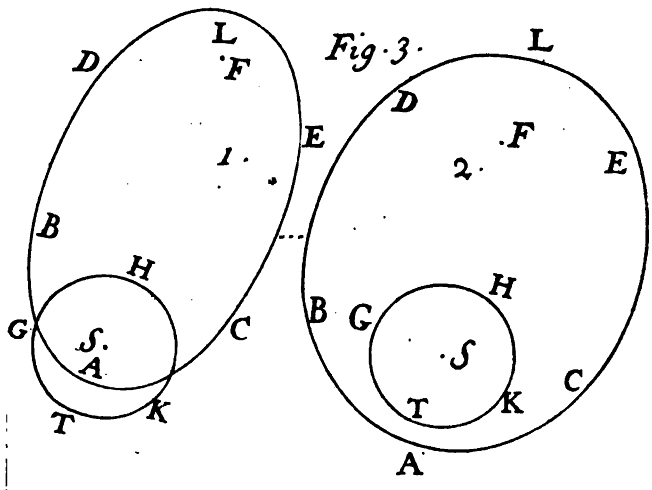


Fig. 3.



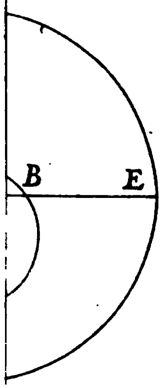
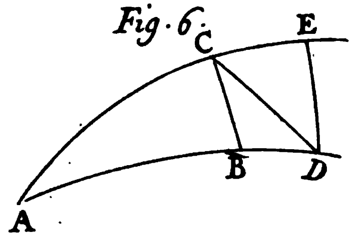


Fig. 6.



T B, binaſque T B, T D interceptæ ſint ut R ad S: Erit hæc quamproxime Cometæ Trajectoria, præſertim in aliqua notabili Cometæ à Perihelio diſtantia. Nam in hoc caſu Via Cometæ eſt proxime recta, & Cometa per hanc æquabiliter incedit; ideoque ſpatia percurſa ſunt Temporibus proportionalia: Sed A E eſt ad E C ſicut Tempus quo Cometa viſus eſt moveri ab A ad B inter Fixas ad Tempus quo à B ad D progreſſus eſt; & hoc nulli rectæ ex A ad eaſdem partes ipſius T ductæ congruit præterquam ipſi A O: Hæc igitur eſt Cometæ Trajectoria proxime. Tab. XXXV. Fig. 2.

Dantur (per præc. Lem.) ſitus rectæ A O & magnitudo ipſius A C reſpectu A T; hoc eſt, in triangulo A C T dantur omnes anguli omniaque latera. Ex T in Trajectoriam rectam A O demittatur normalis T P, quæ producatur donec circulo A B D in G occurrat. Patet Cometam, in Trajectoria A O motum, in Perigæo verſari ad P; recta enim T P eſt breviſſima, quæ à T ad A O duci poteſt: eritque G Locus inter Fixas, quem Cometa Perigæus tenere videbitur. Ad cujus inventionem, in triangulo A P T rectangulo ad P dantur latus A T & angulus P A T; unde innoteſcent latera A P, T P & angulus A T P ipſius P A T complementum ad rectum hujuſque menſura arcus A G, adeoque Locus Perigæi in magno circulo inter Fixas quem Cometa deſcribit, cum obſervatione cognitum ſit punctum A. Hic Perigæi locus G ad Eclipticam N K L ſic facile reducitur: Per G ducatur circulus Latitudinis G L Eclipticæ in L occurrens: & in triangulo N L G dantur præter rectum ad L angulus N (per Prop. VII. inventus) & N G ſumma (vel differentia) notorum arcuum N A, A G; unde innoteſcent N L Longitudo Perigæi à Nodo & G L Cometæ Perigæum tenentis Latitudo. Porro, notis rationibus rectarum A C & A P ad eandem A T, nota erit ratio inter ipſas A C & A P: Sed quia Cometa æquabiliter movetur, ratio inter Tempora quibus per A C, A P movetur eadem eſt cum ratione A C ad A P; & ex

 Obſer-

Tab. XXXV. Fig. 2. Obſervatione notum eſt Tempus quo ex A ad C motus eſt, idem nempe quod elapſum eſt inter Obſervationem primam in A & tertiam in D; & igitur notum erit Tempus quo Cometa revera ab A ad P, apparenter ab A ad G, movetur; hoc eſt, inter notum Temporis punctum & illud quo Perigæum attinget. Innoteſcet igitur Tempus quo Cometa in Perigæo verſatur.

Præterea, quæratur intervallum inter datum Tempus ad quod Locus quæritur & Tempus alicujus Obſervationis, *v.g.* primæ in A. Capiatur in recta A O linea A Q, quæ ſit ad A C ſicut modo inventum Temporis intervallum ad notum intervallum Obſervationum Cometæ in A & D: Jungatur T Q, & producatur donec cum circulo N A D concurrat in puncto V, per quod traductus intelligatur circulus Latitudinis V X: Patet ex prædictis punctum Q in Trajectoria A O occupari à Cometa ad datum Tempus. In triangulo Q A T ex datis lateribus A T, A Q & angulo intercepto T A Q invenietur A T Q angulus, ac proinde illius menſura (nempe arcus A V) innoteſcet: Sed notum eſt A punctum; ergo & V ſive quæſitus Cometæ Locus in Via apparente ad Tempus datum. Loci autem hujus ſitus reſpectu Eclipticæ invenitur, ex datis in triangulo N X V rectangulo ad X angulo V N X & latere N V, inveniendo N X Longitudinem Cometæ à Nodo, & X V ejuſdem Latitudinem dato Tempori competentem.

Loco Obſervationis primæ & ſecundæ poterunt Obſervationes quælibet duæ, aut earum aliqua cum Loco & Tempore Perigæi ſuperius inventis in hac praxi aſſumi. Atque hoc modo Cometæ Ephemerides fabricari poterunt.

SCHOLIUM.

In re tam parum accurata ſufficiet forſan Viam Cometæ primo apparentis in ſuperficie Globi Cœleſtis deſcribere, ejuſque Loca ad ſingulas medias Noctes habitationis

tationis propriæ per protractionem notare. Si enim initio apparitionis Cometæ ſitus inter Fixas vicinas obſervetur, collimando nempe per filum tenſum atque ſic dignoſcendo quando in recta cum duabus notis Fixis jaceat, & eodem tempore inveniendo alias duas Fixas quibuſcum in recta etiam jacet, quod in tanta Fixarum multitudine facile fiet; per duo (plurave) Loca obſervata in Globo notata (quæ quo à ſe invicem remotiora fuerint, eo accuratior erit praxis) tranſiens circulus maximus erit Cometæ futura ſemita. Circulus vero maximus per illa tranſiens commode invenietur attollendo deprimendove Polorum alterum & ſimul volvendo Globum, donec Loca omnia notata in Horizonte ſimul reperiantur; erit nempe quem Horizon tum in Globi ſuperficie deſignat circulus quæſitus. Hujus ergo interſectiones cum Ecliptica erunt Orbis Cometici Nodi, & angulus quem Ecliptica cum Horizonte facit (menſuratus nempe per altitudinem gradûs nonageſimi) erit Inclinatio Orbis Cometici ad Eclipticam. Deſcribatur circulus diametro æquali diametro Globi, *ex. gr.* A B D cujus centrum T, in cujus circumferentia aſſumptum punctum A referat Locum inter Fixas, in quo Cometa primo obſervatus eſt: Sumantur arcus A B, A D æquales diſtantiis notatorum in ſuperficie Globi Locorum Cometæ à Loco primum obſervato, & jungantur T B, T D: Et per Prop. VIII. per A ducatur recta A O talis ut A E ſit ad E C ut R ad S, hoc eſt (per conſtructionem) ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam. Demiſſâ ex T rectâ T P normali ad A O & productâ (ſi opus eſt) ad circumferentiam uſque ad G; arcû ipſi A G æquali ex Loco primum obſervato in Viam Cometæ ſuperius in ſuperficie Globi deſignatam tranſpoſito, punctum G oſtendet Locum inter Fixas quem Cometa perigæus tenebit. Tab. XXXV Fig. 2.

Tab. XXXV. Fig. 2. Si porro recta A C dividatur (vel actu, vel ope circini proportionis *Galileani*) in tot partes æquales, quot Horæ (vel etiam Horæ ſcrupula, ſi ſchema ſit ſatis capax) elapſæ ſunt inter Obſervationem primam in A & tertiam in C; erit harum partium quælibet Cometæ æquabiliter moti Via Horæ ſpatio in A O percurſa, harumque 24 Via ſpatio Diei naturalis, & ſic porro. Locus igitur Cometæ inter Fixas, ad datum quodvis Tempus, in Globo determinatur, ſi tot prædictarum partium ſumantur ab A verſus O in recta A O, quot Horæ interceſſerunt inter Tempus primæ Obſervationis & Tempus datum, *v. g.* A Q, & recta T Q centrum T finemque Q ſumptarum partium jungens producatur in V, & arcui A V æqualis à Globi puncto quod reſpondet ipſi A in Cometæ Viam ſtatuatur; oſtendet hujus altera extremitas Cometæ Locum inter Fixas dicto Tempori congruum. Similiter ad ſingulas medias Noctes Loca Cometæ in ſuperficie Globi protractione deſignabuntur: Unde Cometæ Longitudo, Latitudo, reliquaque (per praxes Lib. II. indicatas) facillime definientur. Quæ in Globo facta ſunt in Planiſphærio quovis cui Fixæ inſcribuntur ſimiliter fient.

Cometæ Via primo deſignata Locaque diverſis Temporibus congrua per Obſervationes ſubſequentes corrigentur: Neque enim in hac praxi calculove hoc nullus error exſpectandus eſt.

PROPOSITIO X.

Definire Tempus quo vapor è Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum aſcendit.

Fig. 3. DEſignet S Solem; A B Trajectoriæ Cometicæ portionem, in qua ſit N Cometæ Nucleus ab A verſus B motus; C Caudæ extremum. Cumque per Corol. 3. Prop. IV. Cauda N F C non ſit à Sole exacte averſa,

ſa, hoc eſt, N C non in directum cum S N, ſed vergens verſus partes A quas Cometa reliquit, cujuſque inclinatio obſervatione innoteſcit; ducatur S E ad N C parallela Trajectoriam interſecans ad punctum D poſt Cometam. Vapor, qui nunc Caudæ extremum C conſtituit, à Nucleo aſcendere cœpit cum Cometa punctum D tenebat; quoniam vapor cum motu aſcensûs, ſive rectà à Sole, componit motum Cometæ progreſſivum ipſi ante ſeparationem à Capite impreſſum. Per Prop. præc. vero definietur (ſatis exacte ad hanc præ manibus inquiſitionem minus accuratam) Tempus quo Cometa punctum D tenuit, prius Tempore Obſervationis propoſito, quanto opus eſt ut Cometa rectam D N longitudine datam percurrat. Inventum igitur eſt Tempus quo vapor à Capite ad Caudæ extremum aſcendit. Tab. XXXV. Fig. 3.

Similiter definietur Tempus quo vapor ad datum Caudæ punctum aſcendit.

PROPOSITIO XI. LEMMA.

Datis poſitione quatuor rectis in eodem plano jacentibus, quintam ducere, quæ à quatuor iſtis ſecetur in tres partes datam rationem datumque ordinem inter ſe ſervantes. Fig. 4.

Sint quatuor rectæ poſitione datæ A E, A C, B C & B D in infinitum productæ, & tres quantitates datæ R, S & V: Ducenda eſt recta ſecans quatuor primo datas in M, O, N & K, ita ut M O ſit ad O N ut R ad S, & O N ad N K ut S ad V.

Capiatur C G quæ ſit ad C E ſicut S & V ſimul ad R; capiatur etiam F C quæ ſit ad C D ut R & S ſimul ad V: junctæ rectæ A G, B F producantur donec concurrant; per illarum concurſum H ducantur H K ad D C & H M ad B C parallelæ, cum reſpectivis rectis concurrentes ut in ſchemate: ducta M K eſt ea quæ quæritur.

Nam propter parallelas H M & T N, eſt K N ad N M ut

Tab. XXXV. Fig. 4. ut K T ad T H. Sed quia H K parallela eſt ad F D, K T eſt ad T H ſicut D C ad C F, hoc eſt, per conſtructionem ut V ad R & S ſimul; & igitur K N eſt ad N M ſicut V ad R & S ſimul. Rurſus, propter parallelas H K & O X, M O eſt ad O K ut M X ad X H: Sed quia H M eſt parallela ad E G, eſt M X ad X H ut E C ad C G, hoc eſt, per conſtructionem ut R ad S & V ſimul; & igitur M O eſt ad O K ut R ad S & V ſimul. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe N K ad M N ut V ad R & S ſimul: Diviſim igitur tres rectæ M O, O N & N K eandem habent inter ſe rationem cum tribus quantitatibus R, S & V. Q. E. F.

De Problematis hujus limitationibus caſibuſque diverſis nihil hic dicimus, quippe quæ rem hanc tractanti ſatis per ſe ſunt manifeſta.

Conſtructio hæc eſt illuſtris Viri D. *Chriſtophori Wren* Equitis, Geometræ Celeberrimi.

SCHOLIUM.

Rectæ M K poſitio & punctorum M, O, N & K diſtantiæ ab A, B, C, D vel E ſic commode per calculum determinantur. Rectarum quatuor A E, A C, B C & B D primitus datarum interſectiones omnes, ut puncta A, B, C, D & E, dantur per 25. *Dat.* & anguli ad illa per converſ. 29. *Dat.* quare rectæ A C, D C, C B, C E & B D (per 26. *Dat.*) ſunt magnitudine datæ. Sed C F & C G per 2. *Dat.* etiam dantur, cum datam habeant rationem ad C D & C E reſpective. In triangulo B C F datis lateribus C B, C F cum angulo interjecto B C F, dantur latus B F & angulus B F C, & huic proinde deinceps A F H. Similiter, in triangulo A C G ex datis lateribus A C & C G cum angulo A C G dabitur C A G angulus. In triangulo igitur A F H datis duobus angulis A F H & F A H ſupra inventis cum latere adjacente A F (ſumma vel differentia notarum rectarum A C & C F) notum erit latus A H. In triangulo demum A H M datis angulo H A M (ſumma vel differen-

ferentia notorum angulorum C A E, H A C) anguloque *Tab. XXXV. Fig. 4.*
A M H dato A E C æquali, item latere A H, innoteſcent latera H M & A M diſtantia puncti M à puncto noto A. Similibus prorſus gradibus invenientur latera B K & H K in triangulo B K H. In triangulo ergo M H K notis lateribus H M, H K & angulo M H K intercepto (æquali E C A primitus noto) innoteſcent anguli H M K, H K M & baſis M K: Datis autem angulis H M A, H M K, dabitur horum ſumma vel differentia A M K; hoc eſt, poſitio rectæ M K, cum recta A M ſit poſitione data. Simili modo A O vel B N vel B K, & anguli quos M K cum his efficit, per Trigonometriam inveniuntur.

PROPOSITIO XII.

Datis quatuor Cometæ Locis obſervatis, ejus Trajectoriam, ſi rectilinea fuerit, determinare. *Fig. 5.*

Referat S Solem; A B C D Orbem magnum: Sintque puncta A, B, C & D Loca Terræ ad Tempora Obſervationum nota; A E, B F, C G & D H quatuor obſervatæ Cometæ Longitudines. Per Prop. XI. ducatur recta E H talis ut ejus pars E F inter A E, B F intercepta ſit ad F G ipſius partem interceptam inter B F & C G, ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam, & ut dicta F G ſit ad G H ejuſdem partem inter C G & D H, ut Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam ad Tempus inter Obſervationem tertiam & quartam; eritque ducta E H veſtigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ; hoc eſt, ſi per rectam Cometæ Trajectoriam traductum concipiatur planum ad planum Eclipticæ normale, erit recta hæc E H iſtorum planorum communis ſectio. Cum enim in hypotheſi in qua nunc verſamur, Cometa æquabiliter moveatur in Recta; ſi à Rectæ iſtius punctis, in quibus Cometa verſabatur Temporibus quatuor Obſer-

vatio-

Tab. XXXV. Fig. 5. vationum, ad planum Eclipticæ demittantur normales; incident hæ in Rectas A E, B F, C G & D H reſpective, quoniam hæ denotant Loca Cometæ in Ecliptica; eruntque hæc quatuor puncta in eadem recta, communi nempe ſectione plani per Trajectoriam traducti ad planum Eclipticæ normalis cum dicto Eclipticæ plano; eruntque porro (per *Prop.* II. *El.* VI.) diſtantiæ inter hæc puncta ut diſtantiæ punctorum in quibus Cometa inveniebatur in propria Trajectoria, adeoque ut Tempora inter Obſervationes: Sed E H eſt unica Recta, cujus partes inter rectas A B, B F, C G & D H interjectæ ſunt ut Tempora inter Obſervationes quatuor reſpective; & igitur E H Recta eſt veſtigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ.

Ut autem dati puncti hujus Rectæ diſtantia à Tellure cum Diſtantia mediocri Telluris à Sole ad datum Tempus conferatur, ſic procedendum: In triangulo A S B dantur (per Prop. XVIII. Lib. III.) latera S A, S B Diſtantiæ Terræ à Sole ad data Tempora, & angulus interceptus A S B differentia Locorum Terræ è Sole viſorum; quare non latebunt anguli S A B, S B A & recta A B chorda arcûs à Tellure interim percurſi, hoc eſt, chordæ illius ratio ad Semidiametrum Orbis magni. Rurſus, in triangulo K A B dantur omnes anguli, quia dantur duo K A B, K B A, (hic nimirum ſumma vel differentia notorum angulorum S B A, S B K, ille ſimiliter ſumma vel differentia notorum S A B, S A K;) quare datur ratio laterum A K & A B: Sed prius data erat ratio ipſarum S A & A B; ideoque non latebit ratio S A ad K A. Similiter prorſus ex duobus Terræ Locis A & D invenietur ratio inter S A & A O; quare nota erit ratio inter S A & K O, ipſarum A O & K O differentiam: Sed Propoſitione præcedente oſtenſum eſt, quomodo inveſtigare licet rationem inter K O & K E; quare innoteſcet ratio inter S A & K E, ideoque ratio inter S A & A E etiam nota erit.

erit. Porro, in Prop. præc. angulus A E H etiam inventus eſt; inventa igitur eſt A E, diſtantia in rectâ poſitione data veſtigii Trajectoriæ Cometicæ à Terra, in partibus Semidiametri Orbis magni expreſſa, hujuſque inclinatio ad dictam rectam. Similiter B F vel C G vel D H cum Semidiametro Orbis magni conferetur, angulique ad F, G & H invenientur. Tab. XXXV. Fig. 5.

Ad ipſam Trajectoriam determinandam ex E ad planum Eclipticæ (quod idem eſt cum plano hujus ſchematis) erecta intelligatur E M tangens anguli Latitudinis Cometæ in Obſervatione prima, poſito A E radio; eritque M Locus Cometæ in ſpatio Mundano ad Obſervationem primam, quoniam poſitio rectæ A E eſt ejus Longitudo, & angulus M A E ejuſdem Latitudo. Similiter ad H erigatur ad idem Eclipticæ planum normalis recta H L æqualis tangenti Latitudinis quarto obſervatæ ad radium D H; eritque L Locus Cometæ in ſpatio Mundano ad datum Tempus iſtud quartum: & ideo juncta recta M L eſt ipſa Cometæ Trajectoria rectilinea quæſita, in quam demiſſa normalis ab S oſtendet Cometæ Perihelium. Patet Diſtantiam puncti M ab A, ſive rectam A M, eſſe ad A E rectam ut ſecans Latitudinis in Obſervatione prima ad radium, & D L eſſe ad D H ut ſecans Latitudinis quarto obſervatæ ad radium: Ipſa vero L M invenitur in triangulo L P M, per L ductâ L P ipſi H E parallelâ cum M E concurrente in P: Nam præter rectum ad P dantur latera L P, P M, illud æquale prius notæ H E, hoc æquale differentiæ cognitarum M E, H L; quare non latebit L M, recta à Cometa æquabiliter percurſa Tempore noto, dum ſc. Tellus ab A ad D moveretur.

Porro, ad inveniendum Nodum, Tempus quando Cometa Nodum tenebit, Viæ Cometicæ Inclinationem ad Eclipticam, & hujuſmodi alia, producatur M L donec cum E H concurrat, puta in N; erit N H ad H L ut H E ad P M, adeoque cognita; item L N ad L H ut L M ad M P, ideo-

Tab. XXXI. Fig. 5. que etiam data: Capiatur Tempus quod ſit ad Tempus inter Obſervationem primam & quartam ut N L ad L M; erit hoc Tempus inter Obſervationem quartam & momentum quando Cometa Nodum tenebit; nam in motu æquabili (qualem hunc Cometæ ſupponimus) Tempora ſunt ſicut ſpatia percurſa. Sed & Locus Cometæ Nodum tenentis dabitur: Cum enim detur punctum N, & propter Tempus cognitum inter Obſervationem quartam & momentum quando Cometa eſt in Nodo detur etiam Locus Terræ ad iſtud momentum; dabitur (per 26. *Dat.*) poſitio rectæ puncta hæcce conjungentis; hoc eſt, Longitudo Cometæ in Nodo verſantis. Porro, quoniam dantur Diſtantia Nodi à puncto H (Loco Cometæ quarto obſervato) & Latitudo Cometæ ad dictum H punctum, (ſc. in triangulo ſphærico rectangulo duo latera circa angulum rectum;) dabitur Inclinatio hypothenuſæ ſive Viæ Cometicæ ad Eclipticam.

PROPOSITIO XIII.

Iiſdem poſitis, ad datum Tempus Locum Cometæ è Terra viſum invenire.

Tab. XXXVI. Fig. 1. PEr Prop. præc. determinetur veſtigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ, nempe E H N R, ipſaque in ſpatio Mundano Orbita M L N, punctis N, H, E, M & L eadem quæ prius denotantibus: Capiatur E R ad E H ut ſpatium inter Obſervationem primam Tempuſque datum, ad quod Cometæ Locus quæritur, ad Tempus inter Obſervationem primam & quartam: Inveniatur porro (per Prop. XVIII. Lib. III.) Terræ Locus ad Tempus propoſitum, ſc. Q punctum. Rectæ Q R, cujus utrumque extremum punctum Q & R notum eſt, poſitio (per 26. *Dat.* data) dat Cometæ Longitudinem quæſitam. Porro, capiatur R V ad R N ſicut M E ad E N, eritque Latitudo Cometæ ad Tempus datum angulus cujus radius eſt Q R & tangens recta R V.

Atque

ab XXXV. pag.

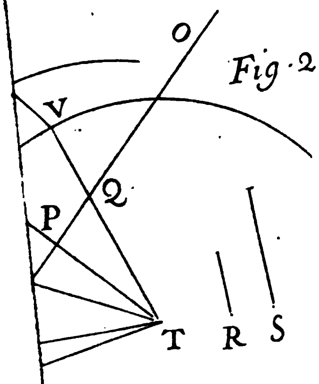


Fig. 2.

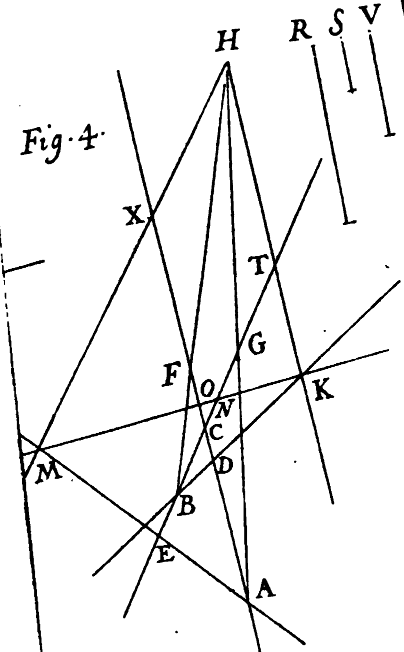


Fig. 4.

UNIV. OF MICH.

Atque Motûs Cometæ Ephemerides hoc modo conſtruentur vel graphice vel per calculum. *Tab. XXXVI. Fig. 1.*

Scholium.

Similiter invenietur Diſtantia Cometæ à Terra, vel in Perigæo vel ad Tempus datum, tam curtata quam in ſua Trajectoria, in partibus Diametri Orbis magni expreſſa; angulus item quem Cometæ Trajectoria continet cum recta Cometam & Terram jungente; vel quem Orbitæ veſtigium in plano Eclipticæ continet cum recta à Terra ducta ad Locum Cometæ in Ecliptica.

Corollarium.

Hinc Magnitudo vera tam ipſius Cometæ Nuclei, quam huic circumfuſæ Comæ Atmoſphæram referentis determinabitur: Notis enim Cometæ Diſtantiâ, & Diametro apparente Nuclei & circumfuſæ Nucleo Atmoſphæræ per Obſervationem, horum Magnitudo innoteſcet eodem modo quo Planetarum Magnitudo ex ſimilibus datis eruta eſt Prop. XLVI. Lib. III. Porro, Caudæ Magnitudo ſimiliter innoteſcit: Ex cognitis enim Solis & Cometæ Locis notus erit angulus quem Cauda efficit cum recta Terram & Cometam jungente, & Obſervatione innoteſcit angulus ad Terram quem Cauda ſubtendit; ex quibus & data Cometæ Diſtantia à Terra (latere ſc. ad dictos angulos adjacente) nota fiet Caudæ longitudo: Ejus craſſities ſimiliter invenietur atque ipſius Cometæ.

SECTIO III.

De vera Cometæ Trajectoria Determinanda.

PRopoſitionibus aliquot præcedentibus quomodo Cometæ Trajectoria à Phænomenis non nimium abludens inveſtigetur oſtendimus, non ſolum quod hujuſmodi Trajectoria plurium Cometarum Locis proxime determinandis

ſufficiat, quodque Cometam in Recta revera ferri cenſuerint Philoſophi principes aliquammulti, ſed etiam quod hæc viam ſternant ad veram Trajectoriam Parabolicam vel Ellipticam ex Obſervationibus deſcribendam, quod in ſequentibus faciemus, præmiſſis prius Propoſitionibus aliquot de Cometæ Motu in Coni ſectione ad ejus pleniorem notitiam facientibus, Lemmatibuſque neceſſariis.

PROPOSITIO XIV. LEMMA.

Tab. XXXVI. Fig. 2. *Si Parabolam* V A, *cujus vertex* V, *axis* V D, *tangat recta* G A B *in puncto* A, *ad quam ex Parabola foco* F *demittatur normalis* F C; *erit hac media proportionalis inter rectas* F A *&* F V.

Recta contingens & Parabolæ axis producantur donec concurrant, puta in B: per A ducatur A E parallela, & A D perpendicularis ad axem; eritque (per Prop. XXXV. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) B V æqualis V D, & (per bene notam Parabolæ proprietatem Catoptricam) G A E angulus æqualis F A B angulo: Sed G A E æqualis eſt A B F; unde F A B æqualis eſt F B A, & ideo F B æqualis F A, & A C æqualis C B: ergo (per *Prop.* II. *El.* VI.) juncta V C parallela eſt ad A D, hoc eſt, normalis ad B F. Unde (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) C F eſt media proportionalis inter B F & V F: Sed oſtenſa eſt A F æqualis B F; & igitur C F eſt media proportionalis inter F A & F V. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur in eadem Parabola eſſe F C in ratione ſubduplicata ipſius F A, ſive eſſe hanc F C ad aliam quamvis F C in ſubduplicata ratione hujus F A ad alteram F A dictæ alteri F C congruam: Nam cum V F conſtans ſit & invariata, erit F C q ut ipſa F A, ideoque ipſa F C recta in ſubduplicata ratione rectæ F A.

COROL-

COROLLARIUM 2.

Si in F V producta capiatur V H æqualis V F, & agatur infinita H K ad V C parallela, in quam ex quovis Parabolæ puncto A demittatur normalis A K; erit hæc æqualis F A diſtantiæ puncti A à foco. Et è converſo ſi A K, normalis ab A in H K rectam, æqualis fuerit rectæ A F; erit punctum A ad Parabolam ſupra deſcriptam, cujus focus F & vertex V. Tab. XXXVI Fig. 2.

Primum hinc patet quod B V æqualis ſit V D (per *Prop.* XXXIII. *Lib.* I. *Conic.*) & H V per conſtructionem æqualis V F, & ideo B F æqualis H D: ſed prius oſtenſa eſt A F æqualis B F, & per (*Prop.* XXXIV. *El.* I.) K A ipſi H D æqualis; unde K A & F A æquantur.

Secundum vero hinc: ex hypotheſi A K æqualis eſt A F, quare punctum A eſt in recta perpendiculari ad junctam F K ex puncto ejus medio excitata. Si jam Parabola vertice V & foco F deſcripta non tranſeat per A, tranſeat per aliud quodvis rectæ K A (ejuſve productæ) punctum, puta α: quare (per ſupra oſtenſa) F α æqualis eſt K α; unde punctum α eſt in prædicta perpendiculari ad F K ex ejus puncto medio excitata. Dicta igitur perpendicularis occurret rectæ K A in duobus punctis A & α, quod eſt abſurdum; Parabola igitur foco F & vertice V deſcripta tranſibit per A, ſi fuerit A K æqualis A F.

PROPOSITIO XV.

Si corpus moveatur in Parabola (dum urgetur à viribus ad Parabolæ focum tendentibus, quæ ſunt quadrato diſtantiæ à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabolæ puncto eſt reciproce in ſubduplicata ratione diſtantiæ à Parabolæ foco.

SIt D C Trajectoria corporis Parabolica, cujus focus eſt S: Patet (ex Corol. 2. Prop. XLI. Lib. I.) Fig. 3.

ejus velocitatem in puncto C eſſe reciproce ut S E perpendiculum à foco S in rectam C E tangentem Parabolam in C, ſive velocitatem corporis in C eſſe ad ejuſdem velocitatem in *c* ut S *e* ad S E: Sed (ex Corol. I. Prop. præc.) S *e* eſt ad S E in ſubduplicata ratione rectæ S *c* ad rectam S C; & igitur velocitas corporis in C eſt ad ejus velocitatem in *c* in ſubduplicata ratione rectæ S *c* ad rectam S C; hoc eſt, corporis velocitas eſt inverſe in ſubduplicata ratione ejus diſtantiæ à foco. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Iiſdem poſitis, velocitas corporis in quovis Parabolæ puncto eſt ad velocitatem corporis revolventis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem diſtantiam deſcripto, ut diameter quadrati ad ejuſdem latus.

NAm (per Corol. I. Prop. XLI. Lib. I.) velocitas corporis in Parabola moti in minima à foco diſtantia (hoc eſt, in vertice Parabolæ) eſt ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem diſtantiam gyrantis, in ſubduplicata ratione principalis lateris recti Parabolæ ad duplam diſtantiam verticis à foco: Sed Parabolæ latus rectum principale æquale eſt quadruplo diſtantiæ inter Parabolæ focum & verticem; & igitur velocitas corporis in Parabola ut dictum eſt moti, dum in vertice ejus verſatur, eſt ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem diſtantiam gyrantis, in ſubduplicata ratione quaternarii ad binarium, ſive binarii ad unitatem; hoc eſt, in ipſa ratione quam diameter quadrati habet ad ejuſdem latus. Rurſus (per Prop. præc.) velocitas corporis, in alio quovis ad libitum aſſumpto puncto verſantis, eſt ad ejus velocitatem in vertice in ſubduplicata ratione diſtantiæ verticis à foco ad diſtantiam alterius iſtius aſſumpti puncti ab eodem: Et (per Prop. XXVII. Lib. I.)

1.) ſi corpora, quæ urgentur à viribus quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalibus, deſcribant circa datum centrum circulos ad eaſdem diſtantias cum prædictis punctis in Parabola, erit corporis in circulo per aſſumptum iſtud punctum tranſeunte gyrantis velocitas ad velocitatem corporis gyrantis in circulo per verticem Parabolæ traducto in ſubduplicata ratione diſtantiæ verticis à foco ad diſtantiam alterius iſtius aſſumpti puncti ab eodem; hoc eſt, in eadem ratione in qua mox oſtenſæ ſunt velocitates corporis in Parabola lati ad eaſdem diſtantias. Et igitur permutando velocitas corporis in Parabola moti ad punctum pro lubitu aſſumptum eſt ad velocitatem gyrantis in circulo ad eandem diſtantiam ut velocitas corporis in Parabola moti ad verticem ad velocitatem revolventis in circulo ad diſtantiam dicti verticis; hoc eſt, ut ſupra oſtenſum, in ratione diametri quadrati ad ejuſdem latus. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Velocitas cujuſvis Cometæ eſt ad velocitatem Planetæ cujuſlibet primarii in ſubduplicata ratione duplæ diſtantiæ Planetæ à Sole ad diſtantiam Cometæ ab eodem.

EX Libro primo conſtat Cometæ ſemitam circa Solem, etiamſi Elliptica ſit, propter magnam Ellipſeos iſtius excentricitatem eſſe fere Parabolam in cujus foco eſt Sol; eâ ſaltem ejus parte, quâ in regionem Planetariam immerſa Obſervationi noſtræ ſubjicitur, à Parabola ſenſibiliter non differre: Et ex Libro tertio palam eſt Planetarum primariorum Orbitas propter parvam excentricitatem à Circulis Soli concentricis parum abludere. Unde ex Prop. præc. patet velocitatem Cometæ eſſe ad velocitatem Planetæ primarii ad eandem cum Cometa diſtantiam revoluti in ſubduplicata ratione binarii ad unitatem. Et velocitas hujus fictitii Planetæ ad velocitatem alterius cujuſvis Primarii ad diſtantiam quamvis gyrantis

rantis (per Prop. XXVII. Lib. I.) eſt in ſubduplicata ratione diſtantiæ dicti ultimi hujus Primarii veri à Sole ad diſtantiam ficti illius, hoc eſt, diſtantiam ipſius Cometæ ab eodem; Et igitur ratio velocitatis Cometæ ad velocitatem Planetæ cujuſvis primarii, ex binis prædictis compoſita, æqualis eſt ſubduplicatæ rationi duplæ diſtantiæ Planetæ à Sole ad diſtantiam Cometæ ab eodem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc velocitas Cometæ comparari poterit cum velocitate cujuſlibet Primarii (*v. g.* Telluris) circa Solem delati, ſi nota ſit ratio inter diſtantiam Cometæ à Sole & mediocrem dicti Planetæ diſtantiam ab eodem.

PROPOSITIO XVIII.

Tab. XXXVI. Fig. 4. *Sit Parabola qualibet* PAB *cujus focus* S, *hujuſque arcus quivis* ACB *cujus chorda* AB *biſecta in* M *puncto, per quod ducatur recta* MV *ad axem Parabolæ* SX *parallela Parabolæ occurrens in* V, *&* *producatur ad* G, *ita ut* MV *dupla ſit ipſius* VG; *jungatur* GS *ſecans* AB *in* Q, *&* *producatur ad* E, *ita ut* SE *dupla ſit ipſius* SG: *ſi Cometa deſcribat arcum Parabolicum* ACB *circa Solem* S (*ut in Prop.* XXXV. *Lib.* I.) *recta* EC, *conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum* (*ut ad* C) *&* *punctum* E *ſuperius determinatum, ſecabit chordam* AB *in* D, *ita ut* AD *ſit quamproxime ad* DB *ut Tempus quo Cometa deſcribit arcum* AC *ad Tempus quo arcum* CB *deſcribit.*

JUngantur rectæ SB, SD, SC, GA & AV; ducatur etiam GD Parabolæ in K occurrens. Quoniam MV eſt ipſi SX parallela, ſecabit hæc (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *El. Conic.*) omnes rectas ipſi AB parallelas à Parabola terminatas in duas partes æquales, adeoque ſegmentum parabolicum ſub curva AVB & recta

A B comprehenſum in duas portiones æquales ſive ſemiſegmenta A H V M & B C V M dividet. Per V ducatur V F ad A B parallela, (quæ per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *El. Conic.* Parabolam in V continget,) rectæ G D occurrens in F, & ductæ concipiantur rectæ S F, C F. Tab. XXXVI Fig. 41

Quoniam ex conſtructione eſt M V ipſius V G dupla, & E S ipſius S G etiam dupla, erit M V ad V G ſicut E S ad S G: Sed propter parallelas V F & M D, eſt (per *Prop.* II. *El.* VI.) D F ad F G ut M V ad V G; & igitur D F eſt ad F G ſicut E S ad S G. Recta igitur S F rectæ E C parallela erit per *Prop.* II. *El.* VI; & ideo triangula D S C, D F C (per *Prop.* XXXVII. *El.* I.) æqualia: Sed triangulum D F C eſt proxime æquale trilineo D K C propter viciniam punctorum F & K; triangulum igitur D S C trilineo D K C proxime æquale erit. Porro, triangulum M A G eſt (per *Prop.* I. *El.* VI.) trianguli M A V ſeſquialterum, cum eundem habeant verticem A & baſis G M ſit ſeſquialtera baſis V M: Triangulum vero A V M (per *Prop.* XXIV. *Archimed.* de *Quadrat. Parab.*) ſubſeſquitertium eſt ſemiſegmenti A H V M; ideoque A G M triangulum ſemiſegmenti A H V M eſt ſeſquioctavum, in ratione nimirum compoſita ex rationibus ſeſquialtera & ſubſeſquitertia. Rurſus, triangulum M G D ſimilis trianguli V G F noncuplum eſt, cum latus M G lateris homologi V G ſit triplum; adeoque triangulum M G D trapezii M V F D ſeſquioctavum: Triangulum igitur A G M eſt ad ſemiſegmentum A H V M ſicut triangulum M G D ad trapezium M V F D; & viciſſim ſemiſegmentum A H V M eſt ad trapezium M V F D ut triangulum A G M ad triangulum M G D, hoc eſt (per *Prop.* I. *El.* VI.) ut A M recta ad rectam M D. Sed trapezium M V F D eſt proxime æquale portioni ſegmenti Parabolici M V K D ſub rectis K D, D M, M V & curvæ Parabolicæ particula V K comprehenſæ: Et igitur ſemiſegmentum A H V M eſt proxime ad portionem M V K D ut A M recta ad M D rec-

Tab. XXXVI. Fig. 4. tam. Quare ſemiſegmentum A H V M auctum portione M V K D (hoc eſt, area Parabolica A H V K D A) eſt ad ſemiſegmentum eâdem portione multatum (hoc eſt, portionem B C K D B) ſicut A M & M D ſimul ad M B minutam ipſâ M D, ſive ut A D ad D B; & triangulum A S D eſt ad triangulum B S D (per *Prop.* I. *El.* VI.) etiam ut A D ad D B; ergo ſpatium S A H V K D S eſt ad ſpatium S B C K D S ſicut A D ad D B. Si jam priori ſpatio addatur trilineum D K C, & à ſumma auferatur triangulum D S C, dicto trilineo per jam oſtenſa æquale, conficietur ſpatium S A H K C S dicto priori æquale. Similiter, ſi poſteriori ſpatio addatur triangulum D S C, & à ſumma auferatur illi æquale trilineum D K C, conficietur ſpatium S B C S dicto poſteriori æquale. Recta igitur A D eſt ad D B rectam proxime ut ſpatium S A H V C S ad ſpatium S C B S. Sed ſpatium S A H V C S eſt area quam Cometa radio ad Solem ducto verrit dum arcum Parabolicum A C deſcribit, & ſpatium S B C S eſt area quam idem Cometa ſimiliter verrit dum arcum C B deſcribit; & areæ hæ (per Prop. XI. Lib. I.) ſunt ut tempora quibus Cometa arcus A C & C B deſcribit: Recta igitur A D eſt ad D B rectam proxime ut tempus quo Cometa deſcribit arcum Parabolicum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Sed punctum C (Cometæ locus) ſumptum eſt ad libitum: univerſaliter igitur recta E C rectam A B ita dividit in D, ut A D ſit proxime ad D B ut tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Fig. 5. Si punctum C coincidit cum arcûs Parabolici vertice V, tum erit accurate A D ad D B ut tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Nam (in ſchemate annexo caſui huic accommodato) eſt (ut prius) triangulum A S D ad triangulum B S D ut A D ad D B, & etiam ſemiſegmentum A H V M minutum trapezio M V F D eſt

a.

ad ſemiſegmentum B V M auctum eodem trapezio M V F D ut A D ad D B: Sed trapezium M V F D conflatur ex binis triangulis D M V & D F V; & igitur triangulum A S D + ſemiſegment. A H V M — triang. D M V — triang. D F V eſt ad triangulum B S D + ſemiſegment. B V M + triang. D M V + triang. D F V ut A D ad D B. Loco trianguli D F V ponatur huic æquale triangulum D S C; eritque triangulum A S D + ſemiſegment. A H V M — triang. D M V — triang. D S C ad triangulum B S D + ſemiſegment. B V M + triang. D M V + triang. D S C ſicut A D ad D B; hoc eſt, area A S C H A eſt ad aream C S B C, ſive (per Prop. XI. Lib. I.) tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit, ſicut A D recta ad rectam D B: idque accurate; nam non aſſumptum eſt ſpatium curvilineum rectilineo proxime æquale ut in Prop. factum, cum punctum C diverſum eſſet ab V. Tab. XXXVI Fig. 5.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur quod quo propius fuerit punctum C ſegmenti vertici V, eo magis accurate dividitur chorda A B per rectam E C in duo ſegmenta A D, D B habentia rationem temporum quibus Cometa percurrit arcus A C, C B: nam ſi coincidit cum V, illud exacte fit; ſin ſecus, proxime. Advertendum tamen quod error minor erit ſi C diſtet ab V verſus B, quam ſi ab eodem verſus A tantundem diſtet; quoniam Parabolæ portio V A, vertici principali X propior, curvior eſt & à tangente recta V F citius declinat, quam portio V B ab X remotior. Atque hinc fit quod ſi quærantur tria temporis momenta quibus Cometa in Parabolæ punctis (qualia ſunt A, C & B) verſatur, talibus ut recta E C ſecet chordam A B in D, ita ut A D ſit ad D B accurate ut tempora bina inter terna momenta intercepta, oporteat dicta tempora eſſe fere inter ſe æqualia. Nam in Trajectoriæ Parabolicæ portionibus Obſervationi noſtræ ſubjectis, punctum D (ubi recta verticem V &

Tab. XXXVI. Fig. 5. punctum E conjungens ſecat chordam A B) non procul diſtat à chordæ medio puncto M. Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus eſſe altero: Patet enim Cometâ in V exiſtente, ubi accuratiſſime fit quæſitum, eſſe D B rectam majorem quam A D, hoc eſt, tempus quo Cometa (per Prop. XV. tum tardior) deſcribit arcum B C majus tempore quo idem Cometa velocior deſcribit arcum A C. Tutius autem aſſumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet potius verſus B quam A, propter rationem ſupra allatam; nempe quod error minor erit ſi C diſtat ab V verſus B, quam ſi inde diſtat verſus A.

COROLLARIUM 2.

Fig. 6. Si ſegmenti vertex V non multum diſtet à Parabolæ vertice principali X, nec punctum C ab V, recta S C, ex ipſo Parabolæ foco S educta, dividet chordam A B in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus A C & C B deſcribit. Quod ſi S V admodum fuerit magna reſpectu ipſius M V, erit M Q ipſius Q γ tripla: Nam in iſto caſu rectæ S Q G, S γ V ſunt pro parallelis habendæ; adeoque (per *Prop.* II. *El.* VI.) M Q eſt ad Q γ ſicut M G ad G V; hoc eſt, ex conſtructione, ut 3 ad 1.

COROLLARIUM 3.

Iiſdem manentibus, erit Q E æqualis 3 Q S + 3 M V: Nam per conſtructionem S E = 2 S G, adeoque G E = 3 S G, hoc eſt, G E = 3 S Q + 3 Q G; ſi ergo ab utraque parte auferatur Q G, erit Q E = 3 S Q + 2 Q G: Sed ob Q G, γ V parallelas, Q G eſt ad γ V ſicut M G ad M V, hoc eſt, ſicut 3 ad 2; quare 2 Q G = 3 γ V: & γ V æqualis M V, cum anguli γ M V, M γ V ſint æquales, quia rectæ S V & M V æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in V, quæ (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) eſt chordæ A B parallela, ideo-

ideoque 3 MV = 2 QG; & igitur QE = 3 QS + 3 MV. *Tab. XXXVI Fig. 6.*
Si poſitio rectæ AB paululum mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

Si in Parabola BAP, *cujus focus* S, *ductâ chordâ* AB *abſcindatur ſegmentum* AVB, *cujus vertex* V, *diameter* VM *chordæ occurrens in puncto medio* M, *& ex* M *ad* AB *excitetur normalis* MI *rectæ* LV *ad* AB *parallela occurrens in* I, *& compleatur parallelogrammum* VIMK; *coeuntibus punctis* V *&* M, *ſive naſcente ſegmento* AVB, *diagonalis* IK *producta in* S *incidit.* *Ta. XXXVII. Fig. 1.*

NAm (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) recta LI Parabolam in V contingit, unde angulus SVL æqualis eſt angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI eſt rectangulum, angulus KIV eſt æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per *Prop.* XXVIII. *El.* I.) IK parallela eſt ad VS, atque hoc ſemper: coeuntibus igitur punctis I & V, hoc eſt, coeuntibus punctis M & V, recta IK producta per focum S tranſit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, quod ſi ab aliquo Parabolæ puncto C, ſegmenti ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interſecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum V ſegmenti vertex proxime, ſi diſtantia foci immenſe major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis, Geometris enim notum eſt immenſitatem rectæ SK, reſpectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præſtare eodemque redire cum evaneſcentia ſegmenti AB, in quo caſu propoſitum ex hactenus dictis patet. *Fig. 2.*

Tab. XXXVI Fig. 5. punctum E conjungens ſecat chordam A B) non procul diſtat à chordæ medio puncto M. Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus eſſe altero: Patet enim Cometâ in V exiſtente, ubi accuratiſſime ſit quæſitum, eſſe D B rectam majorem quam A D, hoc eſt, tempus quo Cometa (per Prop. XV. tum tardior) deſcribit arcum B C majus tempore quo idem Cometa velocior deſcribit arcum A C. Tutius autem aſſumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet potius verſus B quam A, propter rationem ſupra allatam; nempe quod error minor erit ſi C diſtat ab V verſus B, quam ſi inde diſtat verſus A.

COROLLARIUM 2.

Fig. 6. Si ſegmenti vertex V non multum diſtet à Parabolæ vertice principali X, nec punctum C ab V, recta S C, ex ipſo Parabolæ foco S educta, dividet chordam A B in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus A C & C B deſcribit. Quod ſi S V admodum fuerit magna reſpectu ipſius M V, erit M Q ipſius Q γ tripla: Nam in iſto caſu rectæ S Q G, S γ V ſunt pro parallelis habendæ; adeoque (per *Prop.* II. *El.* VI.) M Q eſt ad Q γ ſicut M G ad G V; hoc eſt, ex conſtructione, ut 3 ad 1.

COROLLARIUM 3.

Iiſdem manentibus, erit Q E æqualis 3 Q S + 3 M V: Nam per conſtructionem S E = 2 S G, adeoque G E = 3 S G, hoc eſt, G E = 3 S Q + 3 Q G; ſi ergo ab utraque parte auferatur Q G, erit Q E = 3 S Q + 2 Q G: Sed ob Q G, γ V parallelas, Q G eſt ad γ V ſicut M G ad M V, hoc eſt, ſicut 3 ad 2; quare 2 Q G = 3 γ V: & γ V æqualis M V, cum anguli γ M V, M γ V ſint æquales, quia rectæ S V & M V æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in V, quæ (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) eſt chordæ A B parallela, ideo-

ideoque 3 MV = 2 QG; & igitur QE = 3 QS + 3 MV. Tab. XXXVI Fig. 6.
Si poſitio rectæ AB paululum mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

Si in Parabola BAP, *cujus focus* S, *ductâ chordâ* AB Ta. XXXVII. Fig. 1. *abſcindatur ſegmentum* AVB, *cujus vertex* V, *diameter* VM *chordæ occurrens in puncto medio* M, *& ex* M *ad* AB *excitetur normalis* MI *rectæ* LV *ad* AB *parallela occurrens in* I, *& compleatur parallelogrammum* VIMK; *coeuntibus punctis* V *&* M, *ſive naſcente ſegmento* AVB, *diagonalis* IK *producta in* S *incidit.*

Nam (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) recta LI Parabolam in V contingit, unde angulus SVL æqualis eſt angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI eſt rectangulum, angulus KIV eſt æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per *Prop.* XXVIII. *El.* I.) IK parallela eſt ad VS, atque hoc ſemper: coeuntibus igitur punctis I & V, hoc eſt, coeuntibus punctis M & V, recta IK producta per focum S tranſit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, quod ſi ab aliquo Parabolæ puncto Fig. 2. C, ſegmenti ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interſecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum V ſegmenti vertex proxime, ſi diſtantia foci immenſe major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis, Geometris enim notum eſt immenſitatem rectæ SK, reſpectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præſtare eodemque redire cum evaneſcentia ſegmenti AB, in quo caſu propoſitum ex hactenus dictis patet.

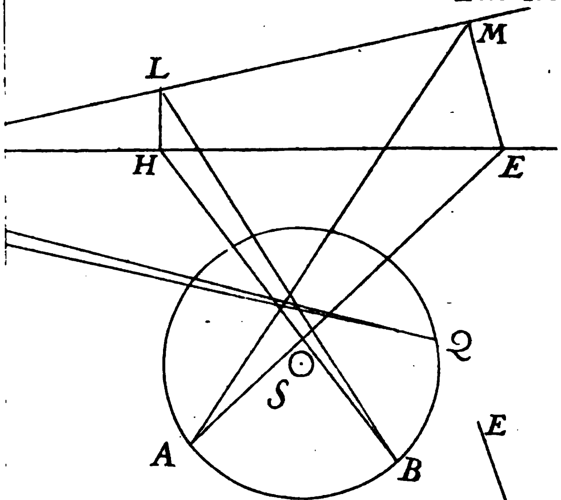
Ta. XXXVII. Fig. 3.

PROPOSITIO XX.

Sit Parabola qualibet P A B, *cujus focus* S; *Parabolæ arcus quivis* A V B, *cujus chorda* A B, *vertex* V, *diameter* M V; *jungatur recta* S V *& producatur ad* L *&* R, *ita ut* V L *ſit pars tertia ipſius* M V, *&* S R *tertia proportionalis ipſis* S V, S L; *Cometa, quo tempore deſcribit arcum Parabolicum* A V B *circa Solem* S, *ſi progrederetur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in diſtantia à Sole æquali* S R, *deſcriberet lineam chordæ* A B *æqualem.*

RECta S V chordæ A B occurrat in Z: Cumque ſint anguli F V M, G V Z æquales, ideoque & hiſce alterni in duabus parallelis A B, G F, ſc. Z M V, M Z V etiam æquales, & rectæ V Z, V M æquales ſunt. Porro (per Corol. 5. Prop. XLI. Lib. I.) ſi Cometa Parabolam P A B deſcribens, quo tempore deſcribit arcum A V B, velocitate quam habet in V progrederetur æquabiliter in recta tangente V F; area, quam radio ad Solem ducto deſcriberet, æqualis eſſet areæ Parabolicæ A V B S A: Cumque S V eodem angulo inclinetur ad tangentem V F quo S Z, ad A B, ſpatium contentum ſub longitudine in tangente (ut dictum eſt) deſcripta & S V eſſet ad ſpatium contentum ſub recta A B & S Z ut area Parabolica A V B S A ad triangulum A S B; hoc eſt, ut triangulum A S B + ſegment. Parabolic. A V B ad triangulum A S B; id eſt, ut triang. A S B + $\frac{2}{3}$ parallelogrammi A G F B ad triangulum A S B; hoc eſt, ut A B × $\frac{1}{2}$ Z S + A B × $\frac{2}{3}$ M V ad A B × $\frac{1}{2}$ Z S; hoc eſt (applicando ad A B) ut $\frac{1}{2}$ Z S + $\frac{2}{3}$ M V ad $\frac{1}{2}$ Z S, ſive ut Z S + $\frac{4}{3}$ M V ad Z S. Sed V L facta eſt æqualis $\frac{1}{3}$ M V, & prius oſtenſa eſt Z V æqualis ipſi M V; adeoque Z L æqualis $\frac{4}{3}$ M V. Et igitur ſpatium contentum ſub longitudine in tangente deſcripta &

S V



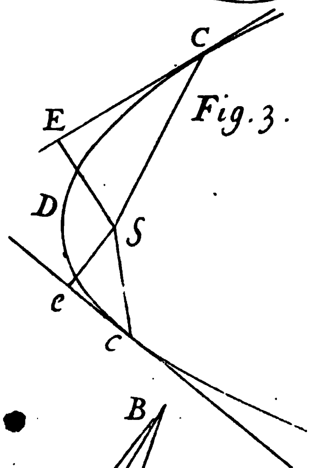


Fig. 3.

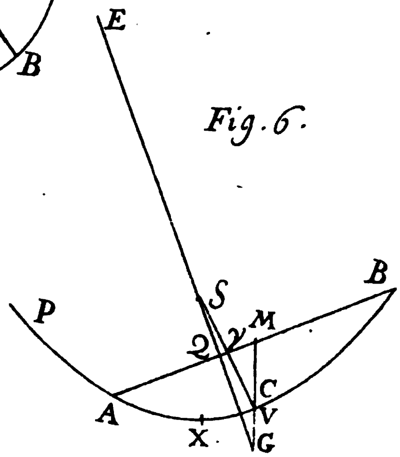
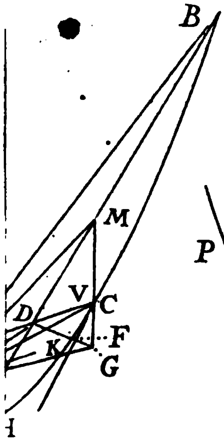


Fig. 6.



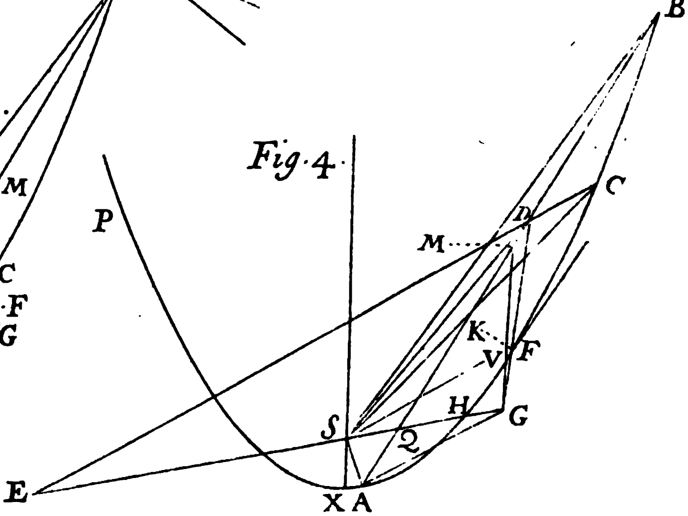


Fig. 4.

UNIV. OF MICH.

S V eſſet ad ſpatium contentum ſub A B & Z S ut S Z + Z L ad S Z; hoc eſt, S L ad S Z. Et applicando hujus analogiæ antecedentes ad S V, & conſequentes ad S Z, erit longitudo in tangente deſcripta ad chordam A B ſicut $\frac{SL}{SV}$ ad $\frac{SZ}{SZ}$ ſive unitatem; hoc eſt, ut S L ad S V. Porro (per Prop. XV.) velocitas Cometæ Parabolam deſcribentis, in diſtantia à Sole ſive altitudine S V, eſt ad ejuſdem velocitatem in altitudine S R in ſubduplicata ratione S R ad S V; hoc eſt, ut S L ad S V: Et longitudines eodem tempore percurſæ per mobilia æquabiliter lata ſunt ut velocitates; longitudo igitur in tangente deſcripta eſt ad longitudinem æquali tempore (nempe quo Cometa arcum Parabolicum A V B percurrit) deſcriptam à Cometa æquabiliter lato, ea cum velocitate quam habet in altitudine S R, ut S L ad S V. Cum igitur longitudo dicta in tangente deſcripta eandem habeat rationem (nempe quam S L habet ad S V) ad chordam A B atque ad longitudinem quam percurreret Cometa, motus ea cum velocitate quam in altitudine S R habet, per tempus æquale illi quo idem Cometa arcum A V B deſcribit; æquales erunt inter ſe iſtæ longitudines, nempe chorda A B & longitudo à Cometa percurſa ea cum velocitate quam in altitudine S R habet, eoque tempore quo idem Cometa arcum A V B deſcribit. Q. E. D. Ta. XXXVII. Fig. 3.

COROLLARIUM.

Si S V ſit magna admodum reſpectu V L, tres geometrice proportionales S V, S L & S R erunt etiam arithmetice proportionales proxime; hoc eſt, L R erit æqualis V L ſive trienti ipſius M V, adeoque V R beſſi ipſius M V proxime æqualis. Et igitur Cometa æquabiliter motus, ea cum velocitate quam habet in altitudine ſive diſtantia à Sole æquali S V + $\frac{2}{3}$ M V eoque tempore quo deſcribat

cribat arcum Parabolicum A V B, percurreret longitudinem dicti arcûs chordæ A B æqualem.

PROPOSITIO XXI.

Tab. XXXVII. Fig. 3. *In eadem figura, ſi Cometa è quiete demitteretur ex altitudine* L S *ut caderet verſus Solem* S, *& eâ vi centripetâ nec auctâ nec minutâ deinde urgeretur quâ in* L *urgebatur; Cometa hic ſemiſſe temporis, quo arcum Parabolicum* A V B *deſcribit, deſcendendo percurreret rectam rectæ* M V *æqualem.*

PEr Prop. præc. quo tempore Cometa deſcribit arcum Parabolicum A V B, ſi moveretur æquabiliter velocitate quam habet in Parabola ad altitudinem ſive à Sole diſtantiam æqualem S R, deſcriberet longitudinem chordæ A B æqualem: Sed velocitas Cometæ in Parabola ad altitudinem S R (per Prop. XVI.) eſt ad velocitatem corporis ad eandem à Sole diſtantiam gyrantis in circulo, in cujus circumferentia vi ſuæ gravitatis retinetur, in ſubduplicata ratione binarii ad unitatem; arcus igitur quem corpus in circulo, cujus ſemidiameter S R, latum percurrit tempore quo Cometa arcum Parabolicum A V B deſcribit, eſt ad arcûs Parabolici chordam A B ut 1 ad $\sqrt{2}$, ac proinde æqualis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$. Sed (per Corol. 1. Prop. XXV. Lib. I.) corpus quodvis è quiete demiſſum verſus Solem, eâdem vi centripetâ perpetuo urgente, (ut hic ſupponitur,) ſemiſſe temporis quo percurrit arcum circuli diſtantiâ à Sole iſtâ unde deciderat tanquam radio deſcripti, cadit per ſpatium æquale quadrato ſemiſſis dicti arcûs circularis (hoc eſt, quadrato ſemiſſis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$) ad circuli diametrum ſive 2 S R applicato; hoc eſt, quadrato $\frac{AM}{\sqrt{2}}$ applicato ad 2 S R,

ſive

ſive $\frac{AMq}{4SR}$. Spatium igitur per quod corpus è quiete ex altitudine R S demiſſum cadendo percurrit, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum Parabolicum A V B deſcribat, æquale eſt $\frac{AMq}{4SR}$. Sed (per Prop. XLII. Lib. I.) vis centripeta ſive gravitas acceleratrix verſus Solem ad diſtantiam S L eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem ad diſtantiam S R ut S R q ad S L q; hoc eſt, ob proportionales S R, S L, S V, ut S R ad S V: Et igitur cum Cometa motu omni privatus & ex R demiſſus, ſemiſſe temporis quo arcum Parabolicum A V B deſcribat, cadat verſus Solem per ſpatium æquale $\frac{AMq}{4SR}$; idem pari tempore ex L ſimiliter demiſſus cadendo verſus Solem percurret ſpatium quod eſt ad $\frac{AMq}{4SR}$ ut S R ad S V; hoc eſt, ſpatium æquale $\frac{AMq}{4SV}$. Porro, ex Parabolæ natura 4 S V eſt latus rectum diametri V M; hoc eſt, rectangulum ſub 4 S V & V M æquale eſt quadrato ipſius A M, ideoque $\frac{AMq}{4SV}$ ipſi V M rectæ eſt æqualis: Cometa igitur motu omni privatus & demiſſus de altitudine L S ut verſus Solem S cadat, ſi Vi acceleratrice ſive gravitate uniformi urgeatur æquali illi quâ in dicta altitudine S L urgebatur, ſemiſſe temporis quo arcum Parabolicum A V B deſcribat, cadet per rectam rectæ V M æqualem. Q. E. D. Ta. XXXVII Fig 3.

Tab. XXXVII. Fig. 4.

PROPOSITIO XXII. LEMMA.

Si ex puncto S, *Parabolæ* A V B *foco & Circuli* T t τ *centro, ducantur æquales rectæ* S V *&* S t, *ducantur item rectæ* A B, T τ *chordæ arcuum quorum vertices* V *&* t, *ſecantes rectas* S V, S t *in punctis* D *&* N, *ita ut* V D *&* t N *ſint æquales & admodum parvæ reſpectu rectarum* S V *&* S t; *erit chorda* A B *ad diametrum quadrati, cujus latus eſt chorda* T τ, *in ſubduplicata ratione rectæ* S t *ad* S D *rectam.*

PEr V ducatur V M Parabolæ axi parallela, chordæ occurrens in M, quæque (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) erit ſegmenti A V B diameter, cujus parameter eſt quadrupla rectæ S V, adeoque A M *q* = 4 S V × V M. Cumque ſit (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) T N *q* = *t* S + S N × *t* N = (quia S *t* = S N) 2 S *t* × *t* N; erit A M *q* : 4 S V × V M :: T N *q* : 2 S *t* × *t* N, ideoque (ſumendo antecedentium quadrupla & permutando) erit A B *q* : T τ *q* :: 4 S V × V M : 2 S *t* × *t* N. Sed (per oſtenſa in demonſtratione Prop. XX.) V M = V D, & ex hypoth. V D = *t* N; applicando igitur præcedentis analogiæ tertium terminum ad V M & quartum ad *t* N, erit A B *q* : T τ *q* :: 4 S V : 2 S *t*; hoc eſt (propter S V & S *t* ex hypotheſi æquales) A B *q* : T τ *q* :: 2 S *t* : S V; id eſt, ut 2 S *t* ad S V ſive S D; & duplicando conſequentes, A B *q* : 2 × T τ *q* :: 2 S *t* : 2 S D; hoc eſt, ut S *t* ad S D: Ideoque A B ad $\sqrt{2}$ × T τ in ſubduplicata ratione S *t* ad S D. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXIII. LEMMA.

Tab XXXVII. Fig. 5.

Si communi foco S *deſcribantur duæ quævis Parabolæ* A C B, E G F, *in quibus ductæ chordæ* A B & E F *abſcindant ſegmenta quorum vertices* C & G, *eâ lege ut ductis rectis* S C & S G *prædictas chordas in* D & H *ſecantibus, ſit* C D *æqualis* G H; *dico* A B *eſſe ad* E F *in ſubduplicata ratione rectæ* S C *ad rectam* S G.

PEr C ducatur C M ſegmenti A C B diameter, & per G recta G K ſegmenti E G F diameter, chordis reſpectivis in M & K occurrentes. Harum diametrorum parametri æquantur quadruplis S C, S G, ut ſuperius oſtenſum; eritque (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Conic.*) A M q = 4 S C × C D, & E K q = 4 S G × G H: Unde A M q eſt ad E K q ſicut 4 S C × C D ad 4 S G × G H, hoc eſt (ob æquales C D & G H) ſicut S C ad S G; & igitur A M eſt ad E K in ſubduplicata ratione S C ad S G. Unde eſt A B (ipſius A M dupla) ad E F (ipſius E K duplam) in ſubduplicata ratione S C ad S G.

PROPOSITIO XXIV.

Circa datum focum Parabolam deſcribere, quæ per data duo puncta tranſeat.

Fig. 6.

SIt datus focus S, puncta duo data per quæ Parabola incedere debet A & B. Centris A & B, diſtantiis A S & B S ducantur duo circuli, & ducatur (per *Conſtr. Prop.* CXVIII. *Lib.* VII. *Pappi Collect. Math.*) recta C D utrumque contingens, in quam ex S puncto demittatur perpendicularis S E, quæ biſecetur in V. Vertice V, axe V S X rectâ & latere recto æquali quadruplæ rectæ V S (per *Prop.* LII. *Lib.* I. *Conic.*) deſcribatur Parabola: Erit hæc quæſita.

Quod S ſit deſcriptæ Parabolæ focus conſtat exinde,

quod

Tab. XXXVII. Fig. 6. quod in axe Parabolæ diſtat ab illius vertice quartâ parte lateris recti, quæ eſt notiſſima foci Parabolæ proprietas. Quod vero hæc per puncta A & B tranſeat, ſic patet: Parabolæ axis V X ultra verticem productus eſt ad E, ita ut V E ſit æqualis V S diſtantiæ foci à vertice; & per E ducta eſt C E D recta ad axem Parabolæ perpendicularis, & punctum A tale eſt ut A S ejus diſtantia à foco æqualis ſit A C, quæ (per *Prop.* XVIII. *El.* III.) perpendicularis eſt ex A ad C D rectam: Unde (per Corol. 2. Prop. XIV.) Parabola ſupradeſcripta per A tranſit, & propter ſimiles rationes tranſit etiam per B. Q. E. F.

Potuiſſet hoc Problema ſolutum cenſeri per Prop. XXVI. Lib. III. ut ibidem notatum; verum propter inſignem ejus uſum, hunc locum illi concedimus. Duo data puncta in Parabola idem hic præſtant atque tria illic in Ellipſi, quoniam uni puncto æquivalet data in omni Parabola ratio inter latus rectum & tranſverſum. Non opus eſt apponere calculum trigonometricum, quo Parabolæ vertex, parameter &c. determinantur: hæc enim ex ſubnexis Prop. XXVI. Lib. III. ſatis ſunt manifeſta.

PROPOSITIO XXV.

Ex obſervatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare.

Fig. 7. SIt linea ♈123 Via Cometæ apparens, ſintque Loca obſervata 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ita ut æquale Tempus labatur inter momentum quo Cometa in punctis 1 & 2 obſervatus erat, ei quod elapſum eſt dum à 2 ad 3 pervenit, vel à 3 ad 4, vel à 4 ad 5, & ita denuo. Vocetur illud T. Sumantur horum Locorum à puncto fixo ♈ computatorum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4, ♈ 5

♈ 5 &c. (ut Aſtronomis ſolenne eſt) differentiæ primæ, ipſi ſc. arcus 12, 23, 34, 45, &c. quas vocabimus A, B, C, D, E, F: Sumantur rurſus eorum differentiæ ſecundæ ſive differentiarum primarum differentiæ G, H, K, L, M; tum harum differentiarum ſecundarum differentiæ ſive arcuum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3 &c. differentiæ tertiæ P, Q, R, S; & ita denuo, donec ad differentias perveniatur nihilo æquales, nempe immediate præcedentium æqualium differentiarum differentias. Temporum æqualium in percurrendis arcubus A, B, C &c. inſumptorum unumquodque (ſc. T) diviſum intelligatur in partes æquales quotvis, (quo plures eo accuratius omnia fient,) atque arcus quolibet Tempore T à Cometa percurſus diſpertiatur in tot partes in quot T dividitur, tales ut harum partium ab ♈ computatarum ſimiles differentiæ ſint nihilo æquales atque ipſarum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4 &c; & eodem ordine progrediantur verſus eaſdem partes auctæ vel minutæ, utque harum una in medio ſita toties contineatur in integro arcu, quoties Tempus cui hic contingit in integro tempore continetur, quod in Calculo Aſtronomico verſanti perfacile erit: *ex. gr.* ſi datorum arcuum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4 &c. differentiæ tertiæ deprehenſæ fuerint nihilo æquales, tum ab ♈ ad diviſiones ipſorum A, B, C &c. computatorum arcuum differentiæ tertiæ ſint etiam nihilo æquales; ſi illic differentiæ tantum quartæ æquentur nihilo, hic differentiæ quartæ etiam evaneſcant, & ita in cæteris; & puncta diviſionis arcuum erunt Loca Cometæ ad momenta Temporis analoga: Intermedii vero arcus poterunt tuto cenſeri à Cometa æquabiliter percurri. *Tab. XXXVII. Fig 7.*

Etenim hoc modo fiet ut arcus quilibet 12, 23, 34 vel 45 percurratur à Cometa ſecundum eandem legem moto atque arcus totus 17: ex conſtructione enim prædictorum arcuum quilibet ejuſque pars quævis tot partes continens quot 17 arcus continet 12, 23, 34 &c. ſimiliter

Tab. XXXVII. Fig. 7. ter dividitur atque ipſe arcus in punctis 2, 3, 4, 5, 6; & cum Tempora inter momenta, quibus Cometa ad puncta hæc appellit, ſint æqualia, ſicut & illa quibus arcus 12, 23, 34, 45 &c. deſcribuntur; patet Cometam ad inventa puncta appellere Temporibus notis congruis, ſiquidem Cometa eodem tenore movetur dum arcuum horum quemlibet deſcribit, quo movebatur dum arcus præcedentes & ſubſequentes deſcriberet, quod in motu quovis naturali obtinere patet. Notis vero Temporis momentis, quibus Cometa ad puncta cognita appellit, & ſuppoſito præterea Cometam intermedios parvos arcus æquabiliter percurrere, quod tuto fiet ſi hi arcus (ipſorum ſc. 12, 23, 34, 45 &c. partes) ſatis ſint parvi, hoc eſt, ſi T in ſatis multas partes diviſum ſupponatur; dato quolibet Tempore intermedio inter momenta quibus Cometa tenebat puncta 1 & 7, innoteſcet Locus quem Cometa tenet: Et viciſſim Tempus innoteſcet quando ad datum inter 1 & 7 Locum appellit.

SCHOLIUM.

Artifices communiter prædictum Tempus T conſtituunt Diem naturalem. Quod ſi Cometam obſervare non detur præciſe poſt 24 Horas elapſas, ejus Locum unâ alterâve Horâ ante vel poſt obſervatum reducunt ad finem Diei naturalis, ſupponendo motum interea factum eſſe æquabilem, quod in tantillo Temporis ſpatio errorem ſenſibilem inducere nequit. Diem naturalem, ſive Tempus per T in Prop. deſignatum, in hac praxi dividunt in partes quatuor ſive ſenas Horas, quod ſatis eſſe ducunt, niſi Cometæ motus ſit valde acceleratus vel retardatus, & exactiſſime ſit procedendum; in quo caſu illud (ſaltem ſenas iſtas Horas, in quibus invenitur datum Tempus ad quod Cometæ Locus eſt inveniendus) in Horas ſingulas diſpertiunt, tutoque tandem ſupponunt Cometæ motum Horâ unicâ factum eſſe æquabilem.

Acci-

Accidit plerumque quod, in exactiſſimis Cometæ Obſervationibus, Locorum à fixo initio computatorum differentiæ tertiæ, quæ in ſchemate per P, Q, R, S deſignantur, ſint nihilo æquales, ſive quod illorum differentiæ ſecundæ G, H, K, L, M, hoc eſt, ipſorum arcuum A, B, C, D, E, F differentiæ primæ ſint invicem æquales: Ideoque arcum à Cometa ſpatio 24 Horarum percurſum dividunt Artifices in 24, tales ut qui Horæ duodecimæ contingit arcus ſit pars vigeſima quarta arcûs ſpatio Diei naturalis à Cometa ex obſervatione percurſi; ſive potius (cum arcus hic non ſit præciſe in medio, ſed una cum arcu Horæ ſequenti congruo locum medium inter ſe partiantur) ut arcus bini Horis hiſce binis contingentes ſimul ſumpti partem efficiant duodecimam arcûs ſpatio diurno deſcripti, utque harum partium differentiæ primæ ſint etiam invicem æquales, ſive differentiæ ſecundæ nullæ, tandemque ut earum majores ſint ad eandem plagam, reſpectu minorum, ad quam ſunt in arcubus A, B, C, D, E, F, & cuique Horæ tribuunt eodem ordine unam ex dictis partibus. Sic enim fiet ut Cometa eodem tenore, ſimiliterque acceleratus vel retardatus, deſcribat arcum quemvis ſpatio unius Diei quo deſcripſit arcum 15 ſpatio quatuor Dierum: Nam quatuor tantum requiruntur Dierum invicem proximorum Obſervationes ut innoteſcat num arcuum 12, 23, 34, 45 differentiæ primæ ſint invicem æquales. Et ſi Tempus propoſitum intra alios quaternos Dies cadat, rurſus inveſtigant quænam differentiæ invicem æquentur, & ſimiliter procedunt atque prius. Tab. XXXVII. Fig. 7.

Non ſolum modus hic adhibetur ut Cometæ Locus in Via ſua apparente ad datum Tempus intermedium determinetur, ſed etiam (diviſo motu Cometæ ut communiter fit in Longitudinem & Latitudinem, Aſcenſionem rectam & Declinationem, vel ejuſmodi alias) ut ex obſervatis aliquot ejus Locis ſecundum harum utramvis inveniatur il-

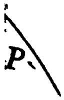
lius Locus ſecundum eandem, ad Tempus intermedium datum: etenim hic ſupponitur tantum quod Cometæ motus, ſecundum quamvis directionem conſideratus, eodem tenore progreditur quovis Die uno, quo in pluribus ante & poſt illum Diebus.

Hæc Methodus per differentias procedendi etiam in aliis pluribus (*ex. gr.* Tabulis ad minores diviſiones ſupputandis) uſus habet inſignes, de quibus fuſe actum à R. P. *Gabriele Mouton Lugdunenſi*, qui hujuſmodi interpolationes perficere docet in Libro *De Obſervationibus Diametrorum Solis & Lunæ apparentium.*

PROPOSITIO XXVI.

Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex obſervationibus determinare.

T. XXXVIII Fig. 1. DEſignet S Solem, T *t* τ Orbitam Telluris: ſeligantur tres Cometæ Obſervationes æqualibus fere temporum intervallis ab invicem diſtantes, ita tamen ut tempus iſtud ſit paulo majus ubi Cometa tardius movetur: ſintque puncta T, *t* & τ Loca Terræ ad dicta tempora; hoc eſt, T Locus Terræ in Obſervatione prima, *t* ejus Locus in Obſervatione ſecunda, & τ in tertia. Quod ſi tales Obſervationes non dentur, inveniendus eſt (per Prop. XXV.) Cometæ Locus ad tempus in dictis conditionibus cum aliis duobus temporibus quibus Loca congrua ſunt obſervata. Jungatur T τ, ad quam ex *t* demittatur normalis *t* N: Sint rectæ T A, *t* C, τ B tres obſervatæ Longitudines; dantur igitur poſitione tres hæ rectæ. In harum media *t* C capiatur utcunque punctum C pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ: Ex C ad Eclipticæ planum erigatur normalis recta C γ æqualis tangenti notæ Latitudinis Cometæ in Obſervatione ſecunda, poſito *t* C radio: Jungantur γ S, C S, in quarum ultima verſus S ſumatur C D quæ ſit ad *t* N notam (quippe noti arcûs T *t* ſinum verſum) ut ſolidum



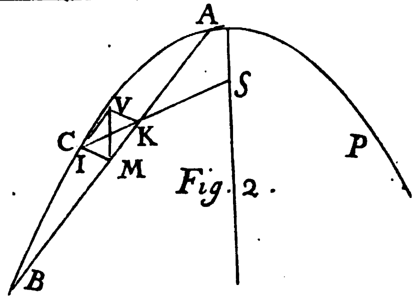


Fig. 2.

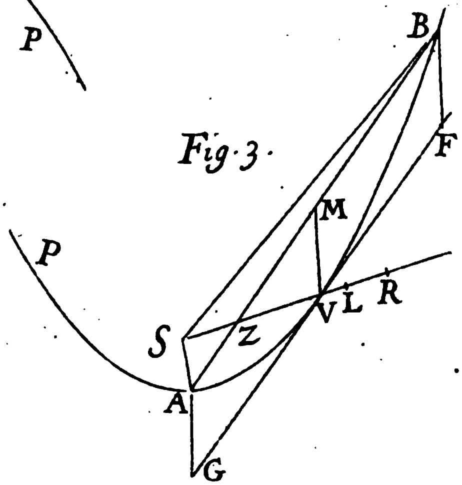
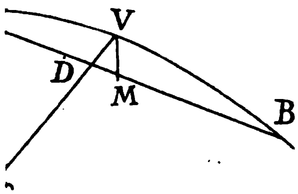
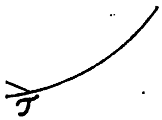


Fig. 3.





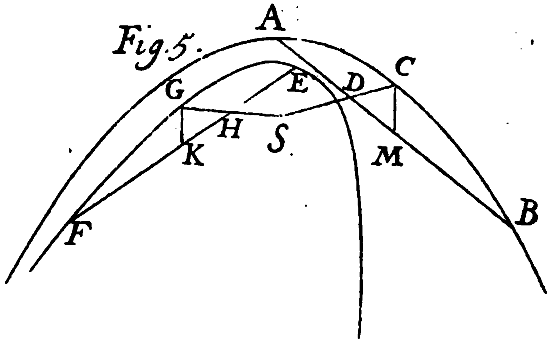


Fig. 5.

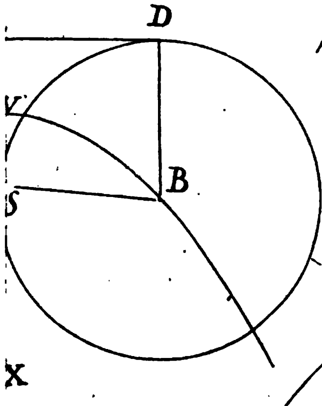
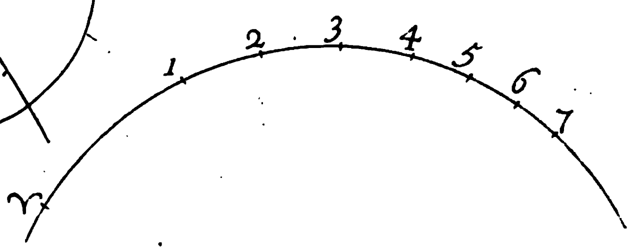


Fig. 7.



♈1. ♈2. ♈3. ♈4. ♈5. ♈6. ♈7.
A. B. C. D. E. F.
G. H. K. L. M.
P. Q. R. S.

lidum, cujus baſis eſt quadratum ipſius s t & altitudo s c recta, ad cubum rectæ s γ: Per punctum D agatur (per Prop. VIII.) recta A D B ipſis T A, τ B occurrens in A & B, ita ut A D ſit ad D B ut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter ſecundam & tertiam; & erunt A & B quamproxime veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione prima & tertia, ſi modo punctum c recte aſſumptum ſit ejus Locus in Obſervatione ſecunda. Quoniam ex hypotheſi c eſt veſtigium Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & c γ tangens Latitudinis obſervatæ ex t ad radium t c; patet punctum γ eſſe Cometæ Locum in ſpatio Mundano, & γ s diſtantiam Cometæ à Sole in Obſervatione ſecunda. Per D ducatur D δ ad c γ parallela, quæ (per *Prop.* VIII. *El.* XI.) normalis eſt ad Eclipticæ planum & in plano trianguli s c γ invenitur: occurrat hæc ipſi s γ in δ. Ratio rectæ γ δ ad rectam t N componitur ex ratione γ δ ad C D & ratione C D ad t N: Sed (per *Prop.* II. *El.* VI.) γ δ eſt ad C D ut γ s ad c s, & C D eſt ad t N ut s t q × s c ad cubum rectæ s γ; unde γ δ eſt ad t N in ratione compoſita ex ratione s γ ad c s & ratione s t q × s c ad cubum rectæ s γ: & ratio ex binis iſtis compoſita eadem eſt cum ratione s t q ad s γ q; & igitur γ δ eſt ad t N ut s t q ad s γ q. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) t N eſt proxime ſpatium per quod Terra è quiete demiſſa vi ſuæ gravitatis decideret verſus Solem dum dimidium arcûs T τ deſcribit, ſi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ in loco t urgetur; quippe t N eſt proxime æqualis quadrato arcûs T t ad Orbis magni Diametrum applicato: Et ex Lib. I. gravitas acceleratrix verſus Solem in loco t eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem in loco γ ut s γ q ad s t q, nempe in reciproca duplicata ratione diſtantiarum à Sole; ſpatiaque eodem tempore,

Tab. XXXVIII. Fig. I.

T.XXXVIII. pore, urgentibus illis viribus, deorſum verſus Solem Fig. 1. percurſa ſunt in eadem ratione cum viribus; & igitur recta γδ eſt ſpatium per quod Cometa è quiete ex γ demiſſus verſus Solem decideret, ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit arcum T τ, ſi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ urgetur in loco γ; ideoque γδ erit proxime ſpatium quod Cometa caſu verſus Solem revera deſcriberet, ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit Orbitæ ſuæ arcum T τ, hoc eſt, ſemiſſe temporis quo Cometa deſcribit Trajectoriæ ſuæ arcum interceptum inter duas Longitudines T A & τ B; & igitur punctum δ eſt in arcûs iſtius chorda. Et ideo ſi tam arcûs Trajectoriæ prædicti αγβ, inter binas extremas obſervatas Longitudines T A & τ B intercepti, quam puncti δ concipiantur veſtigia in plano demiſſione normalium ad Eclipticæ planum ſignata, nempe A C B & D; erit punctum D in chorda arcûs A C B. Sed chorda arcûs A C B talis eſt (per Corol. 2. Prop. XVIII.) ut hæc ab S C dividatur fere in ratione temporum quibus Cometa ad Eclipticam reductus deſcribit arcus A C, C B; & per conſtructionem in hac eadem ratione dividitur ducta A D B recta, eſtque hæc unica quæ in hiſce conditionibus duci poterit. Cum igitur oporteat chordam arcûs, qui eſt veſtigium portionis Trajectoriæ Cometicæ inter extremas Longitudines T A, τ B interceptæ, à rectis T A, τ B terminari, & per D tranſire, & in D dividi in ratione temporum binorum inter tres Obſervationes; cumque recta A D B habeat omnes haſce tres conditiones, ſolaque ſit & unica quæ illis fruitur; conſtat rectam A D B (ductam ut ſuperius) eſſe chordam dicti arcûs, adeoque puncta A & B eſſe proxime veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervationibus prima & tertia, ſi C ſit verum ejus veſtigium in Obſervatione ſecunda.

Fig. 2. Quoniam vero aſſumptum eſt punctum C vero non ſatis propinquum, & licet verum fuiſſet, tamen puncta A &

B

B inde deducta non ſunt accurate ſatis definita; libet ex hiſce præterpropter determinatis omnia demum corrigere. In quem finem in ſchemate ſequenti (ubi eadem conſtructio manere intelligitur, omiſſis tantum iis quæ ad demonſtranda ſuperius poſita fuere neceſſaria, in poſterum vero confuſionem parerent) ad M medium punctum rectæ A B ipſi A B erigatur normalis M I, cui occurrat in I recta C I, acta per C ipſi B A parallela; jungatur S I ſecans A B in K, & compleatur parallelogrammum M I V K, & ſumatur M Q tripla ipſius M K: Jungatur Q S & producatur ad E donec Q E ſit æqualis 3 Q S + 3 I K. Puncto E determinato, deleta intelligantur ſigna (ſive literæ) A, M, D & B; jungatur C E, in qua verſus E ſumatur nova C D in duplicata ratione rectæ S C ad rectam æqualem ipſi S V + ⅓ I K, & per punctum D noviter inventum (ope Prop. VIII.) ducatur nova A B ad T A & τ B terminata, talis ut A D ſit ad D B ut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Erunt puncta A & B magis accurate quam prius veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervationibus prima & tertia, ſi punctum C recte aſſumptum ſit ejus veſtigium in Obſervatione ſecunda. Concipiantur demiſſa à ſingulis Trajectoriæ Cometicæ punctis perpendicula ad planum Eclipticæ, ſive (quod eodem redit) intelligatur ſuper planum Eclipticæ normaliter erecta ſuperficies cylindrica per Cometæ Trajectoriam tranſiens; punctis à dictis perpendiculis ſignatis in Eclipticæ plano conficietur (ſive communis ſectio dictæ ſuperficiei cylindricæ cum plano Eclipticæ erit) Curva Parabolica A C B cujus focus S, vel ab hac parum abludens: hujus arcûs A C B inter rectas T A, τ B comprehenſi chorda (ex ſupra oſtenſis) eſt quamproxime recta A B prius ducta, cujus medium punctum M. Cumque in dicto arcu ſumptum ſit punctum C non procul à ſegmenti A C B vertice, (nam in hunc finem capta ſunt tria Obſervatio- T. XXXVIII. Fig. 2.

T. XXXVIII Fig. 2. num tempora, æqualibus fere intervallis ab invicem diſtantia, ita tamen ut tempus iſtud ſit paulo majus ubi Cometa tardius movetur,) ductaque ſit recta ad B A parallela cum normali ad A B ex M excitata concurrens in I, & juncta ſit S I ſecans A B in K, completumque parallelogrammum I M K V; cumque porro, ob immenſam Solis diſtantiam, punctorum M & V diſtantia præ illa evaneſcat, hoc eſt, coeant dicta puncta; (per Corol. Prop. XIX.) V eſt vertex ſegmenti A C B. Si jungatur V S ſecans chordam in Y, erit (ob immenſam puncti S diſtantiam) V Y fere parallela ad I K, adeoque K Y æqualis I V, & ideo ipſi M K: Sed ex conſtructione eſt M Q tripla ipſius M K, unde & ipſius K Y tripla eſt, adeoque & reliquæ Y Q etiam tripla; & igitur (per Corol. 2. Prop. XVIII.) juncta Q S talis eſt qualis Q S in Prop. XVIII. ejuſque Corollariis, hoc eſt, in Q S producta ad partes S reperitur punctum E, à quo ducta quævis recta, chordam A B arcumque A C B ſecans, chordam ſecat in ſegmenta eandem habentia rationem cum temporibus, quibus adjacentes arcus à Cometa deſcribuntur. Porro, ex conſtructione eſt Q E æqualis 3 Q S + 3 I K, & I K æqualis M V, (ſunt utique diametri ejuſdem parallelogrammi rectanguli;) unde Q E æqualis eſt 3 Q S + 3 M V. Et igitur (per Corol. 3. Prop. XVIII.) punctum E ſupra determinatum illud ipſum eſt, ex quo ducta utcunque recta chordam A B dividit in ſegmenta eandem habentia rationem, quam tempora quibus arcûs A B binæ partes ab eadem recta producta notatæ à Cometa deſcribuntur, quod prius perperam (licet non nimis erronee) de ipſo foco S ſuppoſuimus. Deletâ igitur (ad vitandam confuſionem) priore C D verſus S ductâ, acta eſt nova verſus E, quæ eſt ad priorem ut quadratum ipſius S C ad quadratum ipſius S V + $\frac{1}{3}$ I K, hoc eſt (propter æquales I K & M V) ad quadratum ipſius S V + $\frac{1}{3}$ M V, & S C eſt quamproxime æqualis S V: Quare nova C D eſt ad priorem C D ut quadratum ab S V ad quadratum deſcriptum ab S L,

poſitâ

poſitâ V L triente ipſius M V ſive I K, ut in conſtructione Prop. XX & XXI. Sed (ex Prop. XLII. Lib. I.) gravitas acceleratrix verſus Solem in loco L eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem in loco C (vel V) ut quadratum ab S C (vel S V) ad quadratum ab S L: Et ut gravitates acceleratrices verſus Solem in diſtantiis diverſis, ita ſunt (manentibus dictis viribus) ſpatia eodem quocunque tempore cadendo verſus Solem percurſa; & igitur nova C D eſt ad priorem C D ut ſpatium cadendo percurſum verſus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco L urget, ſemiſſe temporis quo Cometa deſcribit arcum inter longitudines T A & τ B interceptum, ad ſpatium eodem tempore cadendo percurſum verſus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco C urget. Sed hujus analogiæ conſequentes æquantur, æquantur igitur & antecedentes; hoc eſt, noviter ducta C D æquatur ſpatio à grave cadente verſus Solem percurſo, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum A C B in Ecliptica deſcribit, urgente gravitate acceleratrice, quæ in diſtantia S L à Sole obtinet, uniformiter continuatâ. Sed (per Prop. XXI.) ſpatium per quod corpus verſus Solem decidit, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum A V B deſcribit (conſideramus enim nunc motum Cometæ tanquam in Eclipticæ plano factum, loco Trajectoriæ Cometicæ ejus veſtigium in plano Eclipticæ intuentes) cum urgetur ab uniformiter continuata gravitate acceleratrice verſus Solem quæ in loco L obtinet, æquale eſt V Y ſegmento rectæ V S inter verticem V & chordam A B intercepto; adeoque quamproxime æquale ipſius C E ſegmento C D inter punctum C (ipſi V proximum) & chordam A B intercepto. Unde punctum D eſt in chorda A B multo accuratius quam antea; hoc eſt, chorda arcûs, qui eſt veſtigium in plano Eclipticæ portionis Trajectoriæ Cometicæ inter Longitudines T A & τ B interceptæ, per punctum D ultimo determinatum quamproxime tranſit. Porro (per Prop.

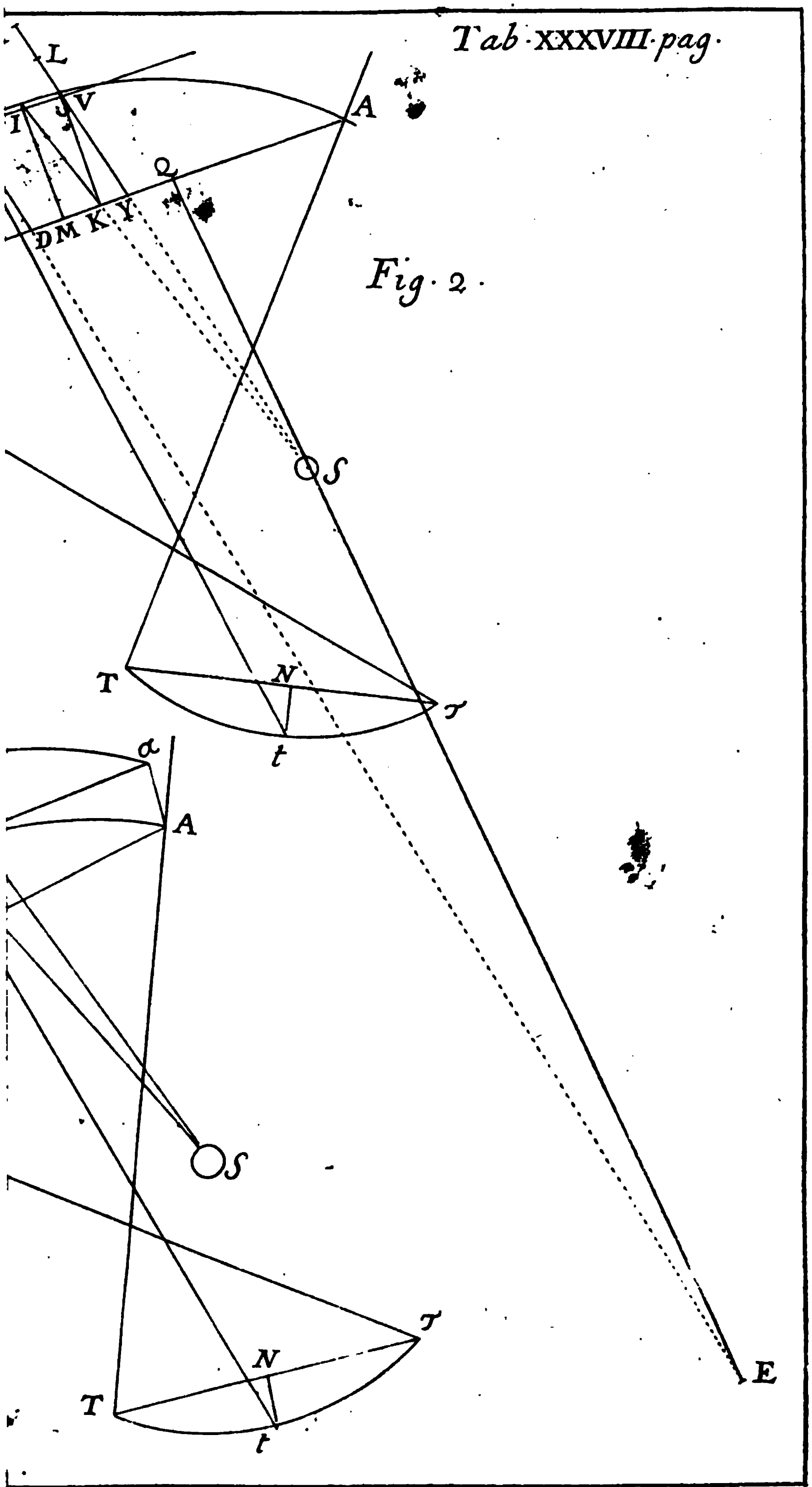
Ta. XXXVIII. Fig. 2.

 XVIII.

Tab. XXXVIII. Fig. 2. XVIII.) chorda prædicta per D traducta eum inter T A τ B ſitum obtinere debet, ut A D ſit ad D B ſicut tempus quo Cometa deſcribit Eclipticæ arcum inter Longitudines T A & τ C ad tempus quo arcum inter τ C & τ B interjectum deſcribit: Sed A B ita (ope Prop. VIII.) acta eſt per D, ut A D ſit ad D B in eadem illa ratione, nempe ſicut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam; rite igitur acta eſt A B & uti oportet, nimirum per D tranſiens, & diviſa in D uti dictum. Et ideo, poſito punctum C recte fuiſſe aſſumptum pro Cometæ veſtigio in Obſervatione ſecunda, puncta A & B ſunt ejuſdem veſtigia quamproxime in Obſervationibus prima & tertia.

Tab. XXXIX. Fig. 1. Reſtat nunc ut dignoſcatur an punctum C in media Longitudine fuerit recte aſſumptum Cometæ veſtigium; quod ſi non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hactenus recte ſunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo I M K V ad priorem minuſque accuratam chordam A B conſtituto, conſtituatur alterum ad poſteriorem & accuratiorem A B, eâdem adhibitâ conſtructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad A B normales A α, M μ & B β, quarum A α ſit tangens notæ Latitudinis in Obſervatione prima ad radium T A, & B β tangens Latitudinis in Obſervatione tertia ad radium τ B: Jungatur α β, cui occurrat M μ in μ. Si erigatur trapezium A B β α normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ A B, ſunt (ut prius oſtenſum) puncta α & β Loca Cometæ in ſpatio Mundano, ſi punctum C ſit ejus veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & planum tranſiens per tria puncta S, α & β eſt planum Trajectoriæ Cometicæ: Ideoque recta α β eſt chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percurſæ inter Obſervationem primam & tertiam, & S α, S β ſunt diſtantiæ Cometæ à Sole in Obſervatione

Tab·XXXVIII·pag·



Fig·2·

Tab. XXXVIII. Fig. 2. XVIII.) chorda prædicta per D traducta eum inter T A τ B ſitum obtinere debet, ut A D ſit ad D B ſicut tempus quo Cometa deſcribit Eclipticæ arcum inter Longitudines T A & τ C ad tempus quo arcum inter τ C & τ B interjectum deſcribit: Sed A B ita (ope Prop. VIII.) acta eſt per D, ut A D ſit ad D B in eadem illa ratione, nempe ſicut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam; rite igitur acta eſt A B & uti oportet, nimirum per D tranſiens, & diviſa in D uti dictum. Et ideo, poſito punctum C recte fuiſſe aſſumptum pro Cometæ veſtigio in Obſervatione ſecunda, puncta A & B ſunt ejuſdem veſtigia quamproxime in Obſervationibus prima & tertia.

Tab. XXXIX. Fig. 1. Reſtat nunc ut dignoſcatur an punctum C in media Longitudine fuerit recte aſſumptum Cometæ veſtigium; quod ſi non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hactenus recte ſunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo I M K V ad priorem minuſque accuratam chordam A B conſtituto, conſtituatur alterum ad poſteriorem & accuratiorem A B, eâdem adhibitâ conſtructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad A B normales A α, M μ & B β, quarum A α ſit tangens notæ Latitudinis in Obſervatione prima ad radium T A, & B β tangens Latitudinis in Obſervatione tertia ad radium τ B: Jungatur α β, cui occurrat M μ in μ. Si erigatur trapezium A B β α normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ A B, ſunt (ut prius oſtenſum) puncta α & β Loca Cometæ in ſpatio Mundano, ſi punctum C ſit ejus veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & planum tranſiens per tria puncta S, α & β eſt planum Trajectoriæ Cometicæ: Ideoque recta α β eſt chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percurſæ inter Obſervationem primam & tertiam, & S α, S β ſunt diſtantiæ Cometæ à Sole in Obſervatione

Tab·XXXVIII·pag·

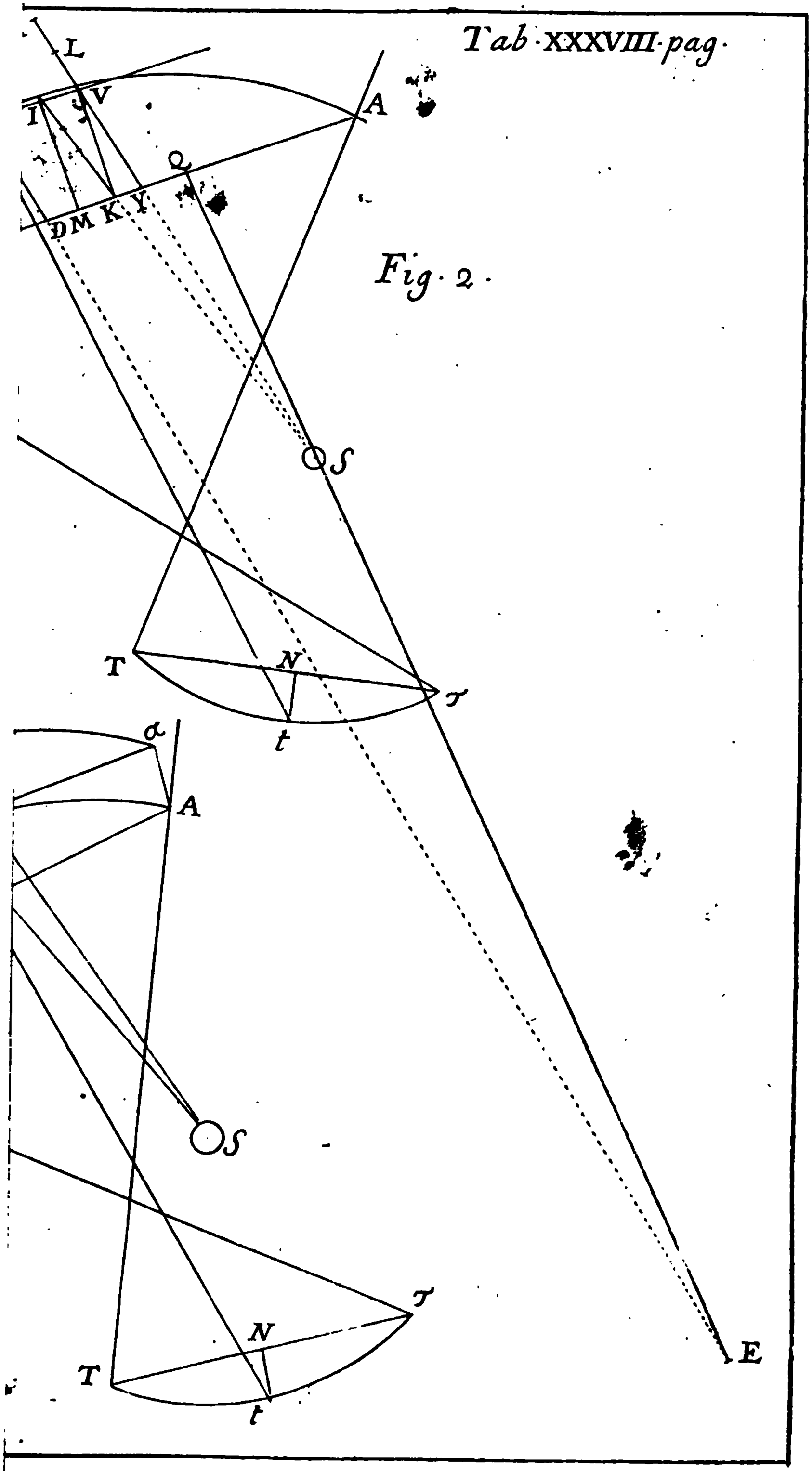


Fig. 2.

UNIV. OF

tione prima & tertia reſpective; hoc eſt, diſtantia vera cujuſvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole eſt hypothenuſa trianguli rectanguli, cujus alterum latus eſt diſtantia à Sole veſtigii illius puncti in plano Eclipticæ, alterum vero perpendiculum ex iſto veſtigio normaliter ad planum Eclipticæ excitatum & ad punctum Trajectoriæ terminatum. Cum quædam ex iſtis perpendiculis ſint longiora ut B β, quædam breviora ut A α, ſumatur medium inter hæcce, ſc. hic M μ; & univerſaliter loquendo diſtantia cujuſvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole erit proxime hypothenuſa trianguli rectanguli, cujus alterum latus eſt diſtantia analogi puncti in veſtigio Trajectoriæ deſcripto, & alterum ipſa recta M μ. Quo poſito, in M A (eave producta) ſumatur M H æqualis S V + $\frac{2}{3}$ I K, hoc eſt, æqualis S R, poſità L R æquali L V, & jungatur H μ; erit hæc quamproxime æqualis puncti Trajectoriæ (cujus V eſt veſtigium) diſtantiæ à Sole auctæ beſſe rectæ interjectæ inter punctum iſtud & chordam arcûs Trajectoriæ, ipſam ſc. α β in erecto trapezio A B β α; id eſt, recta H μ æqualis eſt rectæ in plano Trajectoriæ Cometæ, analogæ ipſi S R in ejus veſtigio in plano Eclipticæ; hoc eſt, H μ æqualis eſt rectæ S R in Parabola Prop. XX. Per Corol. Prop. XVII. conferatur velocitas Cometæ, dum in Parabolica ſua Trajectoria movetur ad diſtantiam à Sole æqualem rectæ H μ, cum velocitate Telluris circa Solem, & definiatur linea quam Cometa dicta cum velocitate æquabiliter motus percurreret toto tempore quo Tellus arcum T t τ deſcribit, ſive toto tempore quo Cometa arcum A C B in Ecliptica percurrit, in partibus arcûs T t τ à Tellure interim percurſi; quod facillime fit modo ſequenti: Calculo ſubducatur longitudo arcûs T t τ à Tellure deſcripti inter Obſervationem primam & tertiam, poſito quovis numero rotundo pro mediocri diſtantia Terræ à Sole; longitudo (puta z) quæ

Tab. XXXIX. Fig. 1.

Tab. XXXIX quæ eſt ad hunc arcum in ſubduplicata ratione Diame-
Fig. 1. tri Orbis magni ad rectam notam H μ, quæque proinde datur, eſt ipſa longitudo quæſita, nempe quam Cometa æquabiliter latus ea cum velocitate quam Trajectoriam ſuam Parabolicam deſcribens habet ad diſtantiam à Sole æqualem ipſi H μ percurreret tempore, quo Cometa arcum cujus chorda $\alpha\,\beta$ revera percurrit: Nam (per Prop. XVII.) velocitas Cometæ ad dictam diſtantiam H μ eſt ad velocitatem Telluris in ratione ſupradicta. Sed (per Prop. XX.) dicta longitudo z æqualis eſt chordæ arcûs quem Cometa revera iſto tempore deſcribit; igitur ſi deprehendatur z æqualis chordæ $\alpha\,\beta$, certiſſimum eſt indicium punctum C in Longitudine ſecundo obſervata recte fuiſſe aſſumptum pro veſtigio Cometæ; adeoque A, C & B eſſe tria Loca ſive veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ.

Fig. 2. Quod ſi z non deprehenſa fuerit æqualis rectæ $\alpha\,\beta$, hoc eſt, ſi punctum C non ſit recte aſſumptum in t c Longitudine ſecundo obſervata; capiantur in $\alpha\,\beta$ (eave producta ſi opus ſit) $\alpha\,\varphi$, B π æquales ipſi z, capiantur etiam A F, B P æquales $\alpha\,\varphi$, B π, ita ut F & φ ad eaſdem partes rectæ A α, item P & π ad eaſdem partes rectæ B β jaceant. Præterea eâdem methodo, quâ ex aſſumpto puncto C inventa ſunt puncta A, B, D, F, P, ex aſſumptis aliis punctis 2 C & 3 C inveniantur nova 2 A, 2 B, 2 D, 2 F, 2 P & 3 A, 3 B, 3 D, 3 F, 3 P, ut in ſchemate annexo, ubi iiſdem manentibus iiſdemque literis notatis atque ſupra, ea tantum omittuntur de quibus poſtea non eſt ſermo. Quod ſi z minor fuerit quam $\alpha\,\beta$, aut A F vel B P minor quam A B (ut in annexo ſchemate accidit) punctum 2 C ſumendum erit ipſi τ puncto (in quo T A & T B concurrunt) propius; & ita porro, ita ut ſaltem 3 A 3 F major fiat quam 3 A 3 B: Si vero è contra A F major fuerit quam A B, ſumenda erit t 2 C major

jor quam *t* C; atque ita porro, ita ut ſaltem 3 A 3 F minor fiat quam 3 A 3 B. Per puncta F, 2 F & 3 F deſcribatur circulus, qui rectam *T* B ſecabit inter B & 3 B, puta in O, ſi puncta nova 2 C, 3 C ſumpta fuerint ſecundum prius tradita. Similiter, per puncta P, 2 P & 3 P deſcribatur circulus rectam T A in X interſecans; erunt puncta O & X Loca Cometæ ad Eclipticam reducta ſive Cometæ veſtigia in Obſervatione prima & tertia. Nam ſupra fuit demonſtratum puncta A & B eſſe veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione prima & tertia, ſi C ſit ejuſdem veſtigium in Obſervatione ſecunda: idemque ſimiliter obtinet in 2 A, 2 B & 2 C; item in 3 A, 3 B & 3 C. Demonſtratum quoque eſt C eſſe revera veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda, ſi Z æqualis ſit *αβ*; hoc eſt, ſi rectarum A F & B P quælibet ſit æqualis ipſi A B; hoc eſt demum, ſi puncta B & F coincidant, item A & P. Et igitur ſi, reliquis manentibus, puncta B & F coincidant, tale B erit veſtigium Cometæ in Obſervatione tertia: Similiter coincidentibus A & P, erit tale A ejuſdem veſtigium in Obſervatione prima. Ad quam coincidentiam conciliandam per tria puncta legitime reperta F, 2 F & 3 F traductus eſt circulus, hoc eſt, linea ſimpliciſſima per tria puncta tranſiens, rectam *T* B in O interſecans. Cum igitur punctum O ſit tam in loco punctorum B, nempe recta *T* B, quam in loco punctorum F, nempe circulo; quando punctum B reperitur in O, punctum F in illo etiam reperietur, hoc eſt, in iſto caſu puncta B & F coincident; & ideo punctum O eſt verum Cometæ veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione tertia, quippe cui conveniunt omnes conditiones requiſitæ. Similiter & ob eaſdem rationes, punctum X eſt verum Cometæ veſtigium in Obſervatione prima. Igitur ſi ex puncto O ad planum hujus ſchematis, Eclipticæ planum referens, erigatur perpendicularis recta O *ω*, æqualis tangenti notæ Latitudinis in Obſervatione tertia ad radium *T* O; erit *ω*

Tab. XXXIX Fig. 2.

T. XXXIX. Fig. 2. Cometæ Locus verus in ſua Trajectoria. Similiter; X ξ perpendicularis ad planum Eclipticæ ad punctum X excitata, æqualis tangenti Latitudinis in Obſervatione prima ad radium T X, oſtendet punctum ξ alterum Cometæ Locum in propria Trajectoria. Foco S per puncta ω & ξ (per Prop. XXIV.) deſcribatur Parabola; erit hæc Cometæ Trajectoria quæſita. Quoniam vero duæ ſunt Parabolæ foco S deſcriptæ, per puncta bina ω & ξ transſeuntes, utra ex hiſce ſit noſtri Cometæ Trajectoria, patebit ex alia quavis Cometæ Obſervatione: Locus enim ejus ex altera harum Parabolarum deductus Loco obſervato conveniet, ex altera vero nequaquam. Ex Obſervationibus igitur determinavimus Trajectoriam Cometæ in Parabola moti. Q. E. F.

Licebit etiam in T A vel in τ B puncta ad libitum eligere ſicut in *t* C hic factum, & puncta in reliquis duabus hinc reſultantia ſimiliter tractare atque puncta in T A, τ B ſuperius tractata ſunt.

In præcedente inveſtigatione, ſive Arithmetica ſive Graphica ſive ex utraque compoſita, nulla habita eſt ratio Parallaxis menſtruæ Solis exinde oriundæ quod non Terræ centrum ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur; hæc namque menſtrua Solis parallaxis, triplo major quam diurna, ſenſibilis eſt in quorundam Cometarum Orbitis definiendis: Obſervata igitur Cometæ Loca per hanc corrigantur.

Si Elliptica Orbita Cometæ melius congruere deprehendatur, illa ſic deſcribetur: Reperiatur veſtigium Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda; erit utique illud eodem ordine ſituque inter puncta C, 2 C, 3 C quo punctum O inter B, 2 B, 3 B, vel quo X inter A, 2 A, 3 A: ex veſtigio ſic invento excitetur perpendicularis ad planum Eclipticæ, quæ eſt tangens Latitudinis in Obſervatione ſecunda ad radium æqualem diſtantiæ inter *t* dictumque veſtigium; erit dicti perpendicu-

li

culi extremum punctum in ſublimi Locus Cometæ in propria Trajectoria ſecundo obſervatus. Foco s, per puncta ω, ξ & punctum mox inventum deſcripta (per Prop. XXIX. Lib. III.) Ellipſis erit Cometæ Orbita quæſita. T. XXXIX. Fig. 2.

SCHOLIUM.

Methodus ſupra adhibita ad punctum o vel x determinandum univerſalis eſt, & inſignis uſûs in pleriſquè Phyſicis approximandis. Convenit plerumque tria puncta, ut hic A, 2 A & 3 A, ex tribus aſſumptis c, 2 c & 3 c ſecundum artem reperta, ita eſſe poſita ut punctum quæſitum inter illorum extrema A & 3 A jaceat, (quæ eſt ratio cur è tribus punctis P unum ex altera parte correſpondentis puncti A collocatum volumus:) ſic enim certius & proximius determinabitur quæſitum punctum per interſectionem circuli cum recta A 2 A in qua illud neceſſario verſatur, quam ſi quæſito exiſtente ultra A & 3 A illud determinandum veniat per interſectionem rectæ cum circulo ultra puncta A & 3 P; ob ſimilem prorſus rationem atque ex obſervatis aliquot Cometæ (alteriuſve cujuſvis ſecundum quamvis regulam moti) Locis ejuſdem Locus & Tempus intermedium quodvis certius definitur, quam ad Tempus aliquod ante primam Obſervationem aut poſt ultimam.

Aliquando ſuffecerit, in hujuſmodi inveſtigationibus, duo puncta qualia ſunt P & 2 P determinare, (ſi nimirum horum utrumque à vero non procul abſit,) & illa rectâ conjungere, cujus interſectio cum altera A 2 A verum punctum quæſitum determinabit. Atque hic rurſus puncta P & 2 P ad contrarias puncti quæſiti partes jacere commodum erit.

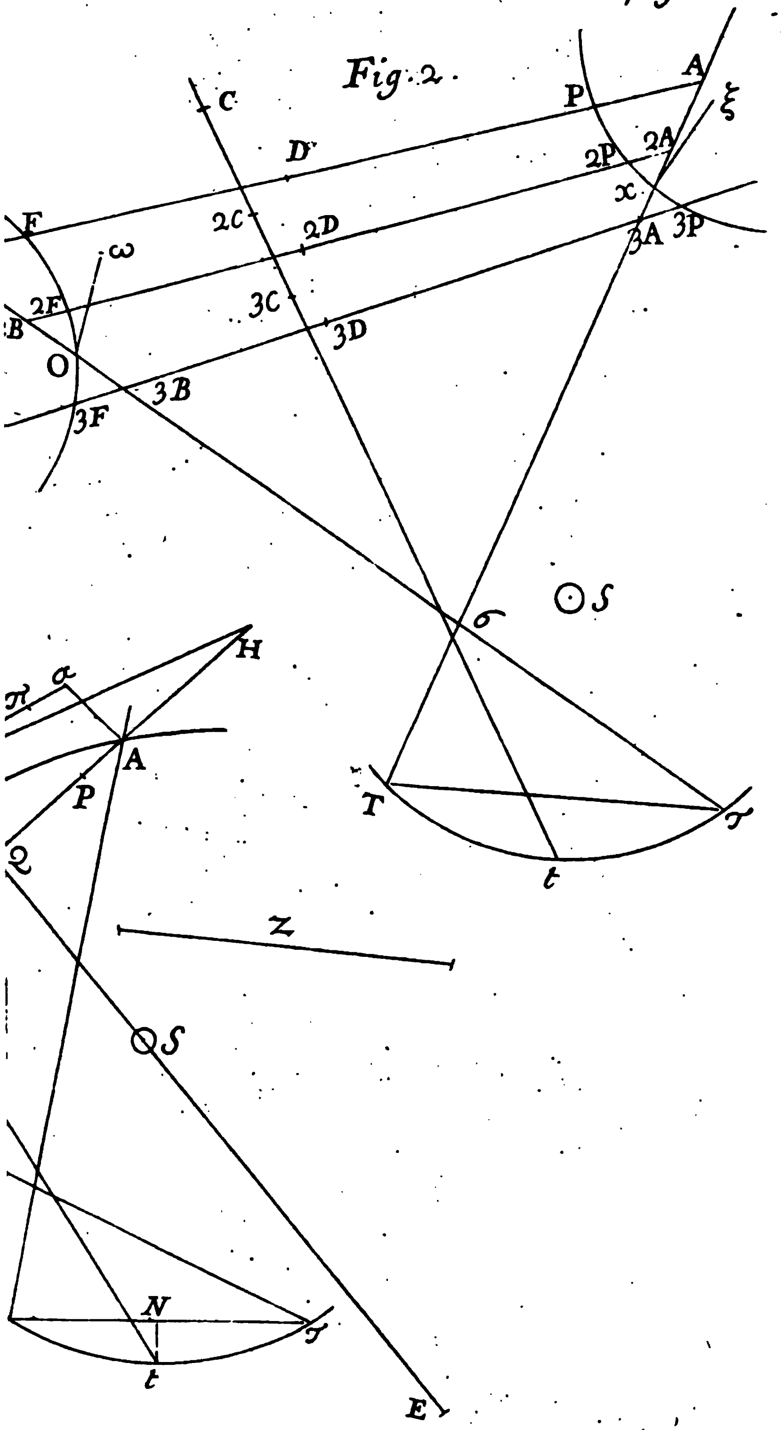
PROPOSITIO XXVII.

Punctum determinare quod primâ, ſecundâ & tertiâ vice pro Cometa veſtigio in plano Ecliptica aſſumere commodiſſimum erit.

PRoblema præcedens univerſaliter conſtructum eſt: Verum in praxi non quælibet puncta c, 2 c pro veſtigio Cometæ in Obſervatione ſecunda commode aſſumuntur, ſed veris proxima eligenda, ſi illa præterpropter internoſcere quovis modo conceſſum fuerit. Hoc autem ope Prop. XII. fiet per quatuor Cometæ Obſervationes. Ducta etenim recta, cujus partes tres inter quatuor rectas poſitione datas interceptæ eam habeant rationem quam temporis intervalla tria inter quatuor Obſervationes interjecta, non multum diverſa erit à Trajectoriæ Parabolicæ portione à Cometa tum percurſa. Adeoque hujus interſectio cum recta, Longitudinem in Obſervatione ſecunda referente, aptiſſime pro veſtigio Cometæ in iſta Obſervatione ſecunda aſſumetur.

Tab. XL. Fig. 1. Quod ſi angulus innoteſcat præterpropter, quem veſtigium Orbitæ Cometæ continet cum recta Terram & Cometam in Obſervatione ſecunda conjungente, ſive huic (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Conic.*) æqualis A δ *t*, quem chorda A B continet cum *t* C recta, quod fiet vel ope Prop. IX. vel accuratius per Schol. Prop. XIII; tum punctum C primo aſſumendum hoc modo determinabitur: Ducatur recta A B ad rectas poſitione datas T A, τ B utrinque terminata, rectam *t* C etiam poſitione datam in angulo æquali dato ad δ interſecans, quæ ſit ad $\sqrt{2} \times T\tau$ chordam (hoc eſt, proxime ad $\frac{7}{5} T\tau$) in ſubduplicata ratione S *t* ad S δ; & agatur per S recta S D C, cujus pars D C à cruribus anguli A δ C interjecta æquetur rectæ *t* N, quod eſt Veterum Problema univerſale de *Inclinationibus*, conficiturque per eorum Methodum,

Fig. 2.



dum, vel per §. VII. *Lect. Optic.* V. aut §. III. *Lect. Geom.* VI. *Barrovii*: Punctum C ſic determinatum eſt illud ipſum quod commode primâ vice uſurpatur pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ. Ponatur C eſſe veſtigium Cometæ in plano Eclipticæ, & arcum Parabolicum per A, B & C tranſeuntem eſſe veſtigium arcûs Trajectoriæ inter Obſervationem primam & tertiam deſcripti: Quoniam igitur in hypotheſi quod gravitas acceleratrix verſus Solem eadem ſit vel æqualis in diſtantia Telluris à Sole atque in diſtantia Cometæ ab eodem, (hoc eſt, in hypotheſi gravitatis quam *Galilæus* fovit, quæque à vero non multum abeſt,) C D & *t* N ſunt æquales; quippe ſpatia cadendo verſus Solem eodem tempore percurſa à Cometa & à Tellure, erit (per Prop. XXII.) A B chorda Parabolæ ad $\sqrt{2} \times T\tau$ chordam circuli, cujus centrum cum foco Parabolæ congruit, in ſubduplicata ratione rectæ S *t* ad S D rectam. Sed facta eſt A B ad $\sqrt{2} \times T\tau$ in ſubduplicata ratione S *t* ad S δ, & etiam A B ſecat rectam *t* C in angulo debito, & porro C D æqualis eſt ipſi *t* N: Recta igitur A B habet proxime omnes conditiones requiſitas ut fiat chorda arcûs qui eſt veſtigium Trajectoriæ Cometicæ interjectæ inter Longitudinem primam T A & tertiam τ B; punctumque proinde C habet omnes conditiones ut fiat proxime veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda. Recte igitur aſſumitur punctum C veſtigium Cometæ (poſtea quidem corrigendum) in dicta Obſervatione ſecunda. Tab. XL. Fig. 1.

Determinato puncto C primâ vice aſſumendo, quæ deinde aſſumuntur puncta (nempe 2 C & 3 C) non ſunt abſque conſideratione aſſumenda; nec ſufficit Prop. præc. data cautio, quod nempe punctum 2 C ſumendum ſit propius puncto *t* cum linea Z minor eſt quam A B, & è contra: Sed cum eo tandem deveniendum ſit, ut A B rite ducta æqualis ſit congruæ Longitudini Z; in *t* C capiatur pun- Fig. 2.

Tab. XI. Fig. 1. ctum 2 c, eâ lege ut diſtantia *τ* 2 c ſit ad diſtantiam *τ* c in ratione compoſita ex ratione z ad A B & ratione ſubduplicata s c ad s 2 c. Cauſa, cur prior ratio componens adhibetur, manifeſta eſt ex prædictis: nam cum invenienda ſit A B quæ ſit congruæ z æqualis, ſi illa hâc ſit major aut minor, minuenda erit aut augenda donec æquales fiant; forent autem æquales per ſolam priorem rationem componentem, ſi z eſſet conſtans & invariabilis: cum vero pro diverſa A B diverſa perpetuo proveniat longitudo z, ideo ſecunda componentium neceſſaria eſt. Conſtat autem (ex Prop. XXIII.) quod in Parabolis, arcuum A C B, 2 A 2 C 2 B, in quibus æquantur C D, 2 C 2 D ad focum tendentes inter verticem & chordam interceptæ, ipſæ chordæ ſunt in ſubduplicata ratione rectarum s C, s 2 C; & ſuperius eſt oſtenſum rectas C D, 2 C 2 D eſſe fere æquales, (ſpatia nempe per quæ Cometa cadendo verſus Solem in diverſis ab illo diſtantiis eodem tempore percurreret,) & etiam veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda proximum eſſe vertici arcûs A C B, ſc. veſtigii portionis Trajectoriæ à Cometa inter Obſervationem primam & tertiam deſcriptæ. Sed & punctum 2 C hoc modo inventum non pro accurato Cometæ veſtigio in plano Eclipticæ venditatur, ſed pro fere vero & ab accurato non nimis remoto.

Eâdem methodo determinabitur punctum 3 C ex 2 C quo 2 C ex C, ſi tria puncta invenire libeat ut Prop. præc. factum; ſed hoc modo operando vix ultra ſecundam operationem neceſſe erit procedere Et recta conjungens bina puncta F & 2 F, ex aſſumptis C & 2 C per præc. determinata, ſecabit *τ* B in puncto O (cui propinqua admodum ſunt) accurato Cometæ veſtigio in Obſervatione tertia, rectaque P 2 P ſimiliter ipſam T A ſecabit in puncto X ejuſdem Cometæ veſtigio in Obſervatione prima, ut ſupra oſtenſum eſt oportere fieri cum C & 2 C ſunt punctis veris proxima. Determinatum igitur eſt punctum quod (in pra-

xi Prop. præc.) primâ, ſecundâ & tertiâ vice commodiſſime aſſumitur pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ. *Tab. XL. Fig. 2.*

In punctis c & 2 c modo prædicto præterpropter determinandis, non raro in operationibus graphicis methodo tentativâ procedendum erit, ubi accuratior aut ſaltem plene Geometrica deficit; neque opus eſt Curvas minus parabiles, quibus in conſtructione opus eſſet, hic adhibere.

PROPOSITIO XXVIII.

Poſitionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempuſque quando Cometa Nodos tenet, determinare.

Iiſdem manentibus & per eaſdem literas deſignatis atque in præcedentibus, rectæ o x, ω ξ producantur donec concurrunt in ☊: jungatur s o, s x, s ☊. Prius data erant omnia puncta s, o & x, adeoque trianguli s o x tam latera quam anguli; & proinde angulus s x ☊ illorum uni deinceps. Porro, ſi per ξ ducatur ξ *o* ad x o parallela, rectæ o ω occurrens in *o*, erunt triangula ω *o* ξ & ξ x ☊ æquiangula; adeoque cum ex notis lateribus *o* ξ (æquali o x) & *o* ω (differentia notarum rectarum ω o & ξ x) una cum angulo recto ω *o* ξ innoteſcunt reliqua latera & anguli, innoteſcent & anguli trianguli ξ x ☊: Sed datur in hoc triangulo latus unum x ξ; dabuntur igitur & reliqua, nempe x ☊ & ξ ☊. In triangulo deinde ☊ x s dantur latera x s, x ☊ cum angulo interjecto s x ☊; non latebit igitur angulus x s ☊. Sed, ut prius dictum, datur poſitio rectæ s x, ſive angulus quem hæc facit cum T x, cujus poſitio eſt Obſervatione nota, (nam in triangulo x T s dantur latera T s & T x, & angulus x T s diſtantia inter Locum Solis cognitum Locumque Cometæ primo obſervatum, unde T x s innoteſcit;) & igitur poſitio rectæ ☊ s ☋ nota erit, ſive Nodorum Loca è Sole viſa. Quod ſi rectæ o ω, x ξ fuerint æquales, Nodorum Linea parallela eſt ad o x, ideoque poſitione cognita. *Fig. 3.*

Ad

Tab. XL. *Fig.* 4. Ad determinandum Tempus quo Cometa Nodum tenet, ſit ωξ Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI. deſcripta per puncta ω & ξ, in cujus plano reperiuntur rectæ sω, sξ, ſitque ſuperius reperta Nodorum Linea ☊ s ☋ Trajectoriæ in ☊ & ☋ occurrens; erit (per Prop. XIV. Lib. I.) intervallum temporis inter Obſervationem primam & momentum quando Cometa ad Nodum ☊ appellit ad intervallum temporis inter Obſervationem primam & tertiam ut area ξ ☊ s ad aream ωξs: Sed arearum ξ ☊ s & ωξs ratio eſt nota; (quippe ipſæ areæ cognitæ ſunt ex *Prop.* XXIV. *Archimed. de Quadrat. Parab.*) igitur & Tempus quo Cometa Nodum ☊ tenet. Pari modo innoteſcit Tempus quo Cometa ad Nodum alterum ☋ appellit. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

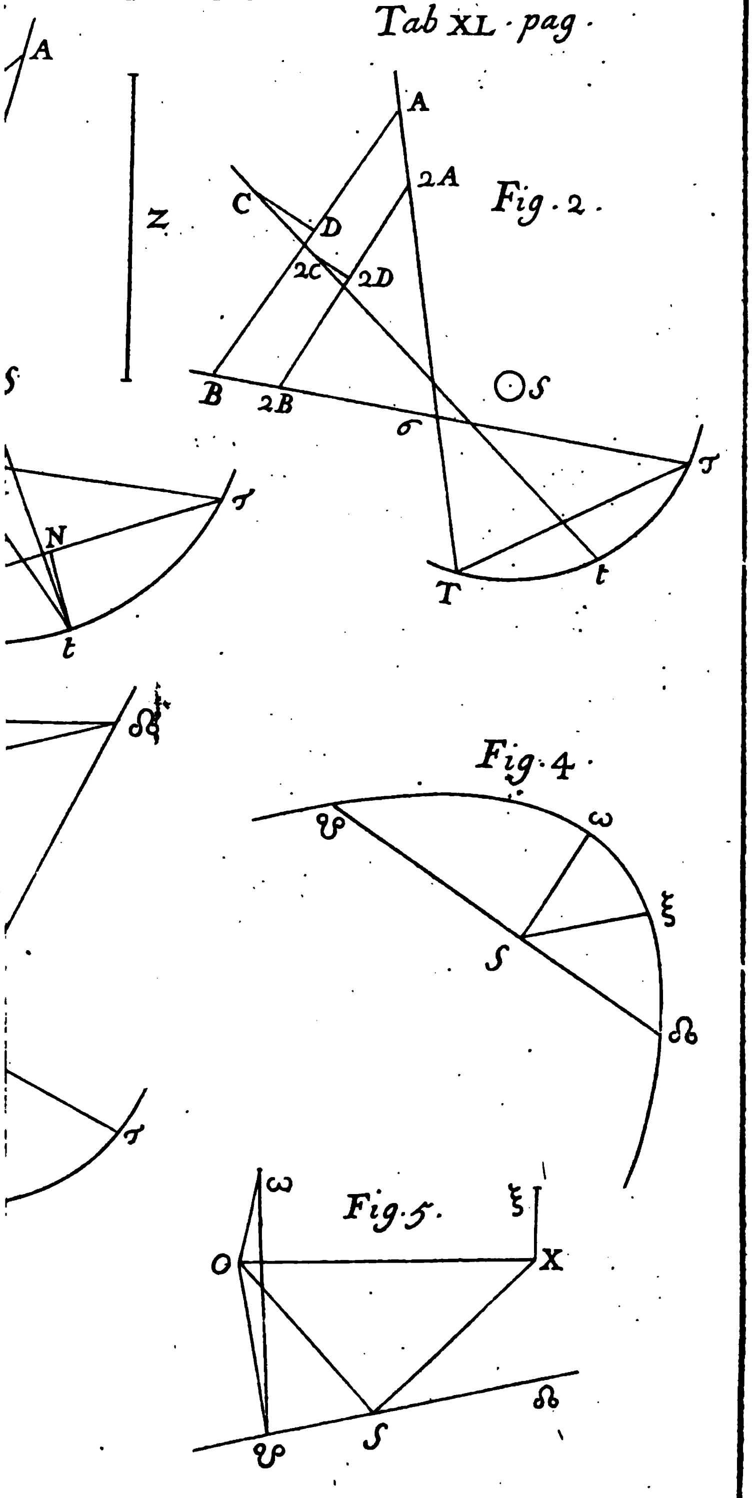
Fig. 5. *Inclinationem plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ determinare.*

Iisdem manentibus, ex puncto o ad ☋ s ☊ Nodorum Lineam ducatur perpendicularis o ☋, & jungatur ω☋. In triangulo o s ☋ præter rectum ad ☋ dantur (ex Prop. præc.) angulus o s ☋ & latus o s; innoteſcit igitur o ☋. In triangulo deinde rectangulo ω o ☋ dantur latera circa rectum o ω & o ☋; & proinde notus erit angulus o ☋ ω, qui (per *Def.* 6. *El.* XI.) eſt Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

PROPOSITIO XXX.

Tab. XLI. *Fig.* I. *Trajectoriæ Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempuſque quo Cometa in Perihelio verſatur, determinare.*

Foco s per puncta ω & ξ deſcribatur Trajectoria Cometæ per Prop. XXIV; centro s per horum âlterutrum (puta ω) deſcribatur circulus Trajectoriæ denuo in v occurrens;



UNIV. OF MICH.

currens; jungatur ω v, ad quam ex s puncto demittatur perpendicularis s φ, quæ producatur donec Parabolæ occurrat in π; erit π Trajectoriæ Perihelium, & proinde ipſius s π quadrupla eſt ejuſdem Latus rectum principale. Tab. XLI. Fig. 1.

Primum patet; nam cum focus s in Parabolæ axe reperiatur, circulus centro s deſcriptus Parabolam (ſi omnino) in duobus punctis ſecabit ab axe æqualiter remotis, & proinde interſectiones conjungens recta ω v erit axi normalis: unde s φ eſt axis, & π Parabolæ vertex ſive Trajectoriæ Perihelium, & quadrupla s π parameter diametri cujus π eſt vertex, (hoc eſt, ipſius axis,) ſive Latus rectum principale.

Capiatur Tempus cujus intervallum ab Obſervatione prima, cum Cometa eſſet in ξ, eſt ad intervallum Temporis inter Obſervationem primam & tertiam ut area ξ π s ad aream ω ξ s; eritque illud ipſum Tempus quo Cometa Perihelium tenet.

Caſuum varietatem, quando nimirum Tempus quo Cometa Perihelium tenet eſt ante Obſervationem primam & quando poſt illam, Artificis judicio permittimus, ſicut & innumera alia Problema hoc, de Cometæ Trajectoria ejuſque partibus definiendis, attinentia.

SCHOLIUM.

Hinc etiam Cometæ Perigæum ejuſque Tempus determinabitur: Nam cum detur Tempus (nempe quod interjicitur inter Obſervationem primam & tertiam) quo data area ξ ω s à Cometa radio ad Solem ducto deſcribitur, dabitur area uno Die ſimiliter deſcripta; cumque detur ξ Locus Cometæ in Obſervatione prima, dabuntur Loca Cometæ in propria Trajectoria ad Dies ſingulos. Sed & dantur Loca Telluris in Orbita ſua ad eoſdem, & (ex præcedentibus) ſitus mutuus inter Telluris Orbitam & Cometæ Trajectoriam; unde Locus ubi Cometa eſt Terræ proximus,

ximus, hoc eſt, Cometæ Perigæum notabitur facile, & Tempus quo iſtud contingit.

PROPOSITIO XXXI.

Cometæ Trajectoriam per Prop. XXVI. *inventam corrigere.*

ASſumatur poſitio plani Trajectoriæ Cometæ Prop. XXVI. determinata, & ſeligantur tria Loca Cometæ exactiſſime obſervata, diverſa ab illis tribus ex quibus Trajectoria prius erat definita, & ab invicem quam maximè diſtantia: Commodum erit ut horum unum à Cometæ Perihelio non multum diſtet. Vocetur Tempus inter Obſervationum harum primam & tertiam interjectum s: Capiatur numerus c, qui ſit ad 1 ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Ex his Locis apparentibus, calculo trigonometrico ad normam præcedentium, inveniantur Loca tria Cometæ in prædicto Trajectoriæ plano aſſumpto tanquam accuratiſſimo; hoc eſt, inveniantur tria prius definiti plani puncta in quibus Cometa eandem Longitudinem Latitudinemque haberet, quam revera habere deprehenditur; & (per Prop. XXIX. Lib. III, vel forſan per Prop. XXIV. Lib. V.) calculo determinetur Sectio Conica tranſiens per iſta tria puncta, cujus umbilicus congruit cum centro Solis, ejuſque areæ rectis ad Solem ductis & curvæ portionibus terminatæ determinentur, harumque proinde ratio: ſit nempe ejus area inter Obſervationem primam & ſecundam ad ejuſdem aream inter Obſervationem ſecundam & tertiam ut G ad 1; & eadem erit ratio inter Tempora quibus areæ hæ radio ad Solem ducto deſcriberentur à Cometa. Porro, ex cognita ſemitæ hujus ejuſque partium omnium magnitudine, reſpectu ſemitæ Telluris ejuſque partium, cognoſcitur (ex Prop. XLI. Lib. I.) velocitas quâ Cometa illam deſcribit; ideoque Tempus quo Cometa areas duas ſupra inventas deſcri-

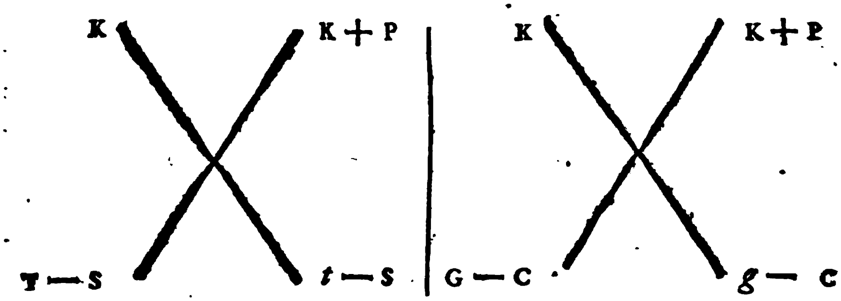
triberet; vocetur illud T. Si T = S, & G = C, erit hactenus inventa plani Trajectoriæ poſitio vera & accurata, nullâ indigens correctione; ſin ſecus, erit T — S Error in Tempore toto interjecto inter Obſervationem primam & tertiam, ortus ex minus accurata plani Trajectoriæ poſitione, & G — C erit exinde etiam oriundus Error in ratione Temporis inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam; quod patet, quia in utroque caſu unitas aſſumitur pro conſequente in terminis binis exprimentibus rationem inter Tempora bina.

Augeatur alterutrius Nodi Trajectoriæ Longitudo (per Prop. XXVIII. inventa) dicta K, 20 aut 30 ſcrupulis primis quæ dicantur P, ſervatâ priore Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & ſimiliter atque prius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Obſervationibus accuratiſſimis reſpondeant, & Trajectoria per illa tranſiens cujus focus cum Solis centro conveniat, & hujus areæ duæ inter tres Obſervationes per rectam ad Solem ductam deſcriptæ quarum ratio exprimatur per *g* ad 1, & etiam Tempus totum *t* quod Cometa in utraque ſimul iſta areâ deſcribenda inſumeret. Si Tempus *t* deprehenſum fuerit æquale S, & *g* ipſi C, aſſumpta hæc plani poſitio eadem erit cum vera; ſin aliter, erit *t* — S Error in integro Tempore inter Obſervationem primam & tertiam, & *g* — C Error in ratione Temporis inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam, uterque oriundus ex minus accurata poſitione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

Augeatur per Prop. XXIX. inventa Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ dicta I, 20 aut 30 ſcrupulis primis quæ vocentur Q, manente interim Longitudine Nodi primitus per Prop. XXVIII. inventâ, & ſimiliter atque ſuperius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ

tribus prædictis Cometæ Obſervationibus reſpondeant, ut & Trajectoria per illa tranſiens cujus focus idem eſt cum Solis centro, ejuſque areæ duæ inter tria Loca obſervata per rectam ad Solem ductam deſcriptæ quarum ratio eadem ſit cum ea quam γ habet ad 1: Inveniatur etiam Tempus totum τ, quod Cometa in utraque ſimul iſta area per rectam ad Solem ductam deſcribenda inſumeret. Si τ deprehendatur ipſi S æquale, & γ ipſi C etiam æqualis, aſſumpta hæc plani Trajectoriæ poſitio eſt vera & ipſi rei congrua; ſin ſecus, erit τ — S Error in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam, & γ — C ſimiliter Error in ratione Temporis inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam.

Inſtituatur Operatio igitur per Regulam Falſæ Poſitionis, cujus Operationis ſchema hic adnectitur, ubi K eſt una Poſitio Longitudinis Nodi, & T — S Error hinc ortus in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam interjecto; K + P altera Longitudinis Nodi Poſitio, & *t* — S Error dicti Temporis totius inde ortus: Fiat juxta dictam Regulam, ut differentia Errorum ad



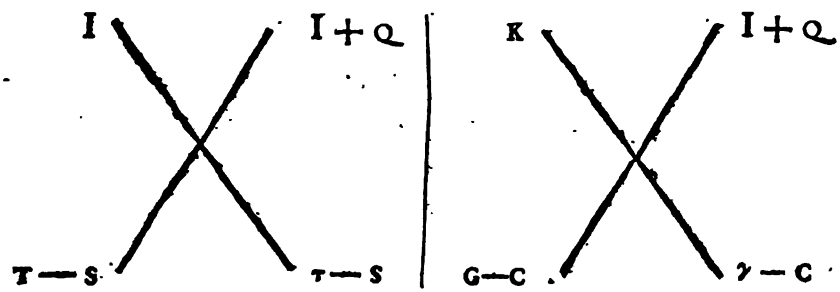
$T - t : T - S :: P : \frac{T - S}{T - t} \times P.$ $G - g : G - C :: P : \frac{G - C}{G - g} \times P.$

differentiam Poſitionum ita alteruter ex Erroribus ad quartam quantitatem; erit hæc ipſa correctio Poſitionis iſtius ex qua Error aſſumptus fluxit.

Hoc

Hoc modo Error poſitæ Longitudinis Nodi, ſc. ipſius K, in toto Tempore inter Obſervationem primam & tertiam eſt $\frac{T-S}{T-t}\times P$; & ejuſdem Longitudinis K Error in ratione inter bina Tempora inter ternas Obſervationes eſt $\frac{G-C}{G-g}\times P$; adeoque vera & correcta Longitudo Nodi eſt $K+\frac{T-S}{T-t}\times P$, ſive $K+\frac{G-C}{G-g}\times P$.

Similiter, Error poſitæ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, ſc. I, ex primo capite eſt $\frac{T-S}{T-\tau}\times Q$; & ex ſecundo eſt $\frac{G-C}{G-\gamma}\times Q$; & ideo vera & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ eſt $I+\frac{T-S}{T-\tau}\times Q$, ſive $I+\frac{G-C}{G-\gamma}\times Q$. Eædemque cor-



$T-\tau : T-S :: Q : \frac{T-S}{T-\tau}\times Q$. $G-\gamma : G-C :: Q : \frac{G-C}{G-\gamma}\times Q$.

rectæ Longitudo Nodi & Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ provenient, ſi in Operatione adhibeantur Errores ex Poſitione ſecunda oriundi.

Et quoniam conſiderandus venit uterque Error, tam in toto Tempore quam in ratione inter duo Tempora inter ternas Obſervationes interjecta, ponamus tam $\frac{T-S}{T-t}$

$\times P$ quam $\frac{G - C}{G - g} \times P$ ſeparatim æquari $m \times P$; hoc eſt, $\frac{T - S}{T - t} = m$, & $\frac{G - C}{G - g} = m$: Similiterque ponamus tam $\frac{T - S}{T - \tau} \times Q$ quam $\frac{G - C}{G - \gamma} \times Q = n \times Q$; hoc eſt, $\frac{T - S}{T - \tau} = n$, & $\frac{G - C}{G - \gamma} = n$: Unde proveniet $mT - mt = T - S$, & $mG - mg = G - C$; item $nT - n\tau = T - S$, & $nG - n\gamma = G - C$: unde duplum ipſius $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$; & igitur regrediendo, ſi tales capiantur m & n ut duplum $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$, erit tam $\frac{T - S}{T - t} \times P$, quam $\frac{G - C}{G - g} \times P = m \times P$, & etiam tam $\frac{T - S}{T - \tau} \times Q$, quam $\frac{G - C}{G - \gamma} \times Q = n \times Q$; adeoque Error Longitudinis Nodi erit $m \times P$, Errorque Inclinationis plani Trajectoriæ erit $n \times Q$: unde correcta Longitudo nodi eſt $K + mP$, & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ eſt $I + nQ$.

Correcto plano Trajectoriæ tam quoad ejus interſectionem cum plano Eclipticæ (hoc eſt, Longitudinem alterutrius Nodi) quam quoad ejus Inclinationem ad Eclipticæ planum, inveniantur (ut prius) in plano ſic correcto & nunc accuratiſſime poſito tria puncta, quæ tribus prædictis Obſervationibus accuratiſſimis ſatisfaciant, & (ut prius) Solis centro ceu umbilico per dicta tria puncta deſcribatur Coni Sectio: erit hæc correcta Cometæ Trajectoria quæſita.

SCHOLIUM.

Inventâ Trajectoriâ correctâ & accuratâ, ejus Axis, Latus

Latus rectum Axi congruum, Tempus quo Cometa Perihelium tenet, reliquaque huc attinentia ad normam ſuperiorum etiam accurate definientur. Si contingat Ellipſin Solis centro ceu foco deſcriptam (non Parabolam) per tria iſta puncta tranſire; hoc eſt, ſi Cometæ Trajectoriæ pars illa, quæ Obſervationi noſtræ eſt ſubjecta, clare evincat Cometam in Orbem redire, non in infinitum excurrere, tum ex cognito hujus Orbitæ Axe majore, Cometæ Periodicum Tempus innoteſcet: Eſt enim (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) Quadratum Temporis Periodici Cometæ ad Quadratum Temporis Periodici Telluris circa Solem ut cubus majoris Axis Orbitæ Cometicæ ad cubum majoris Axis Orbitæ quam Tellus circa Solem deſcribit, ſive duplæ mediocris diſtantiæ Telluris à Sole.

Quod ſi ex cognitis principalibus Lateribus rectis, *v. g.* trium Trajectoriarum in tribus planis ante plenam correctionem aſſumptis deſcriptarum, ſc. R primæ, *r* ſecundæ & *ρ* tertiæ, Trajectoriæ iſtius ultimæ in accurate poſito plano deſcriptæ Latus rectum principale deſideretur; poterit illud ex Regula Falſi ad normam ſuperiorum inveniri: erit utique illud æquale R + *m r* − *m* R + *n ρ* − *n* R. In vera enim & accurata Longitudine Nodi alterutrius ſuperadditur ejus Longitudini in plano primo (per Prop. XXVIII. determinatæ) exceſſus aſſumptæ Longitudinis in plano ſecundo ſupra præcedentem ductus in *m*, & in Inclinatione plani Trajectoriæ accurata ſuperadditur Inclinationi plani primi (per Prop. XXIX. determinatæ) exceſſus aſſumptæ in plano tertio ſupra Inclinationem præcedentem ductus in *n*. Cumque Trajectoria ejuſque Latus rectum mutetur, cum ob mutatam Longitudinem Nodi tum ob mutatam Inclinationem plani ad planum Eclipticæ, Lateri recto Trajectoriæ in plano primo ſive ipſi R ſuperaddendus eſt *m r* − *m* R, ſc. exceſſus Lateris recti in plano ſecundo

do ſupra Latus rectum in plano primo ductus in m; & etiam ſuperaddendus eſt $n\rho - n$ R, nempe exceſſus Lateris recti in plano tertio ſupra Latus rectum in primo ductus in n. Atque hoc modo conflabitur verum Latus rectum, ſc. R $+ mr \mp m$ R $+ n\rho - n$ R. Nec abſimiliter corrigetur Latus tranſverſum, ſi illud ſit magnitudine definitum.

SECTIO IV.

DE COMETÆ LOCO TAM HELIOCENTRICO QUAM GEOCENTRICO IN TRAJECTORIA SUPERIUS DETERMINATA AD TEMPUS DATUM INVENIENDO; DEQUE TABULIS AD COMETARUM MOTUS EXPEDITE DEFINIENDOS NECESSARIIS.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Tab. XLI. Fig. 2. & 3.

Ex data Parabola V P, *cujus vertex* V *&* *axis* V E, *foco* S *educere rectam* S A, *talem ut area Parabolica* V R A S *comprehenſa ſub rectis* V S, S A *&* *curva Parabolica* V R A *æqualis ſit dato rectilineo, puta quadrato à recta* B *deſcripto; rectaque* S A *ſic educta longitudinem & inclinationem ad axem* V E *calculo definire.*

POnatur factum, & per V ducatur recta V F ad V E normalis, ſitque C punctum in hac, per quod ducta C A ad V E parallela Parabolæ occurrit in puncto A, tali ut juncta S A Problemati ſatisfaciat. Per A ad V E ducatur normalis A D axi in D occurrens. Vocetur V S diſtantia foci à vertice, f; eritque (ut vulgo notum) Parabolæ latus rectum principale $4f$. Vocetur incognita V C, x; eritque A D etiam $= x$, ideoque (ex *Elem. Conic.*) V D vel huic æqualis C A erit

erit $\frac{x^2}{4f}$: Unde rectangulum parallelogrammum VCAD æquale eſt $\frac{x^3}{4f}$, & ſpatium Parabolicum VRAD (quod, ex *Archimedis Dimenſione Parabolæ*, eſt præcedentis ſubſeſquialterum) erit $\frac{x^3}{6f}$, nempe $\frac{2}{3}$ ipſius $\frac{x^3}{4f}$. Porro, cum VD ſit $=\frac{x^2}{4f}$ & VS $=f$, erit SD $=\frac{x^2}{4f}-f$, ſi S ſit inter V & D, ut in fig. 1ma; vel ſi D ſit inter V & S, ut in 2da, erit SD $=f-\frac{x^2}{4f}$; hoc eſt, in 1mo caſu SD $=\frac{x^2-4f^2}{4f}$ & in 2do SD $=\frac{4f^2-x^2}{4f}$: Unde rectangulum ſub AD & DS erit $=\frac{x^3-4f^2x}{4f}$ vel $\frac{4f^2x-x^3}{4f}$; & proinde hujus dimidium, nempe triangulum ASD, erit $\frac{x^3-4f^2x}{8f}$ vel $\frac{4f^2x-x^3}{8f}$. Et igitur ſpatium VRAS (nempe in 1mo caſu æquale VRAD dempto triangulo ASD, in 2do æquale VRAD aucto ABD) erit $\frac{x^3}{6f}-\frac{x^3-4f^2x}{8f}$ in 1mo caſu, & $\frac{x^3}{6f}+\frac{4f^2x-x^3}{8f}$ in 2do; & ideo in omni caſu VRAS æquale $\frac{x^3+12f^2x}{24f}$. Atque oportet hoc æquari ipſi b^2; ideoque $24fb^2=x^3+12f^2x$. Et diſpoſitâ æquatione, ut moris eſt, erit $x^3=-12f^2x+24fb^2$. Per vulgatam igitur Regulam *Cardani* valor ipſius x ſive AD quantitatibus cognitis expreſſus erit $\sqrt{C:12fb^2+\sqrt{144f^2b^4+64f^6}}-\sqrt{C:12fb^2-\sqrt{144f^2b^4+64f^6}}$. Notâ vero AD non late-

Tab. XLI F. 2. & 3.

Tab. XII. Fig. 2. & 3. latebit V D; eſt nempe æqualis quadrato ipſius A D ad quadruplum cognitæ V S applicato. Data igitur eſt (per 3. *Dat.*) compoſita ex D V & V S, cui recta S A æqualis eſt per Corol. 2. Prop. XIV, & proinde dabitur & hæc magnitudine: Sed & data eſt D A; datur ergo (per 1. *Dat.*) ratio inter S A & A D, hoc eſt, inter radium & ſinum rectum anguli A S D, quem S A cum axe comprehendit. Innoteſcit igitur angulus iſte A S D vel V S A: & prius innotuit S A longitudine. Q. E. F.

E converſo etiam in data Parabola invenietur area V R A S, quæ faciat S A rectam æqualem datæ rectæ; hoc eſt, invenietur areæ V R A S ratio ad quadratum rectæ V S, quæ faciat S A in ratione data ad V S rectam.

SCHOLIUM I.

Fig. 4. Superius exhibuimus methodum Calculi in Aſtronomicis uſitatam ad determinandam magnitudinem & poſitionem rectæ A S. Si conſtructio geometrica arrideat magis, illa facillime obtinebitur, æquationem Cubicam ſuperius inventam $x^3 + 12f^2 x - 24 f b^2 = 0$ methodo Geometrarum univerſali conſtruendo per Parabolam propoſitam R V P & circulum. Vocetur propoſitæ Parabolæ latus rectum (quod æquale eſt $4f$) L; $12f^2 = q$, & $24 f b^2 = r$, ut æquatio propoſita ſit in forma Scriptoribus uſitata $x^3 + qx - r = 0$. Capiatur (ſecundum vulgo nota præcepta hujuſce conſtructionis) $VG = \frac{1}{2}L$ in Parabolæ axe, & $GH = \frac{q}{2L}$ (& quidem retro verſus verticem, quia eſt $+q$) hoc eſt, in noſtra æquatione $GH = \frac{12f2}{8f}$ ſive $\frac{3}{2}f$, quo pacto punctum H in medio puncto inter V & S cadet: Nam quia $VG = \frac{1}{2}L$, erit V G dupla ipſius V S; & ablatâ hinc $GH = \frac{3}{2}$ V S, erit $VH = \frac{1}{2}$ V S. Porro, ponatur H K ad

V S

v s normalis $= \frac{r}{2L^2}$; hoc eſt in caſu noſtro $= \frac{24fb^2}{32f^2} = \frac{3b^2}{4f}$; hoc eſt, æqualis $3m$, ſi ponatur $m = \frac{b^2}{4f}$, (ſive rectæ ortæ ſi, per *Prop.* XLV. *El.* I. rectilineum propoſitum applicetur ad Parabolæ latus rectum, & ad illas rectæ v s partes ad quas ducenda eſt s A. Et circulus centro K per v deſcriptus Parabolam R V P ſecabit in puncto quæſito A, eritque A D, ad v s normalis, ipſa x ſive radix præcedentis æquationis. Hæc conſtructio demonſtratione non indiget, quippe conſtructio vulgata æquationis $x^3 + 12f^2x - 24fb^2 = 0$ ex Problematis natura oriundæ: Illam vero facillime inſtituere licet præmiſſæ analyſeos veſtigia relegendo. Tab XLI. Fig. 4.

Pari modo definietur magnitudo & poſitio rectæ A S ex foco s eductæ, talis ut ſpatium Parabolicum Q R A S Q, comprehenſum inter hanc & aliam rectam s Q poſitione datam ab s v diverſam & curvam Parabolæ interjectam Q R A, ſit dato rectilineo B q æquale. Ducto enim s v axe ducenda erit recta s A, ita ut ſpatium V R A S ſit æquale ſpatiorum B q & Q V S ſummæ vel differentiæ, prout s Q jacet ad eaſdem partes ipſius s v ad quas ducere oportet s A, vel ad contrarias.

SCHOLIUM 2.

Poſitis duabus Parabolis quibuſcunque V P & $v\pi$, quarum foci s & σ verticeſque v & v, poſitiſque areis V A S, $v\alpha\sigma$ quadratis à B & β deſcriptis reſpective æqualibus; ſi B fuerit ad v s ſicut β ad $v\sigma$ erunt A S, $\alpha\sigma$, V S, $v\sigma$ proportionales, & anguli V S A, $v\sigma\alpha$ æquales. Quoniam enim Parabolæ omnes ſunt figuræ ſimiles, & foci verticeſque puncta in illis ſimiliter poſita; cumque præterea figuræ V A S, $v\alpha\sigma$ ſint in duplicata ratione laterum homologorum V S & $v\sigma$, (nam hiſce æquales B q & β q Fig. 5.

Tab. XLI. Fig. 5. ſunt in duplicata ratione B ad β, hoc eſt (ex hypotheſi) in duplicata ratione V S ad υ σ;) patet & haſce eſſe inter ſe ſimiles, adeoque angulos V S A, υ σ α æquales, & A S eſſe ad α σ ſicut V S ad υ σ. Atque hinc poſitâ S V diſtantiâ verticis Parabolæ ab ejuſdem foco, numero quovis rotundo expreſſâ, invenientur angulus V S A & longitudo rectæ S A, pro diverſa ratione inter rectilineum B q cui V S A ponitur æquale & quadratum ipſius V S. Et magnitudines rectarum A S angulorumque V S A in Tabulas diſpoſitæ cuivis Parabolæ inſerviunt, cum (ut ſuperius oſtenſum eſt) A S recta eandem retineat in omni Parabola rationem & poſitionem ad V S, eâdem manente ratione inter B & V S.

PROPOSITIO XXXIII.

Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Diſtantiam invenire.

Fig. 6. SIt ☊ V Cometæ Trajectoria, per Prop. XXVI. deſcripta & per Prop. XXXI. correcta, in cujus foco S collocatur Sol; ſitque ω punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Obſervationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus ſit axis V X, cujus poſitio nota eſt per Prop. XXX: Per eandem innoteſcat etiam Tempus quo Cometa Perihelium V tenet; ſitque ☊ ☋ Linea Nodorum per Prop. XXVIII. poſitione cognita. Si correcta Cometæ Trajectoria ω V R deprehenſa fuerit Parabolica, capiatur ſpatium quod ſit ad ſpatium ω V S (ex *Archimedis Quadratura Parabolæ* cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & ſupra inventum momentum quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Obſervationem Cometæ in ω; vocetur ſpatium hoc B q. Per Prop. præc. ipſi B q ponatur ſpatium Parabolicum V R A S æquale, & inveniatur tam

poſitio

poſitio quam magnitudo rectæ SA reſpectu SV, cujus poſitio & magnitudo reſpectu Diſtantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta SA, talis ut area VRAS ſit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta SA tam poſitione quam magnitudine. In utroque caſu, ex A ad Lineam Nodorum ☊ ☋ ducatur normalis AN ipſi ☊☋ occurrens in N; ex eodem A ad Eclipticæ planum demittatur perpendiculum huic in α occurrens; jungantur αN, αS; erit angulus ANα Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti ſunt anguli VSA & VSN, notus erit horum ſumma vel differentia NSA angulus: In triangulo igitur SNA rectangulo ad N datis (ex Prop. præc.) latere SA in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole expreſſo, & angulo NSA, nota erunt latera SN & NA. In triangulo NαA rectangulo ad α notis latere NA & angulo ANα, (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correcta Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ,) innoteſcent reliqua latera Nα & Aα. Rurſus, in triangulo SNα (in plano Eclipticæ) præter rectum ad N nota ſunt latera SN & Nα; quare datur latus Sα & angulus NSα: Sed (per Prop. XXIX.) datur poſitio rectæ SN; quare & rectæ Sα poſitio dabitur, hoc eſt, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, ſive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo SαA rectangulo ad α dantur omnia latera, ſuperius nempe inventa; innoteſcet igitur ASα Cometæ Latitudo Heliocentrica, ſi ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole ſpectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Tab. XLI. Fig. 6.

Tab. XLI. Fig. 5. ſunt in duplicata ratione B ad β, hoc eſt (ex hypotheſi) in duplicata ratione V S ad υ σ;) patet & haſce eſſe inter ſe ſimiles, adeoque angulos V S A, υ σ α æquales, & A S eſſe ad α σ ſicut V S ad υ σ. Atque hinc poſitâ S V diſtantiâ verticis Parabolæ ab ejuſdem foco, numero quovis rotundo expreſſâ, invenientur angulus V S A & longitudo rectæ S A, pro diverſa ratione inter rectilineum B q cui V S A ponitur æquale & quadratum ipſius V S. Et magnitudines rectarum A S angulorumque V S A in Tabulas diſpoſitæ cuivis Parabolæ inſerviunt, cum (ut ſuperius oſtenſum eſt) A S recta eandem retineat in omni Parabola rationem & poſitionem ad V S, eâdem manente ratione inter B & V S.

PROPOSITIO XXXIII.

Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Diſtantiam invenire.

Fig. 6. Sit ☊ V Cometæ Trajectoria, per Prop. XXVI. deſcripta & per Prop. XXXI. correcta, in cujus foco S collocatur Sol; ſitque ω punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Obſervationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus ſit axis V X, cujus poſitio nota eſt per Prop. XXX: Per eandem innoteſcat etiam Tempus quo Cometa Perihelium V tenet; ſitque ☊ ☋ Linea Nodorum per Prop. XXVIII. poſitione cognita. Si correcta Cometæ Trajectoria ω V R deprehenſa fuerit Parabolica, capiatur ſpatium quod ſit ad ſpatium ω V S (ex *Archimedis Quadratura Parabolæ* cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & ſupra inventum momentum quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Obſervationem Cometæ in ω; vocetur ſpatium hoc B q. Per Prop. præc. ipſi B q ponatur ſpatium Parabolicum V R A S æquale, & inveniatur tam

poſitio

poſitio quam magnitudo rectæ SA reſpectu SV, cujus poſitio & magnitudo reſpectu Diſtantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta SA, talis ut area VRAS ſit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta SA tam poſitione quam magnitudine. In utroque caſu, ex A ad Lineam Nodorum ☊☋ ducatur normalis AN ipſi ☊☋ occurrens in N; ex eodem A ad Eclipticæ planum demittatur perpendiculum huic in α occurrens; junguntur αN, αS; erit angulus ANα Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti ſunt anguli VSA & VSN, notus erit horum ſumma vel differentia NSA angulus: In triangulo igitur SNA rectangulo ad N datis (ex Prop. præc.) latere SA in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole expreſſo, & angulo NSA, nota erunt latera SN & NA. In triangulo NαA rectangulo ad α notis latere NA & angulo ANα, (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correcta Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ,) innoteſcent reliqua latera Nα & Aα. Rurſus, in triangulo SNα (in plano Eclipticæ) præter rectum ad N nota ſunt latera SN & Nα; quare dantur latus Sα & angulus NSα: Sed (per Prop. XXIX.) datur poſitio rectæ SN; quare & rectæ Sα poſitio dabitur, hoc eſt, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, ſive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo SαA rectangulo ad α dantur omnia latera, ſuperius nempe inventa; innoteſcet igitur ASα Cometæ Latitudo Heliocentrica, ſi ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole ſpectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Tab. XIX. Fig. 6.

Tab. XLI. Fig. 6. Viciſſim Tempus invenietur quo Cometa datum in Trajectoria ſua Locum tenet.

PROPOSITIO XXXIV.

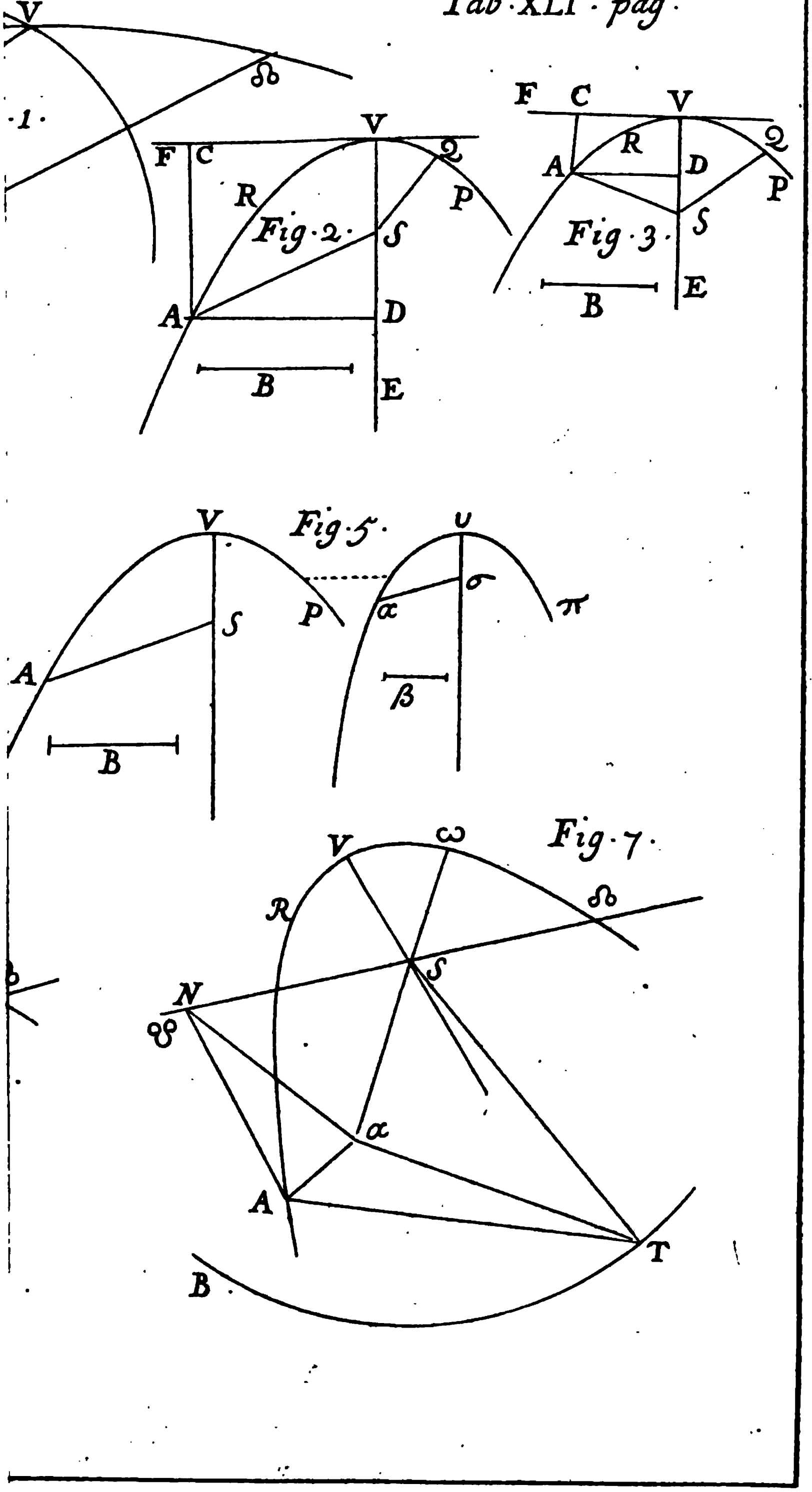
Ad datum Tempus Cometa propoſiti Locum Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure Diſtantiam invenire.

Fig. 7. Iisdem poſitis quæ in Propoſitione præcedente, ſit porro BT Orbis magnus, ſitque in eo T Locus Terræ ad Tempus datum per Prop. XVIII. Lib. III. inventus; jungantur TA, Tα: erit (per *Prop.* XVIII. *El.* XI.) planum trianguli TAα ad planum Eclipticæ normale: In triangulo TSα (in plano Eclipticæ) dantur latera Sα, ST, illud in præc. inventum, hoc ex Theoria Terræ, (utrumque in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole expreſſum,) & angulus TSα ab illis comprehenſus, (eſt enim utrumque poſitione datum;) innoteſcent igitur latus Tα & angulus STα: Sed datur TS poſitione, nempe locus Solis ad Tempus datum; datur igitur poſitio rectæ Tα, hoc eſt, Cometæ in A locus è Terra viſus ad Eclipticam reductus, ſive Cometæ Longitudo Geocentrica quæſita. Porro, in triangulo AαT præter rectum AαT dantur bina latera Aα, Tα, hoc quidem modo inventum in partibus mediocris diſtantiæ Telluris à Sole, illud vero in iiſdem Prop. præc. inventum; innoteſcit igitur angulus ATα quæſita Cometæ Latitudo è Tellure viſa ſive Geocentrica; item hypothenuſa TA Diſtantia Cometæ à Terra. Q. E. F.

Hoc modo patebit quando Cometæ Motus retrogradus fit, reſpectu ejus qui prius fuerat, propter Telluris ſimulque Oculi motum interea factum, prorſus ut in Planetis, cum interim Cometa è Sole ſpectatus in eandem ſemper plagam tendere videatur. Et è converſo Phænomenon hoc Retrogreſsûs Cometæ è Terra obſervati demonſtrat Cometas à Terra non longiſſime diſtare, ſed in Planeta-

rum

Tab·XLI·pag·



UNIV OF

rum regionem deſcendere cum à nobis videntur. Porro cum Oculus & Cometa in diverſis planis circa Solem ferantur, hic ex illo viſus & ad Fixas relatus ex Opticæ legibus circulum inter illas maximum deſcribere non videbitur, ſed varie ab illo deviare; cum interim è Sole, in Trajectoriæ plano collocato, ſpectatus circulum inter Fixas maximum accurate percurrere videretur. Deviatio hæc à circulo maximo, (Planetis etiam competens, ſicut prius Retrogradatio,) Cometas in Planetarum regione citra dubium collocat.

PROPOSITIO XXXV.

Tabulas deſcribere ad Cometarum Loca prompte & expedite invenienda neceſſarias.

DEfinitâ Cometæ cujuſvis Trajectoriâ, ſi hæc inventa fuerit Elliptica, (qualem deprehenſum iri credimus, quippe ſolam inter Conicas Sectiones quæ Cometæ Phænomenis ſatisfaciat, ſi illa fuerint corpora Mundo coæva in Orbem redeuntia Planetarum inſtar,) Tabulæ, quarum ope Cometæ cujuſvis Locus ad datum Tempus expedite invenitur, ejuſdem erunt artificii (ſimiliterque prorſus conditæ) cum Tabulis pro Planetis primariis, earumque uſus idem qui iſtarum, de quibus dictum eſt Propp. XXXIX & XL. Lib. III.

Si Cometarum iſtorum omnium, de quibus Obſervationes accuratæ ſatis exſtant, determinatæ fuerint præterpropter Orbitæ, illorum Periodi ſimul innoteſcunt (ut Schol. Prop. XXX. oſtenſum eſt) & Tempora quibus denuo viſui noſtro ſubjicientur, & ex Obſervationibus tum inſtituendis corrigentur; tandemque Cometæ omnes ad normam reducentur, breviore forſan tempore quam illud factum eſt de ipſis Planetis, poſtquam eorum numerus & in Orbem reditus innotuerunt. Hoc in 24 Cometis (quorum ſc. habentur loca ab Aſtronomis obſervata)

vata) hactenus à D. *Halleio* factum eſſe audio; & Cometarum numerum non eſſe enormiter magnum non deſunt rationes ut credam: Sed quorundam Periodos tam magnas eſſe ſatis eſt veriſimile ex immenſo intervallo Saturnum inter proximaſque Fixas, ut in regionem Planetarum, ubi tantum nobis ſunt conſpicui, non deſcenderint, ex quo Aſtronomi cœperunt Cometas pro Cœleſtibus habere, illorumque Loca accuratius obſervare; ideoque Orbitarum, in quibus iſti moventur, determinatio poſteris relinquenda eſt. Sed & aliquando continget Cometam aliquem integram Periodum abſolvere, nec tamen Aſtronomis ſui copiam facere, propter Solis viciniam; quod ipſi Mercurio, ex eadem cauſa, etiam quandoque accidit. Cæterum Orbitarum Cometicarum Axes majores, propter perturbationem ex attractione vel ab aliis Cometis vel à Jove aut Saturno, poterunt ſitum ſuum paululum mutare, adeoque idem Cometa pro diverſis haberi: Verum iſtud poſt plures revolutiones ſatis patebit; neque enim perturbatio iſta ingentes admodum edet effectus, & Orbita Lunæ, indies licet mutata, Aſtronomico calculo ſubjicitur & pro eadem agnoſcitur.

Verum, licet nondum determinatæ ſint Cometarum Orbitæ, quædam conſtrui poterunt Tabulæ illorum Motibus facilius definiendis, & Trajectoriis promptius deſcribendis, apprime utiles: *ex. gr.* Tabula quâ, ex data Perihelii Cometæ Diſtantia à Sole in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole numero rotundo expreſſæ, prompte definiatur Tempus quo Cometa, poſt appulſum ad Perihelium, ex Oculis noſtris ſeſe ſubducet receſſu ſuo à Sole. Poſito enim Semiaxe majore Orbitæ Telluris partium 100000000, erit (ex circuli dimenſione) arcus 59′ $\frac{1}{7}$ (qualem Tellus motu diurno mediocri deſcribit) earundem partium 1720212, hujuſque pars vigeſima quarta, ſive arcus à Terra motu horario mediocri deſcriptus, partium 71675: Diverſis igitur Diſtantiis Perihelii Cometæ

Cometæ à Sole; in partibus iiſdem expreſſis, reſpectivè adſcribantur partes, Diei vel Horæ ſpatio, à Cometa in Perihelio verſante percurſæ; quippe quæ ſunt ad priores partes ut velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem Terræ mediocrem, hoc eſt (per Prop. XVII.) in ſubduplicata ratione 200000000. Axis majoris Orbitæ Telluris ad Diſtantiam Perihelii Cometæ à Sole; vel adſcribantur partes exprimentes aream quam Cometa, radio ad Solem ducto, dictis Temporibus verrit, (quippe factæ ex ducto priorum in ſemiſſem Diſtantiæ Perihelii à Sole,) vel utræque. Porro, cum per Obſervationem conſtet præterpropter in quanam Diſtantia à Sole (reſpectu Diſtantiæ Telluris ab eodem) oportet Cometam collocari, ut nudo Oculo videri deſinat; hoc eſt, cum detur ratio hujus Diſtantiæ ad Diſtantiam Perihelii Cometæ à Sole, dabitur (per converſ. Prop. XXXIII.) area quam oportet Cometam, radio ad Solem ducto, deſcribere poſtquam Perihelium attigit, ut ad iſtam à Sole Diſtantiam pertingat, hoc eſt, ut videri deſinat; & conſequentèr Tempus poſt Perihelium, utpote (per Prop. XI. Lib. I.) ad Diem unum ut area mox inventa ad ſupra inventam aream Die uno à Cometa, radio ad Solem ducto, deſcriptam, Adſcribatur igitur cuique Diſtantiæ Perihelii congruum Tempus, quo Cometa poſt Perihelium ſuperatum, recedendo à Sole, è viſu noſtro ſe ſubducit.

Similiter prorſus, & ex iiſdem principiis, ſupputabitur Tabula prompte oſtendens Tempus quo Cometa, poſtquam à Perihelio diſceſſit, ad Diſtantiam à Sole pertingit æqualem Diſtantiæ Telluris à Sole, ſi Perihelium Cometæ minus diſtet à Sole quam ipſa Tellus. Et Tabula hæc priori Tabulæ jungetur, unamque quaſi conſtituet; nempe cuique Diſtantiæ Perihelii Cometæ, in partibus Semidiametri magni Orbis expreſſæ, adſcribendo (præter partes à Cometa, in Perihelio verſante, Diei ſpatio percurſas, & partes areæ quas radius vector pari Tempore

verrit, de quibus ſupra) in una columna, Tempus poſt ſuperatum Perihelium quo ád æqualem cum Tellure à Sole diſtantiam pertingit; in altera, Tempus quo pertingit ad Diſtantiam prioris quadruplam aut quintuplam, illam nempe in qua à nobis videri deſinit.

Tertio, commoda admodum erit Tabula per Schol. 2. Prop. XXXII. ſupputata; in qua, poſito numero rotundo pro Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, ad variam magnitudinem areæ VAS (vid. fig. prædicti Scholii) in partibus quadrati à recta SV deſcripti expreſſam adſcribitur congrua quantitas anguli VSA, & congrua longitudo rectæ SA expreſſa in partibus rectæ SV. Ex hac enim, & Tabula præcedente, & nota inſuper Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, prompte innoteſcunt Longitudo Cometæ à Perihelio è Sole viſa, & Diſtantia Cometæ à centro Solis Tempori ante vel poſt Perihelium propoſito congrua. Nam datâ SV in partibus mediæ Diſtantiæ Terræ à Sole expreſſâ; prompte dabitur (ex Tabula prima) area, radio ad Solem ducto, Die uno unâve Horâ à Cometa deſcripta: Dabitur igitur eadem expreſſa partibus quadrati rectæ VS, & Tabulæ huic tertiæ apta; & proinde ex dato Tempore ante vel poſt Perihelium, dabitur area VAS Tempori huic proportionalis in iiſdem partibus; ideoque ex Tabula hac tertia ſtatim patebunt angulus VSA Longitudo Heliocentrica Cometæ à Perihelio propoſitæ areæ & ideo propoſito Tempori congrua, & etiam congrua rectæ SA longitudo in partibus ipſius SV, quæ per Regulam trium exprimetur in partibus Semidiametri Orbis magni.

Sed & aliæ Tabulæ, ad calculum in Cometarum Motibus ſupputandis facilitandum accommodatæ, ex præcedentibus conficientur, pro cujuſque calculi genio & natura, quas proinde Artificis induſtriæ relinquere oportet.

SCHO-

Scholium.

Per methodum prædictam, aut non abſimilem, D. *Halleius* determinavit Orbitam Cometæ, qui ſub finem Anni 1680 & menſibus aliquot ſequentibus illuxit, quam parabolicam aſſumit, invenitque (ut ex ejus literis ad D. *Nevvtonum* conſtat) Orbitæ ejus Perihelium eſſe in ♐ 27^{gr}. 22′. 30″; & proinde Aphelium in ♊ 27^{gr}. 22′. 30″, Orbitæque Latus rectum principale eſſe partium 0, 0243, qualium mediocris Diſtantia Telluris à Sole eſt 1. Præterea, Orbitam hanc ita reſpectu plani Eclipticæ collocatam reperit, ut ad illud inclinatum ſit ejus planum angulo 61^{gr}. 20′. 20″, & Nodus aſcendens ſit in ♑ 1^{gr}. 53′, & deſcendens in ♋ 1^{gr}. 53, Cometamque ita in Orbita hac motum fuiſſe ut Perihelium tenuerit Anno 1680 *Decemb. Die* 8. *St. Jul. Hor.* 0. *minut.* 4. poſt Meridiem. Invenit etiam Orbitam Cometæ Anni 1683 ſequenti modo figuraratam & poſitam; nempe ejus Perihelium eſſe in ♊ 25^{gr}. 29′. 30″, quod tenuit *Jul. Die* 3. *St. Jul. Hor.* 2. 50′; Orbitæ hujus Latus rectum eſſe partium 2, 2408, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole eſt 1, hujuſque Orbitæ planum inclinari ad planum Eclipticæ angulo 83^{gr}. 11′, Nodumque aſcendentem in ♍ 23^{gr}. 23′ verſari, & Nodum deſcendentem in ♓ 23^{gr}. 23′.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SEXTUS

DE ASTRONOMIÆ COMPARATIVA.

IN Libris quinque præcedentibus Aſtronomiam explicuimus Terricolis congruam; hoc eſt, Phænomena Fixarum, Solis, Planetarum & Cometarum deſcripſimus qualia è Tellure ſpectantur, horumque omnium loca ſingula ad datum tempus invenire, aliaque huc ſpectantia expedire ſuo quæque loco docuimus: Libet nunc Aſtronomiam breviter pertexere, qualem reliquorum Planetarum, aliorumve ingentium corporum, quæ per Univerſum diffuſa ſunt, incolæ conderent. Non quod hujuſmodi Aſtronomos uſpiam eſſe credamus, nedum aſſeramus; ſed quod per fictionem ſupponendo Oculum nunc in horum uno nunc in altero collocatum, & Aſtromiam qualem pro varia ſtatione ſua Spectator conderet explicando, inde iis penitius intelligendis, quæ de hac noſtra Terreſtri diximus, lucem haud exiguam afferri poſſe ſperemus: Neque enim de ſpectaculis tam inanibus, & nulli unquam conſpectis aut conſpiciendis, niſi iſtum in finem, diſſeruiſſemus. Ideo, in decurſu, Oculum ſupponemus non tantùm in Planetis circumſolaribus eorumque Comitibus, ubi aliqua poſſe exiſtere ſenſu prædita magni

magni Viri olim & hodie veriſimilliſimum exiſtimarunt, ſed etiam in Cometa aliquo, in ipſo Sole & Fixis, ubi incolas ſtatuere nemo unquam eſt auſus.

Ad hanc rem illuſtrandam magni Viri quamplures operas ſuas contulerunt. Multa, quæ ad hunc ſcopum collimant, docet *Plutarchus* in Libro *de Facie in Orbe Lunæ*. *Keplerus* de *Aſtronomia Lunari* Librum conſcripſit, poſt ejus mortem ſub titulo *Somnii Aſtronomici* editum, in quo plurima tum Phyſica cum Aſtronomica (ut alibi ſemper) oſtendit. At in explicandis phœnomenis è Luna ſpectandis erravit paululum, propter Lunaris corporis librationem ab illo vel neglectam, vel ad cauſas proprias non relatam: Illam igitur totam rurſus pertexere neceſſe habui. Noviſſime illuſtris Vir *Chriſtianus Hugenius Coſmotheoriam* edidit, eruditis conjecturis plenam, in qua multa Aſtronomica, plura Phyſica acumine ſuo digna protulit. Verum duo hi inſignes Viri ſerio de incolis Planetarum agebant; *Hugenius* præcipue qui Terricolis fere ſimiles, certe haud abſimiles, in Planetarum unoquoque exiſtere nullus dubitat; & hunc præcipue in finem librum compoſuit rebus Phyſicis magis quam Aſtronomicis refertum. Ego, qui ſola Aſtronomica tractanda ſuſcepi, nihil de vitæ animali aut ſenſitivæ neceſſariis aut commodis, quæ in Planetarum unoquoque adſunt vel deſunt, adjeci; ſolummodo Oculum (quem ſi aliquando Incolam appellavero, dabit Lector verbo veniam) rerum in ſublimi poſitarum ſpectatorem conſtitui.

Initio autem à Sole, quippe cui Aſtronomia omnis ſimpliciſſima eſt, ſumpto, ad Mercurium reliquoſque ordine Planetas tranſeo: quæ cuique propria ſunt Phænomena maxime conſpicua ſeorſim tractantur; quæ vero pluribus communia ſunt, ad unam eandemque Propoſitionem referuntur. Deinde Oculo ad Cometam aliquem translato, quæ illic ſpectanda occurrant; & Corollarii loco,

loco, qualis videretur Solaris noſtri Syſtematis è Fixa ſpectati facies, deſcriptum eſt. Poſtremo, plurima quæ Spectatori in Lunam Telluris comitem inducto ſe exhibeant Phænomena, quæque porro ex Jovis vel Saturni Satellite aliquo apparerent, enumerantur.

Qualis in ſingulis hiſce ſtationibus futura eſt Aſtronomia tum apparens tum vera, quibus etiam commodis illi fruantur, quibuſve premantur incommodis, qui per Obſervationes ibidem inſtitutas verum Syſtema Planetarum circumſolarium eruere, eorumque Diſtantias & Magnitudines metiri velint, obiter diſputo; & denique Aſtronomiæ ſedem tam inter Primarios quam Secundarios commodiſſimam definio.

Phænomena vero à Terricolis pro præcipuis habita ubique pro præcipuis habeo, *viz.* Diei & Noctis Viciſſitudinem & Menſuram, Fixarum Ordinem, Solis Magnitudinem apparentem, Luminis ejus & Caloris Intenſionem, Anni Menſiumque Quantitatem, Æſtatem & Hyemem, Lunarum Phaſes, Luminarium Defectus, Planetarum Numerum, Directiones, Stationes & Retrogradationes, Phænomenon ad verum Syſtema eruendum aptitudinem, Obſervationum ad Aſtronomicam colendam requiſitarum exactam accurationem & hujuſmodi alia.

PROPOSITIO I.

Phænomena præcipua Oculo in Sole poſito ſpectanda deſcribere.

SI Oculus in Solis centro ponatur undique circumſpectans, Fixæ Planetæque omnes in ſuperficie ſphærica oculo concentrica videbuntur, ſicut & nobis è Terra ſpectantibus contingit; & quidem Fixæ & Via Lactea eodem ordine diſpoſitæ, & in eoſdem Aſteriſmos diviſæ cernentur atque nobis in Terra degentibus. Nam cum nobis, una cum Terra circa Solem delatis, Fixarum ordo & Conſtellatio-

ſtellationum figuræ non mutentur, patet hæc eadem eſſe Oculo ubivis intra hunc circulum collocato, adeoque in Solis centro. Si rerum, à quibus Conſtellationibus nomina ſunt indita, facies anticæ & concavæ depingantur, fient Veterum ſchemata; ſi vero poſticæ & convexæ, prodibunt juniorum figuræ, Globis artificialibus magis congruæ quam ipſi Cœlo.

Patet etiam Fixarum Ordinem eundem permanere Oculo in Solis ſuperficie, vel in Mercurio Venereve poſito, quippe intra Telluris Orbitam contentis. Sed & propter immenſam Fixarum diſtantiam, quâ fit ut Obſervatoris loco moto per integram Orbis magni diametrum Fixarum Ordo ne vel minimum mutatus deprehendatur, ſi Oculus in Saturno, Planetarum Solaris Syſtematis extimo, collocetur, Ordo hic idem manebit, aut ſaltem quoad ſenſum vix mutatus Quæ enim nobis eſt inſenſibilis, ſi decupto major ſit, (quod propter decupto majorem Saturni quam Terræ à Sole diſtantiam contingere poterit,) non valde ſenſibilis evadet.

Licet Planetæ inter Fixas collocati videantur, Obſervator noſter illos à fixis diſtinguere brevi valebit, & uniuscujuſque Periodum obſervare, ac inter ſe mutuo comparare, ſumptâ unius Periodo tanquam menſura, ad quam reliquæ exigenndæ ſunt. Et quamvis Obſervatorem immotum (quippe in Solis centro) ſupponamus, adeoque ſtationis ſuæ mutationem (aut quod hujus inſtar eſt) non habere, quâ Planetarum diſtantias metiatur, naturâ duce concludet, in duobus Planetis invicem collatis, illum eſſe remotiorem qui majus tempus inſumit ut ad eaſdem Fixas redeat; adeoque Saturnum eſſe remotiſſimum, Jovem propiorem, tum Martem, huic inferiorem Tellurem, poſtea Venerem, & omnium infimum Mercurium.

Neque dubitationi locus eſt quin primi Aſtronomi, in Planetarum Ordine eruendo, eandem hanc adhibuerint regulam:

regulam: (Nam opiniones, quarum meminit *Plutarchus Lib.* II. *de Placit. Philoſ.* nempe *Xenocratis* qui una eademque in ſuperficie ſtellas moveri putat, & *Metrodori Chii* & *Cratetis*, qui Solem omnium ſupremum conſtitutum crediderunt, poſt quem Lunam, infra hos errantes inerranteſque, vel deſipientium fuere, vel, quod potius crediderim, eorum qui veritatem obvelare voluerunt:) licet multo difficilius in Terra quam in Sole adhibeatur, propter Planetarum è Terra viſorum Stationes & Retrogradationes; adeoque plures obſervare oportuit eorum revolutiones, ut ex motu medio clare dignoſcerentur Periodi. Sed & cujuſque revolutio integra non tam facile innotuit, cum poſt integram revolutionem non ad eaſdem Fixas è Terra ſpectati redirent, propter Obſervatoris ſedem non in eodem loco repertam. Non obſtantibus hiſce incommodis Saturnum remotiſſimum cenſuerunt quoniam lentiſſimum deprehenderunt, deinde Jovem, poſtea Martem, & omnium infinam Lunam. De trium vero reliquorum, Solis nimirum, Veneris & Mercurii ordine diſputationi locus eſt relictus, cum eorum motus medios per integrum Zodiacum æquales deprehenderunt. Unde aliqui Marti proximam Venerem, huic Mercurium, ac deinde Solem ſtatuere, ut ipſe *Plato* adhuc junior; alii Marti proximum Mercurium, deinde Venerem, indeque Solem poſuere, ut *Porphyrius*; *Alpetragius* ſub Marte Venerem, ſub qua Solem, deinde Mercurium ſtatuebat; alii Marti proximum Solem, huic Venerem, deinde Mercurium, ut ipſe *Ptolemaus*, quomodo Sol in medio Planetarum numerabatur; (quippe cui Saurnus, Jupiter & Mars ſunt ſuperiores & Venus, Mercurius ac Luna inferiores;) quod ab antiquiſſimo & vero Syſtemate, in quo Sol in Planetarum medio verſari perhibetur, etiam tum temporis (ſaltem verbo-tenus) vix extincto, minime abhorruit. Alii interim ex æqualitate motûs medii trium iſtorum Syderum, Venerem & Mercurium Solem

 circum-

circumire ſtatuerunt, illorumque Orbitas à Sole quaſi Epicyclos deferri, quæ ſententia *Ægyptiis* Philoſophis & *Ciceroni* placuit; niſi potius hunc horum trium corporum ordinem cenſeamus reliquias veri Syſtematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Obſervatoris autem noſtri Solaris rationes ab hujuſmodi incommodis turbari nequeunt; ſed Planetæ omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diverſis, ad eaſdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordo abſque omni hæſitatione ſtabilietur. Quod etiam decurſu temporis ulterius confirmabitur, cum (iis inter ſe vel magnitudine prius obſervata, vel diverſo colore, ſatis jam ante diſtinctis) inferior ſuperiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem eſſe; quod ex obſervata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum obſervaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, ſed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non eſſe totam opticam, ſed ejus ſemiſſem Planetæ revera ineſſe, alteram ſemiſſem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite ſtabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole diſtantias inter ſe comparare, deeſt enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Obſervatoris translatio de loco in locum, ſive ſtationum diverſitas, quâ Planetarum diſtantias à ſe invicem cum ſtationum diſtantia conferat.

Quod ſi oculum è Solis centro in illius ſuperficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo ſic conſtituto, eſt æqualis Solis ſemidiametro è Terra viſæ, *ſc.* 16′, & ideo

ideo ſatis ſenſibilis; ipſiuſque Saturni, decuplo magis diſtantis, Parallaxis horizontalis ſeſqui-ſcrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50′ fere aſcendit. Cum igitur Parallaxes iſtæ ſatis ſint ſenſibiles, Planetarum diſtantiæ cum Solis diametro conferentur, ideoque inter ſe mutuo. Oculo ſic collocata Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occaſum ſpatio temporis viginti & quinque è noſtris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piſcium referimus, cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram ſecundam, quæque tribus gradibus ab ipſo Polo non diſtat. Polus auſtrinus erit in 10 gradu Virginis, gradibus 83 vel 84 latus in Auſtrum, vicinâ ſtellâ quartæ magnitudinis, quæ Cl. *Halleio* eſt in Argûs navis primo remo, inſignis.

Et licet Obſervator prædictus nullam Noctis viciſſitudinem patiatur, quippe qui in corporis lucidiſſimi, Diem facientis, ſuperficie verſatur, Fixæ tamen & Planetæ arcus ſupra infraque Horizontem inæquales ſortientur, prout ad Polum elevatum vel depreſſum ab Æquatore declinaverint, plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole ſpectati diverſæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter ſubtendit angulum 18″, Jovis fere 40″, Martis tantum 8″, Veneris 28″, & Mercurii 20″. Cl. *Hugenius* remotiſſimorum, Jovis & Saturni, diametros multo majores ponit; Jovis nempe 54″ fere; & Saturni Annulo nudati, 27″. Si Telluris apparentem è Sole diametrum, inter proximorum, Veneris nempe & Mercurii, diametros apparentes mediam ſtatuamus, erit hæc 24″; ſi inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam ſuperiores duo, Jupiter & Saturnus, prorſus diverſæ Magnitudinis ſunt ab inferioribus) ſtatuamus, erit illa 18″ aut 19″ circiter, quantam D. *Caſſinus* illam ponit.

circumire ſtatuerunt, illorumque Orbitas à Sole quaſi Epicyclos deferri, quæ ſententia *Ægyptiis* Philoſophis & *Ciceroni* placuit; niſi potius hunc horum trium corporum ordinem cenſeamus reliquias veri Syſtematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Obſervatoris autem noſtri Solaris rationes ab hujuſmodi incommodis turbari nequeunt; ſed Planetæ omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diverſis, ad eaſdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordò abſque omni hæſitatione ſtabilietur. Quod etiam decurſu temporis ulterius confirmabitur, cum (iis inter ſe vel magnitudine prius obſervata, vel diverſo colore, ſatis jam ante diſtinctis) inferior ſuperiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem eſſe; quod ex obſervata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum obſervaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, ſed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non eſſe totam opticam, ſed ejus ſemiſſem Planetæ revera ineſſe, alteram ſemiſſem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite ſtabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole diſtantias inter ſe comparare, deeſt enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Obſervatoris translatio de loco in locum, ſive ſtationum diverſitas, quâ Planetarum diſtantias à ſe invicem cum ſtationum diſtantia conferat.

Quod ſi oculum è Solis centro in illius ſuperficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo ſic conſtituto, eſt æqualis Solis ſemidiametro è Terra viſæ, *ſc.* 16′, & ideo

ideo ſatis ſenſibilis; ipſiuſque Saturni, decuplo magis diſtantis, Parallaxis horizontalis ſeſqui-ſcrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50′ fere aſcendit. Cum igitur Parallaxes iſtæ ſatis ſint ſenſibiles, Planetarum diſtantiæ cum Solis diametro conferentur, ideoque inter ſe mutuo. Oculo ſic collocata Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occaſum ſpatio temporis viginti & quinque è noſtris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piſcium referimus, cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram ſecundam, quæque tribus gradibus ab ipſo Polo non diſtat. Polus auſtrinus erit in 10 gradu Virginis, gradibus 83 vel 84 latus in Auſtrum, viciâ ſtellâ quartæ magnitudinis, quæ Cl. *Halleio* eſt in Argûs navis primo remo, inſignis.

Et licet Obſervator prædictus nullam Noctis viciſſitudinem patiatur, quippe qui in corporis lucidiſſimi, Diem facientis, ſuperficie verſatur, Fixæ tamen & Planetæ arcus ſupra infraque Horizontem inæquales ſortientur, prout ad Polum elevatum vel depreſſum ab Æquatore declinaverint, plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole ſpectati diverſæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter ſubtendit angulum 18″, Jovis fere 40″, Martis tantum 8″, Veneris 28″, & Mercurii 20″. Cl. *Hugenius* remotiſſimorum, Jovis & Saturni, diametros multo majores ponit; Jovis nempe 54″ fere; & Saturni Annulo nudati, 27″. Si Telluris apparentem è Sole diametrum, inter proximorum, Veneris nempe & Mercurii, diametros apparentes mediam ſtatuamus, erit hæc 24″; ſi inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam ſuperiores duo, Jupiter & Saturnus, prorſus diverſæ Magnitudinis ſunt ab inferioribus) ſtatuamus, erit illa 18″ aut 19″ circiter, quantam D. *Caſſinus* illam ponit.

E Planetis hiſce ſex tres ſunt ſatellitio donati; Terra nimirum Luna unica ſtipata, quæ ab illa digredi videbitur, cum maxime, ſcrupulis primis circiter 10; Jupiter quatuor Lunis comitatus, quarum extima nunquam ad 9′ à Jove elongari videbitur; Saturnus quinque Satellitibus (præter Annulum) cinctus cernitur, quorum extimus ad parem fere à Saturno diſtantiam diſcedit. Horum Satellitum viæ è Sole viſæ, nunc magis nunc minus oblique ſpectatæ, Ellipſes nunc latiores nunc ſtrictiores videbuntur. Aliquando harum Orbitarum plana producta per Solem tranſeunt, in quo caſu in rectas abeunt Ellipſes prius admodum anguſtæ, quod bis in qualibet Orbitæ iſtius revolutione circa Solem contingit, ſiquidem ipſius planum ſibi ipſi parallelum maneat; unde Satelles nunc à Primario ſuo tegi videbitur & hunc viciſſim tegere, nunc extra ejus diſcum in Ellipſi circumagi.

Planetæ primarii eorumque Satellites ſuperficies habent non tantum non terſas & politas, ſed ne quidem adeo uniformes quin in illis reperiantur loca clariora & obſcuriora, hoc eſt, quæ Solis radios, quibus illuſtrantur, magis minuſve reflectunt. Maculæ hæ rotatione Planetæ circa proprium axem circulos deſcribunt; adeoque è *Sole* ſpectatæ harum viæ in plano Diſci planetarii, nunc ellipticæ videbuntur, nunc rectæ (prorſus ſicut prius Satellitum viæ) prout Sol ſupra iſtorum circulorum planum ad alterutrum latus attollitur, vel in eo reperitur, tempore *ſc.* Æquinoctii in Planeta iſto. Quod ſi macularum harum ſeries ſive faſciæ reperiantur, ut in Marte & Jove contingit, hæ ſimiliter vel in ſemi-ellipſes incurvatæ, (altera namque ſemi-ellipſis poſt Planetam latet,) vel in rectas extenſæ cernentur; quod & extremæ margini Annuli Saturni ſimiliter convenit. Verum macularum aliquæ nunc aliquandiu latent, nunc æque diu apparent, nempe prout Planetæ Polo à Sole averſo vel eidem obverſo propinquæ

quæ ſunt. Hæc in Saturno & Tellure maxime conſpicua ſunt, in reliquis vix; quia in iis Solis illuſtratio ad utrumque Polum ſemper pertingit.

Oculus in Sole poſitus nullam Umbram, nullam Eclipſin cernet, utpote quæ perpetuo à Sole ſunt averſæ. Aliquando Oculo, in ſuperficie Solis conſtituto, cui Planeta in horizonte eſt, Secundarius in penumbra Primarii videbitur, vel penumbra Secundarii in Primarii diſcum projecta; quod ex colore aliquanto fuſciori dignoſcetur.

Cæterum loca Planetarum Heliocentrica (& ideo facile ex dato in Solis ſuperficie puncto viſa) facile determinantur per dicta in Libro III. Immo cujuslibet Planetæ locus Heliocentricus prius determinandus eſt, ut ejus locus Geocentricus definiatur.

Præter Planetas primarios ſex una cum decem Satellitibus, (tot enim hucuſque Terricolis videre contigit,) qui ab Obſervatore Solari in Zodiaco vix ſedecim partes lato, & ad primi motûs circulum haud multum inclinato verſari, omneſque in eaſdem partes, inque Orbitis circularibus Soli fere concentricis, moveri videbuntur; præter hos, inquam, ſunt alterius generis corpora, quorum numerus adhuc incertus, in Orbitis valde excentricis delata (Cometæ dicti) quæ nunc ad Solem proxime accedunt, nunc ab illo in immenſum recedunt. Cometæ hi non in eandem omnes plagam, ſed hic in unam, ille in alteram (licet quilibet per ſe ſpectatus in eandem ſemper) inter Fixas ferri videbuntur; neque in Zodiaco ſive Planetarum via, ſed, ut plurimum, in viis ad hunc admodum notabiliter inclinatis, ſemper autem in circulis ſphæræ maximis.

Cometæ non ſolum maximâ motûs diverſitate à Planetis diſtinguuntur, ſed præcipue Comâ iſtâ, quæ, è Sole viſa, non, ut nobis plerumque, Caudæ inſtar protenditur, ſed circumcirca capiti circumfundi perpetuo videtur,

 ut

ut Cometæ in Solis oppoſito reſpectu Terræ conſtituto uſu venit. Paulo tamen ſpiſſior eſt hæc Coma ad partes verſus quas Cometa inter Fixas tendit, ſed longius protenſa in contrarias, Porro, capillitium hoc majus ſplendidiuſque evadit dum Cometa ad Perihelium deſcendit; non ſolum propter rationes opticas, quod Oculo & Soli illuſtranti vicinior ſit; ſed maxime quod confertior multo ſit vapor è quo conſtat, propter auctum calorem per quem attollitur. Verum ne ſic quidem Cometæ circumfuſa Coma ſpeciem præbebit Solari Obſervatori comparandum cum illa, quam tum temporis Obſervatori Terreno exhibet.

Hæc diſputavimus ex hypotheſi quod Oculus in Sole à circumfuſa huic Atmoſphæra non impediatur, quo minus tam libere longeque proſpiciat atque nos Terricolæ nocte illuni. Si enim viſu gaudeat acutiore vel hebetiore, alia magis diſſita minuſve illuſtrata videre poterit, aut forte ne ea quidem quæ hactenus recenſita ſunt; quæ tamen ſi viderit, non aliter videbit quam ſuperius dictum eſt.

Præter prædicta phænomena eminus ſpectata, maximas in ſuæ ſedis ſuperficie mutationes cernet: Nunc enim magnis, denſis & crebris maculis ſeu inſulis obducta erit, quæ brevi figuras ſuas mutabunt, penituſque diſſipatæ evaneſcent; nunc per diutinum tempus talis nulla (ſaltem tam magna aut denſa) apparet. Verum hæc Oculo, de quo nunc agimus, pro Cœleſtibus non habebuntur; de iis igitur hoc loco plura non adjiciemus.

PROPOSITIO II.

Phænomena Oculo in Mercurio poſito viſa deſcribere.

PRæter iſta de Fixarum ordine, quæ Oculo ubivis intra Saturni Orbem poſito conveniunt, de quibus in præcedente, patet Oculum in Mercurio poſitum Solem videre fere

fere triplo latiorem quam eundem Terricolæ vident, quia (per Propp. XL, & XLII. Lib. I.) Mercurius fere triplo propior eſt Soli quam Tellus. Unde & Solaris Diſcus è Mercurio viſus ſeptuplo major eſt quam qui nobis apparet, & (per Prop. XLVIII. Lib. I.) ſeptuplo majore Luce & Calore, cæteris paribus, fruitur Mercurius quam Terra. At qualitates hæ multum intenduntur & remittuntur pro diverſa Mercurii à Sole diſtantia; nam hujus Orbita eſt omnium multo maxime excentrica.

Gravitas acceleratrix verſus Solem etiam ſeptuplo major eſt illic quam hic. Mercurii denſitas, & conſequenter corporum in ſuperficie poſitorum gravitas acceleratrix verſus ejus centrum (ex Corol. Prop. XLIX. Lib. III.) colligetur; licet minus accurate quam ſupradicta verſus Solem, quia tantum analogice. Verum de hiſce hic & in ſequentibus tacebimus, quippe quæ ad Phænomena Cœleſtia (ſola à nobis hoc in loco conſideranda) nihil attinent.

Nondum per obſervationes compertum eſt an Mercurius circa proprium Axem rotetur, & ideo certo definiri nequit num, Oculo in ejus ſuperficie poſito, omnia extra poſita motu contrario revolvi videantur, hoc eſt, num Diei & Noctis viciſſitudo illic contingat, multo minus quodnam ſit Nychthemeri ſpatium; ita autem fieri ſatis tuto conjicere licet, cum in reliquis Planetis iſtud obtineat. Mercurii vero Annus vix quadrantem Anni noſtri adæquat. An vero varias Anni tempeſtates patiatur Mercurius incertum etiam, quippe quæ pendent ab ignota inclinatione axis, ſuper quem Mercurius in ſeipſum revolvitur, ad planum Orbitæ quam circa Solem deſcribit.

Oculus in Mercurio Solem reſpiciens, Solis Maculis (ſi quæ ſint) nunc in linea recta diſcum ejus trajicientes ab ortu in occaſum, nunc earum viam Ellipticam, in has vel

vel illas partes incurvatam cernet; ut Schol. Prop. LXX. Lib. IV. oſtenſum eſt: Atque omnis hujus Phænomeni varietas ſemel in Anno abſolvitur, in quo bis rectilinea apparebit Macularum ſemita. In hoc caſu Mercurius Maculas omnes in Solis ſuperficie exiſtentes videbit, quoniam in plano Æquatoris Solaris exiſtens utrumque ejus Polum in margine diſci ſiſtit. Ad cum Oculus ſupra Æquatoris Solaris planum verſus alterutrum Polum attollitur, hoc eſt, cum Maculæ Ellipſin deſcribere videntur; Polus alter & Maculæ illi vicinæ in poſtico Solis hemiſphærio latent. In omni vero caſu Macula prope Solis limbum diverſam prorſus figuram induere videbitur ab illa quam in medio diſco refert; quippe admodum oblique ſpectata.

Verum macularum, Solarium, è Mercurio ſpectatarum, via erit ſemper fere recta; quoniam Mercurius à plano Æquatoris Solaris nunquam multum declinat, & igitur vix ſenſibiliter à planis circulorum, quos Maculæ rotando deſcribunt. Cumque planum Orbitæ Telluris omnium maxime ad prædictum planum Æquatoris Solaris inclinetur, Macularum via è Tellure ſpectata curvior apparet quam ſi ex alio quovis Planeta ſpectetur Sol. Curvatura hæc paulo minor erit ex Jove vel Marte ſpectata, adhuc minor ex Saturno, minor adhuc ex Venere, omniumque minima ex Mercurio, ut hactenus dictum. Mercurius videbit etiam viam tum Satellitum tum Macularum aliorum Planetarum, nunc in rectam extenſam, nunc in curvam ſinuatam, harumque aliquas longo nunc tempore latentes, nunc tam diu conſpicuas, prout polo latenti vel conſpicuo propinquæ fuerint.

Mercurio reliqui quinque Planetæ ſunt ſuperiores: Paria igitur ſunt eorum omnium Phænomena Oculo in Mercurio poſito, Phænomenis Martis, Jovis & Saturni è Terra ſpectatorum, de quibus Propp. VII, VIII, & IX. Lib. II

Adeo-

Adeoque Venus & Terra Soli oppoſitæ, pleno Orbe fulgentes radioſque Solis quam directiſſime repercutientes, Mercurio pernoctes ſunt tenebraſque potenter diſpellunt. Cùm enim Venus jam in cornua abiens, & partem minimam ſui hemiſphærii illuſtrati Terricolis oſtendens, tam lucida ſit ut umbram projiciat, luciciſſima apparebit Mercurio, cui integrum ſui hemiſphærium illuſtratum obvertit. Magnæ quoque ſunt Terræ vires in Solis radiis reflectendis, ut conſtat ex luce, qua Lunæ diſcum ſibi obverſum perfundit: Sed hæc tam à Sole illuſtrante quam à Mercurio illuſtrando longius diſſita minores quàm Venus vires in hoc negotio oſtendet; niſi forſan potentius reflectat lumen quàm Venus, quod non eſt veriſimile. Superiorum adhuc minores ſunt in illuminando Mercurio vires quàm quas nobis Terricolis oſtentant.

Nullum inferiorem nobis notum videt Mercurius, adeoque Stellam nullam falcatam, & in cornua extenuatam videt; argumentiſque proinde caret ab hujuſmodi Planetarum phaſibus petitis, quibus verum Mundi Syſtema ſtabiliat: Inferiorum enim Phaſes primo clare evicerunt eorum motus circa Solem ordinari; unde proclive fuit idem colligere de aliorum motibus. Exinde verò quod nos Terricolæ Planetas Mercurio inferiores non cernamus, nequaquam ſequitur nullos tales dari: ipſe enim Mercurius in Sphæra noſtra obliqua raro cernitur, & illo multum nunquam, propter Solis viciniam, cernetur.

Obſervatori huic Mercuriali, ſicut & nobis Terricolis, deſunt media, quibus corporum Cœleſtium diſtantias & diametros cum domicilii ſui diametro, ſuiſve menſuris, comparare poteſt, ſi quidem accuratiora inſtrumenta non adhibeat. Nam Parallaxis Solis ex Mercurio viſi (quantum ex analogia conjicere licet) minor eſt ejuſdem Parallaxi è Terra; diameter utique apparens Mercurii è Sole

minor diametro Telluris apparente eodem: Et Venus Soli oppoſita, Mercurioque proinde proxima, tantundem fere diſtat à Mercurio atque ipſe Sol; Veneriſque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppoſitam, & conſequenter ſibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra viſi non eſt major. Atque hæc duo ſunt magna Mondi corpora, Mercurio proxima, Parallaxin maxime ſenſibilem habentia.

Quoniam autem ipſe Mercurius locum mutat, per Obſervationes in diverſis ſtationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter diſtantiam Mercurii à Sole & alterius cujuſvis P'anetæ diſtantiam ab eodem, ſimili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem eſt illam non tam tuto colligi, quia diſtantia Mercurii à Sole tam magna non eſt reſpectu diſtantia aliorum Planetarum atque Terræ noſtræ diſtantia à Sole: At cùm ſit earum reſpectu adhuc ſenſibilis ſatis, nimirum diſtantiæ Saturni à Sole pars circiter vigeſima quinta; omnium iſtarum diſtantiarum ratio, per Obſervationes in Mercurio factas, ſatis commode definientur, modo Obſervator domicilii ſui motum circa Solem agnoſcat. Sin, ſenſibus fidens, Mercurium ſuum pro immobili certo habeat, ne iſtud quidem præſtare poterit, ſicut nec Aſtronomi Telluris incolæ, quamdiu Tellurem immotam habuere; quod ex Orbium Planetariorum diſtantiis à *Ptolemaicis* aſſignatis, inter ſe tam immane diverſis, phænomenis tamen ſatis conſentientibus, abunde conſtat. In Syſtemate enim immoti loci Obſervatoris, ſi cuilibet ſuperiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus, & obſervatæ ejus diſtantiæ maximæ à loco in ſuo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicandæ ſufficiens, poterit (ſalvis phænomenis) Excentrici deferentis Epicyclum ſemidiameter aſſumi cujuſvis magnitudinis, modo talis ut Planeta, quando proximus, longius

à Terra abſit quam ut illius diſtantia ex parallaxi definiri queat: Immo nihil obſtat quin Martem ſupra Jovem, aut Saturnum infra Martem, collocet, niſi regula Prop. præc. tradita, & hæc quidem ſagacitati non demonſtrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum, è Mercurio viſa, eodem modo inveſtigantur, quo ex Tellure viſa, & Tabularum Lib. III. deſcriptarum ope definiuntur: Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujuſvis prompte definita habeantur, alterius iſtius locus Hermocentricus definietur per praxin praxi Prop. XL. Lib. III. ſimilem; quod & de alio quovis ſimiliter eſt verum, quod ſemel monuiſſe ſufficiat, ne idem in Propoſitionibus ſingulis identidem repetendum ſit.

Cometarum] Phænomena ex Mercurio, aliove quovis è Planetis, viſa eadem fere ſunt cum illorum Phænomenis ex Tellure viſis, de quibus Lib. præced. dictum eſt; neque aliter quam in menſuris differunt.

PROPOSITIO III.

Phænomena Oculo in Venere conſtituto viſa deſcribere.

IN Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quàm in Mercurio, & ſeſcuplo majore quàm è Terra. Unde Solis diſcus Venere plus duplo major quàm nobis, ſimulque Lux, Calor Gravitaſque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus eſt (ejus nempe circa Solem periodus) noſtrorum menſium ſeptem cum dimidio æqualis eſt: Dies verò in Venere die noſtro minor eſt unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas ſuperiores, quorum proinde phænomena ſimilia ſunt illis Martis, Jovis & Saturni è Terra, omniumve è Mercurio viſis. Tellus autem noſtra in Solis oppoſito viſa, & pernox, tum (per

minor diametro Telluris apparente eodem: Et Venus Soli oppoſita, Mercurioque proinde proxima, tantundem fere diſtat à Mercurio atque ipſe Sol; Venerisque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppoſitam, & conſequenter ſibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra viſi non eſt major. Atque hæc duo ſunt magna Mondi corpora, Mercurio proxima, Parallaxin maxime ſenſibilem habentia.

Quoniam autem ipſe Mercurius locum mutat, per Obſervationes in diverſis ſtationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter diſtantiam Mercurii à Sole & alterius cujuſvis Planetæ diſtantiam ab eodem, ſimili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem eſt illam non tam tuto colligi, quia diſtantia Mercurii à Sole tam magna non eſt reſpectu diſtantia aliorum Planetarum atque Terræ noſtræ diſtantia à Sole: At cùm ſit earum reſpectu adhuc ſenſibilis ſatis, nimirum diſtantiæ Saturni à Sole pars circiter vigeſima quinta; omnium iſtarum diſtantiarum ratio, per Obſervationes in Mercurio factas, ſatis commode definientur, modo Obſervator domicilii ſui motum circa Solem agnoſcat. Sin, ſenſibus fidens, Mercurium ſuum pro immobili certo habeat, ne iſtud quidem præſtare poterit, ſicut nec Aſtronomi Telluris incolæ, quamdiu Tellurem immotam habuere; quod ex Orbium Planetariorum diſtantiis à *Ptolemaicis* aſſignatis, inter ſe tam immane diverſis, phænomenis tamen ſatis conſentientibus, abunde conſtat. In Syſtemate enim immoti loci Obſervatoris, ſi cuilibet ſuperiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus, & obſervatæ ejus diſtantiæ maximæ à loco in ſuo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicandæ ſufficiens, poterit (ſalvis phænomenis) Excentrici deferentis Epicyclum ſemidiameter aſſumi cujuſvis magnitudinis, modo talis ut Planeta, quando proximus, longius

à Terra

à Terra abſit quam ut illius diſtantia ex parallaxi definiri queat : Immo nihil obſtat quin Martem ſupra Jovem, aut Saturnum infra Martem , collocet , niſi regula Prop. præc. traditâ , & hæc quidem ſagacitati non demonſtrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum , è Mercurio viſá, eodem modo inveſtigantur , quo ex Tellure viſa , & Tabularum Lib. III. deſcriptarum ope definiuntur : Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujuſvis prompte definita habeantur , alterius iſtius locus Hermocentricus definietur per praxin praxi Prop. XL. Lib. III. ſimilem ; quod & de alio quovis ſimiliter eſt verum, quod ſemel monuiſſe ſufficiat , ne idem in Propoſitionibus ſingulis identidem repetendum ſit.

Cometarum] Phænomena ex Mercurio , aliove quovis è Planetis , viſa eadem fere ſunt cum illorum Phænomenis ex Tellure viſis , de quibus Lib. præced. dictum eſt ; neque aliter quam in menſuris differunt.

PROPOSITIO III.

Phænomena Oculo in Venere conſtituto viſa deſcribere.

IN Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quàm in Mercurio , & ſeſcuplo majore quàm è Terra. Unde Solis diſcus Venere plus duplo major quàm nobis , ſimulque Lux , Calor Gravitaſque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus eſt (ejus nempe circa Solem periodus) noſtrorum menſium ſeptem cum dimidio æqualis eſt : Dies verò in Venere die noſtro minor eſt unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas ſuperiores , quorum proinde phænomena ſimilia ſunt illis Martis , Jovis & Saturni è Terra , omniumve è Mercurio viſis. Tellus autem noſtra in Solis oppoſito viſa , & pernox , tum (per

Prop. IX. Lib. I.) pleno Orbe fulgeat, lucidiſſima apparebit; atque lux hæc à Luna noſtra, etiam pleno Orbe fulgente, augebitur. Luna Tellurem perpetuo comitari videbitur, ut revera fit, & ultra gradûs ſemiſſem quandoque à Tellure digredi.

Venus unicum obtinet Planetam ſe inferiorem, Mercurium *ſc.* qui nunquam longius à Sole evagatur quam 38 circiter partibus, quique ſimilia præbebit ſpectacula Veneri atque Venus & Mercurius Terricolis, de quibus Prop. IV, V, & VI. Lib. I.

Obſervatori in Venere conſtituto non prorſus deſunt media, quibus Cœleſtium diſtantias cum ſuis menſuris conferat; nam Veneris ſuæ diametrum cum menſuris ſibi familiaribus comparabit, ſicut nos Terræ noſtræ cum noſtris, per Schol. Prop. XVII. Lib. II. & Parallaxis Terræ, Soli oppoſitæ, quadruplo major eſt Parallaxi Solis è Terra ſpectati, & ideo non prorſus inſenſibilis: Innoteſcit igitur ratio diametri ſuæ Veneris ad diſtantiam Terræ Soli oppoſitæ & retrogradæ à Venere; hoc eſt, differentiam diſtantiarum Veneris & Terræ à Sole; hæc verò Parallaxis in reliquis Planetis (etiam cùm ſunt Veneri proximi) inſenſibilis fere eſt. Quod ſi Venus motum ſuum circa Solem agnoſcat, exinde colliget rationem inter diſtantias Planetarum à Sole, ſicut Terricolæ colligunt: Et datis autem ratione inter binas quantitates, & differentia inter illas, dantur ipſæ quantitates, & conſequenter aliæ iſtæ datas ad harum alterutram rationes habentes. Sin motum domicilii ſui non agnoſcat Oculus in Venere poſitus, ordinem quidem ſuperiorum (ex regula Prop. I. tradita) conjecturis ſtabiliet, diſtantias verò minime, ut de Merculiali Aſtronomo in præcedente dictum eſt. De Mercurii Soliſque ordine eædem ambigendi rationes quæ veteribus Aſtronomis, Telluris incolis, de Mercurii, Veneris Soliſque ordine; aliis contendentibus Mercurium eſſe ſupra Solem

Solem reſpectu Veneris in centro quieſcentis; aliis illum eſſe infra eundem; aliis denique Mercurii motum circa Solem ceu centrum ordinari volentibus. Mercurium verò Solem ambire tandem conſtabit, cùm viſûs adminicula eouſque promoveantur, ut diverſæ Mercurii phaſes oculis ſubjiciantur. Nam antequam hoc contingat, licebit (ſalvis Phænomenis) eouſque in Planetarum diſtantiis æſtimandis errare, ut ſi Mercurio concedatur Epicyclus, cujus diameter è Venere viſa circiter duo ſigna cum dimidio adæquat, & hujus centrum rectæ Solem Veneremque jungenti, ultrave Solem productæ, alligetur, Epicyclus Deferens vel ultra Polis Orbitam, vel utcunque citra (modo extra Parallaxis diurnæ limites, collocari poſſit. Quod palam eſt exinde, quod Deferentes Epicyclos Mercurii Veneriſque in Syſtemate Terræ immotæ (ſalvis Phænomenis tunc manifeſtis) collocati ſunt longe citra Solem à *Ptolemæi* ſectatoribus, Aſtronomis fere ad unum omnibus; licet nemo ſit qui nunc Planetas hoſce Solem circumire non ultro agnoſcat.

Determinatis ſemel Orbium Planetariorum diſtantiis à Sole, in Syſtemate vero Veneris circa Solem motæ, ſi alteri Aſtronomo conſtitutum ſit Venerem (ſuam ſedem) in Mundi centrum reponere & pro immota habere, illud rite, & ſecundum Opticæ leges, duobus modis efficere poterit. Primo, Venere in centrum promotâ, Solem ſimulque Planetas omnes & eorum Orbitas, quas circa Solem deſcribunt, verſus eandem plagam in rectis parallelis tantundem promovebit; & fiet apud Venerem Syſtema Mundi *Tychonicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur in Orbita æquali, ſimili & contrarie poſita ei in qua Venus circa Solem revera movetur, & Planetæ omnes eorumque Satellites (præterquam quòd à Sole deferantur circa Venerem) eoſdem circa Solem peragebant, Primarii quidem quaſi in Epicyclis, Satellitis vero

in Epicyclo-Epicyclis; & Telluris Orbita Solis Cœlum interſecabit ſimiliter atque Martis Orbita illud interſecat in Syſtemate *Tychonico* apud Terram condito. At Jovis Orbita Solis Orbitum non interſecat, ſed continet, in ſimili Syſtemate apud Martem. Secundo, Syſtema Veneris in centro immotæ legitime condet Aſtronomus, Venerem ſuam in centrum promovendo, ſimulque Solem & omnes Planetas tantundem verſus eandem plagam in rectis parallelis ut prius extrudendo, ſed non Planetarum Orbitas, quas immotas conſervat, eaſdemque quas circa Solem (dum hic in centro maneret) deſcribebant, quippe in quibus Planetas etiamnum circumagere Aſtronomo noſtro eſt conſtitutum; & fiet apud Venerem Syſtema *Ptolemaicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur ut in modo explicato Syſtemate *Tychonico*, & Planeta quivis in Epicyclo movetur æquali, ſimili & contrarie poſito veræ Orbitæ Veneris circa Solem, Epicycli autem centrum in eadem Orbita & eodem prorſus modo atque ipſe Planeta ante Solis extruſionem de centro Veneriſque inibi collocationem, & Telluris Epicyclus in Cœlum Solis deſcendit ſimiliter atque Martis Epicyclus in ſimili Syſtemate apud Terram condito; quod & apud alium quemvis Planetam obtinebit præter Martem. Hoc modo effictum Syſtema *Ptolemaicum* ſibi prorſus conſiſteret, & motus centri Epicycli eſſet à Sole ſolutus, motus verò Planetæ in Epicyclo eidem alligatus, tam in inferioribus quàm in ſuperioribus; &, univerſaliter, Phænomenis omnibus pariter per hoc Syſtema ſatis fieret atque per *Verum* aut *Tychonicum*. Duo hæc Syſtemata (*Ptolemaicum* & *Tychonicum*) permutant Deferentes & Epicyclos: Namque *Tychonicum* eundem Planetis omnibus ſtatuit Deferentem æqualem, ſimilem & contrarie poſitum Orbitæ ſpectatoris Planetæ circa Solem, diverſos verò Epicyclos ſimiles & ſimiliter poſitos veris reſpectivorum Planetarum Orbi-

tis

tis circa Solem ; nam Solis in hoc Syſtemate nullus eſt Epicyclus, ſicuti in vero nulla eſt Orbita, ſed & ibi Epicyclus & hic Orbita puncta habentur, quæ figuræ ſunt ſimiles & ſimiliter poſitæ. At Syſtema *Ptolemaicum* Planetis omnibus Epicyclos ſtatuit prædictæ ſpectatoris Planetæ Orbitæ circa Solem æquales, ſimiles & contrarie poſitos, diverſos vero Deferentes, eoſdem *ſc.* cum reſpectivis eorum Orbitis circa Solem in Syſtemate vero; namque via Solis in hoc Syſtemate eſt Epicyclus cujus Deferens eſt immotum punctum, idem *ſc.* cum Orbita Solis in vero Syſtemate. At cum Syſtema à *Ptolemaicis* aſſertum non ſit ex vero Syſtemate formatum, ſed pedetentim ex Phænomenis extructum abſque ope veri; ideo Orbium deferentium proportio in illo (prout ab ejus cultoribus traditur) eſt ignorata, & tantum ratio inter Planetæ cujuſque Deferentem & Epicyclum ex ejus motibus ſtabilita; unde fit ut in Saturno, Jove & Marte ſemidiameter Deferentis (ex ipſius *Ptolemæi* numeris) ſit ad Epicycli Semidiametrum ut Diſtantia Planetæ à Sole ad Telluris diſtantiam ab eodem. At cum in Syſtemate *Tychonico* idem ſit omnium Planetarum Deferens, ſi ex cujuſque motibus inveniatur vera ratio inter ejus Epicyclum & Deferentem, ex æquo inventa eo ipſo habetur ratio inter omnium Epicyclos, hoc eſt, inter Planetarum omnium Orbitas; atque nihil amplius eſt factum per Syſtema verum. Syſtema *Ptolemaicum* legitimum (hoc eſt, prædicto modo genitum) ponit Planetarum inferiorum Epicyclos Solis Orbitæ æquales: At cùm monſtroſum viſum ſit Epicyclos ponere Deferente majorem, ideo *Ptolemaici* utriuſque Inferioris Deferentem mutarunt in Epicyclum, ita tamen ut quiſque naturam ſuam (quod impedire haud poterant) conſervaret; nempe ut motus centri Epicycli in Deferente ſit Soli alligatus, & ut Planetæ motus in Epicyclo ſit à Sole ſolutus. Hâc permutatione Syſtema ſuum genuinum

ſupra

ſupra deſcriptum reliquerunt, & quaſi *Tychonicum* ſunt amplexi; & in hoc ſolo Inferiorum Syſtema *Ptolemaicum* differt à *Tychonico*, quod, verâ ſemidiametro Deferentis ignoratâ, ponat veram tantum rationem inter ſemidiametrum Deferentis & ſemidiametrum Epicycli, nempe hæc apud *Ptolemæum* eadem eſt cum ratione Diſtantiæ Terræ à Sole ad diſtantiam dicti Inferioris ab eodem in Syſtemate vero. Atque prædicta duo Syſtemata fiunt retentis Orbitis Planetariis Syſtematis veri; mutatis verò illis, numero infinita fabricari poterunt Syſtemata, quorum quodlibet Phænomenis ſatisfaciat, immo quod cujuſvis Planetæ locum reſpectu Terræ eundem (hoc eſt, in eadem poſitione & magnitudine recta è Terra educto) faciat cum ejus loco in Syſtemate vero, quorumque nullum, aliter quàm ex Phyſica, redargui poteſt.

Venerem Comite gaudere pluſquam ſuſpicio eſt ex oculatiſſimi D. *Caſſini* obſervationibus binis Annis 1672 & 1686 caſu factis, in quarum ultima, die 28 *Auguſt.* hor. 4. ſcrup. 15. mane, Teleſcopio 34 pedes longo, per horæ quadrantem vidit quaſi Veneris Comitem $\frac{1}{4}$ diametri Veneris à Venere diſtantem, ejuſdem cum illa Phaſis, (ut oportuit, cùm illorum ſitus, reſpectu Solis illuſtrantis Terræque videntis, idem fuerit,) ſed informem, & diametro quæ Veneris diametri quadrantem non excederet. Quod Comitem hunc non alias viderit D. *Caſſinus*, licet ſummopere anniteretur, exinde forte fit, quod Satellitis hujus ſuperficies minus apta ſit ad Solis lumen reflectendum, quod de Luna noſtræ maculis verum deprehendimus. Si enim integra noſtra Luna tam debiliter lumen reflecteret, atque ejus maculæ quædam obſcuriores, ægre & figuræ male terminatæ apud Venerem videretur: Fatendum tamen hunc Veneris Satellitem (ſi talis detur) diverſæ admodum eſſe naturæ à ſuo Primario,

mario, qui Solis lumen potenter adeo fortiterque remittit, ut tubo 60 pedes longo vix aliquid maculæ ſimile potuerit *Hugenius* in eo animadvertere; quod etiam in cauſa eſt cur poſitio axis, circa quem motu diurno convertitur, non ſit definita. Verum diverſitas hæc inter Venerem ejuſque Comitem exhinc forte provenit, quod non ſolidus Veneris globus, ſed illi circumfuſa Atmoſphæra denſior vaporibuſque referta, lumen Solis ad nos repercutiat, qualis tamen Comiti ejus non circumfunditur, ſicut nec Lunæ noſtræ, denſa licet ſatis Atmoſphæra, & nebulas vehens, Terræ circumfundatur, quæ hanc è Venere aſpicienti ægre permitteret Terrarum Mariumque diſtinctionem percipere, ſed æquabilem fere ejus ſuperficiem, & luce æqualiter perfuſam repræſentaret, qualem nos Venerem videmus, Si Venerem Luna comitetur ſua, in omnibus fere Planeta iſte Telluri noſtræ aſſimilatur, à qua & Anni & Diei quantitate, & Caloris gradu minus differt quàm alter quivis Planeta.

PROPOSITIO IV.

Phænomena Oculo in Marte poſito viſa deſcribere.

SOl è Marte ſeſcuplo minore diametro apparet quàm è Terra; & proinde duplo minorem in Martis regione impertit lucem & calorem quàm nobis Terricolis. Sed hæc, propter magnam Orbitæ Martis Excentricitatem, mutantur ſenſibiliter, licet non tantum atque in Mercurio.

Martis Annus binis fere è noſtris eſt æqualis; Dies verò naturalis noſtro paululum major: Artificialis vero dies, quo Sol ſupra Horizontem lucet, (præter Crepuſcula ante Solis ortum, & poſt ejus occaſum pro altitudine atmoſphæræ diuturna,) nocti perpetuo eſt & ubique fere æqualis, & ideo parva æſtatis hyemiſque diſcrimina in

eodem loco ſentiuntur ; & hæc quidem quia Axis diurnæ revolutionis ad planum Orbis Martis normalis fere eſt. Interim loca, in diverſis diſtantiis à medio inter Polos circulo, diverſos admodum habent Caloris gradus, propter diverſam radiorum Solarium inclinationem ad Horizontem, ſicut in Terra Æquinoctii tempore fit : Atque hinc ortas eſſe Faſcias ſuſpicor, dicto circulo inter Polos medio parallelas. Cùm enim idem Caloris gradus in eodem Climate ſemper maneat, veriſimile eſt Maculas in Marte (ſicut in Terra nubes & nivem) calori frigorique ortum ſuum debentes ſecundum dicta Climata extendi, faſciaque efficere circulis revolutionis diurnæ Martis parallelas; quod etiam de Jove verum eſt, cùm ille æque ac Mars perpetuo gaudeat Æquinoctio.

Martis incola duos cernit Planetas ſuperiores, Jovem & Saturnum, duoſque inferiores, Terram Veneremque; quorum phænomena ſimilia ſunt phænomenis ſuperiorum & inferiorum ſupra deſcriptis. Mercurium nunquam videbit (quippe nunquam longe ultra Signi ſemiſſem à Sole elongatum) niſi forte, maculæ inſtar, Solis diſcum tranſeuntem; ſaltem ſi Marti circumfuſa ſit atmoſphæra Terreſtri noſtræ æquicraſſa & ampla, qualem arguunt obſervationes Fixarum obſcuratarum & prope extinctarum antequam Martis globum attingere videntur. Venerem à Sole elongatam videbit quantum nos Mercurium, Terramque quantum Terra Venerem : Cumque Tellus, è Marte viſa, Soli fere conjuncta & proxima apparet, illud in Terra videbit quod Cl. D. *Caſſinus* ſemel biſve in Venere ; nempe Planetam inferiorem falcatum, Comitemque ejuſdem phaſis juxta poſitum, quem, cum maxime, non ad gradus trientem ab illo elongatum videbit.

Aſtronomus in Marte poſitus mediis penitus eſt deſtitutus, quibus Cœleſtia corpora Marti ſuo conferat, eorumque

rumque diſtantias menſuris ſibi notis ; propter Planetarum proximorum Jovis & Terræ diſtantiam , & domicilii ſui parvitatem. Telluris enim , etiam cùm ſibi proximæ omniumque Cœleſtium infimæ , parallaxis non erit ſenſibilis , quippe non ultra 12 ſcrupula ſecunda aſcendens, quanta fere eſt Solis parallaxis nobis Terricolis. At ſi Martis ſui motum circa Solem agnoſcat , Cœleſtium diſtantias inter ſe comparare poteſt : ſi non , ne hoc quidem ; ut fuſe in duabus præcedentibus Propoſitionibus oſtenſum eſt.

PROPOSITIO V.

Phænomena Cæleſtia Oculo in Jove collocato ſpectanda deſcribere.

SOl è Jove paulò plus quàm quintuplo minore diametro apparet quàm è Tellure ; & ejus proinde Lux & Calor vigeſies & ſepties in Jove quàm apud nos minor. Jovis Annus duodecim fere è noſtris æqualis eſt : Dies vero naturalis noſtro viciſſim minor ; utpote qui ad decem ex horis noſtris vix aſcendit : (Atque motus Jovis circa proprium axem periodo abſolvitur omnium minimâ earum , quas in Cœlo hactenus obſervarunt Aſtronomi:) Unde apud Jovem ultra decem mille dies in Anno numerantur. Dies Jovialis fere in diem artificialem & noctem dividitur , per univerſam Jovis ſuperficiem ; cùm Axis, circa quem Jupiter revolvitur , ſit fere normalis ad planum Orbitæ , quam ille circa Solem deſcribit : Unde ſimilia obtinebunt atque in Marte , de quibus in præcedente dictum eſt.

Quatuor licet ſint Planetæ primarii Jove inferiores, illorum nullum cernet Oculus in Jove poſitus ; ſi hunc ponamus acutiore viſu non pollere quam nos , & atmoſphærâ involutum eſſe qualis Telluri circundatur : Nam

ipſe Mars, qui omnium longiſſime à Sole digreditur, non ultra 18^{gr}. elongari videtur; cùm autem Mars & parvus ſit, & Solis lumen debiliter remittat, hic in ea à Sole diſtantia vix videbitur. Verum quidem eſt Solis lumen apud Jovem non eſſe tam ſplendidum atque apud nos, ideoque vicinas Stellas ab illo non tantum offuſcari; ſed & Martis, Terræ, Veneriſve lumen in eadem ratione, propter diſtantiam Oculi auctam, minuitur: Unde, in elongatione pari à Sole, è Jove viſi etiam pariter extinguuntur à lumine Solis. Poterunt autem Jove inferiores è Jove in Solis diſco macularum inſtar ſpectari; ſed iſtud caſu tantum fiet: Nam Jovialis Aſtronomus de illorum exiſtentia non magis certus quàm nos de exiſtentia Planetarum Mercurio inferiorum illorum motus non tenebit, ut ad ſpectaculum debito tempore attendat; unicum igitur Saturnum, eumque ſuperiorem, videbit Oculus in Jove poſitus.

At interim quatuor Comites ſuos, in vicinia poſitos & Solis lumen fortiter reflectentes, cernet in circulo medio inter Polos motûs primi delatos, niſi quatenus per parallaxin, ab Oculo verſus alterutrum Jovis Polum poſito, inde in alterum declinare videantur; adeo ut Planetarum numerus, Oculo in Jove poſito, ad ſenarium aſcendat. Quippe nullum eſt dubium quin domicilium ſuum, Jovis globum, pro immoto habens (quod ob magnitudinem immenſam ſupra ſibi ſatis compertos Planetas propiores potiore jure fiet quàm à Terricolis Terra) quatuor ſuos comites Planetas ſtatuat, quibus Solem Saturnumque annumerat, plane ſicut nos Lunam reliquis ſex annumeramus: Et quidem in eorum ordine vix aberrabit, ſi illum remotiorem habeat, qui longiore tempore Cœli circuitum circa Jovem abſolvit.

Porro, quatuor Inferiorum diſtantias cum menſuris ſuis comparabit facile; haſce nimirum cum Jovis diametro, ſicut nos noſtras cum diametro Terræ; & Planetarum quatuor proximorum diſtantias cum diametro Jovis facilius quàm nos Lunæ diſtan-

diſtantiam cum diametro Terræ : Nam remotiſſimi illorum è Jove ſpectati Parallaxis horizontalis eſt pluſquam duplo major Parallaxi horizontali Lunæ è Terra viſæ, adeoque valde ſenſibilis. At licet Jovis globus ſit immenſe magnus reſpectu Terræ noſtræ, Parallaxis Solis è Jove viſi vix erit ſenſibilis, quippe ad 20″ non aſcendens; neque Saturni (etiam Soli oppoſiti & Jovi proximi) multo major erit Parallaxis : Jovis igitur incola Solis & Saturni diſtantias cum menſuris ſuis ægre comparabit. Si ſui Jovis motum circa Solem agnoſcat, rationem inter diſtantias Jovis & Saturni à Sole facile definiet, aliàs non; ut Prop. III. explicatum eſt.

Duo igitur Planetarum genera diſtinguet Obſervator Jovialis ſenſibus innixus; proximos nempe quatuor, & remotiſſimos duos Solem & Saturnum, hos diametro minore, illos multo majore apparentes. Nam è remotioribus Sol videtur circiter 6′ latus, cùm Saturni etiam proximi diameter vix ad ſcrupuli beſſem aſcendat. Reliquorum à Jove quartus eâ fere magnitudine videtur quâ Terricolis Luna, quinquies nempe majori diametro, & vigeſies ac quinquies majore diſco quàm Sol ex eodem Jove; & ſi Satellites reliqui non ſint extimo multo minores, hi è Jove viſi adhuc majores apparent, ſi quidem ſinguli ſint Tellure noſtrâ haud minores, ut perſpicaciſſimo Coſmographo D. *Hugenio* videntur. Diſtinguentur præterea quatuor propiores & apparenter majores à remotioribus & minoribus, quòd in Planetis propioribus quadrata temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum eorundem à centro ſui Jovis; hoc verò minime obtineat, ſi majorum quivis cum minorum aliquo comparetur. Quamvis propiores appareant majores, ipſe Sol illis immenſe magis lucidus videbitur : Immo ex eorum phaſibus, ab ipſorum ad Solem aſpectu pendentibus, totidem Lunæ videbuntur. Unde quatuor Menſium genera agnoſcet Jovis incola à

totidem Lunis denominata. Minimorum Menſium ultra 2407 in Anno continentur; Menſium proxime majorum numerus in Anno quaſi duplo minor; ordine tertiorum numerus in Anno Joviali ſecundorum quaſi ſubduplus, ſive minimorum fere ſubquadruplus; maximorum vero Menſium ſunt in Anno fere 254. Et ideo licet Temporis Notatio ſit apud Jovem intricatior, quia Annus magnum Dierum numerum continet, per quatuor hæcce Menſium genera illa expedita ſatis redditur; in Menſe enim minimo quatuor tantum erunt Dies cum quadrante; in maximo vero paulò plus quàm Dies quadraginta.

Præterea, Lunæ hæ, Soli è Jove oppoſitæ, in Jovis umbram incurrentes deficiunt, & viciſſim Soli conjunctæ, umbras ſuas in Jovem projicientes, ſpeciem Solis deficientis Oculo in regione per umbram occupata (quæ parva ſatis eſt ſuperficiei Jovis portio) poſito præbent, plane ut Luna noſtra. Quoniam vero Lunarum iſtarum Orbitæ circa Jovem ſunt in plano (omnes quidem in eodem quamproxime, niſi quod à Jove ſecundus inde paululum deflectat) ad planum itineris Jovis circa Solem inclinato, Eclipſes iſtarum Lunarum centrales ſunt & maxime diuturnæ, cùm Sol in Nodo Lunarum alterutro verſatur. Sole extra hunc ſitum verſante, Eclipſes etiamnum totales eſſe poterunt, licet non centrales; quia umbra Jovis decuplo fere latior eſt quàm Satellitum quivis, & Lunæ cujuſvis diameter apparens quintuplo major Solis diametro apparente. Atque inſignis hæc diametrorum inæqualitas, & parva plani Orbitarum Satellitum inclinatio ad planum Orbitæ Jovis circa Solem, in cauſa eſt cur Eclipſes, tam Lunarum quàm Solis, ſingulis revolutionibus contingant, licet Sol longe à Nodis diſtet. Et quidem inferiores, licet Sol è Jove viſus omnium maxime à Lunarum Nodis diſtet, etiamnum in Jovis umbram incurrunt, & eorum umbræ Jovem viciſſim attingunt; remotiſſimus vero in hoc

caſu,

caſu, per Jovialis Anni ſextantem, umbram in Solis oppoſito effugit, & viciſſim Jupiter illius cum Sole conjuncti umbram: Sed & Eclipſium partialium phænomena temporibus lociſque intermediis cernet Oculus in Jove poſitus. Porro Eclipſis Lunæ per Lunam hîc contingit, cujus phaſis aliquando plane diverſa eſt, immo contraria prius deſcriptæ Eclipſi Lunæ in Jovis umbram incurrentis: in hac enim, primo deficit Lunæ limbus orientalis, & occidentalis ultimo ex umbra emergit; in illarum vero aliis, primo deficit occidentalis limbus, & orientalis ultimo lumen ſuum recuperat, in aliis è contra. Jovis umbra, licet longe ultra ſuos Satellitus porrecta, ad alium Planetam non porrigitur, quod in omnibus aliis Primariis etiam obtinet. Nam ſolus Saturnus in illam, ſi vel infinita eſſet, immergi poteſt; umbra vero Jovis ad Orbem Saturni porrigi nequit, niſi Jovis diameter ſit quaſi ſemiſſis diametri Solis, & ad partem nonam vix aſcendit.

Si Jovis ſuperficies fluido magna ex parte tegatur, & Maria iſta navigari fingamus; Navigatio percommoda erit, cum propter Noctes breviſſimas, eaſque ex Lunarum multitudine vix unquam illunes, plerumque per illarum plures admodum clares, tum quod illarum auxilio curſus ſuos regere poſſint. Sed & ex tam multiplicibus Eclipſibus loci Longitudo facillime definietur, & Hydrographicæ Tabulæ accuratæ conſtruentur; quod in tam vaſto globo percommodum eſt, cujus nempe ſuperficies centuplo (immo ex D. *Hugenii* ſententia quadringenties) major ſuperficie Telluris ejus menſuram laborioſiſſimam redderet. At Æſtus Maris reciprocus ex quatuor Lunis (Solis enim illic ad hanc rem exiguæ ſunt vires) oriundus varius eſt, & præterquam calculis ſubducendis aſſueto incertus.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Phænomena Cœleſtia præcipua, quæ Oculo in Saturno poſito occurrunt, deſcribere.

SOl è Saturno fere decuplo minore diametro apparet quàm è Terra, & ejus Diſcus, unaque Lux & Calor, nonaginta ſaltem vicibus minor quàm hîc. Saturni Annus triginta fere è noſtris æqualis eſt: quam autem rationem Dies Saturnia ad noſtram habeat, incertum eſt; nam periodus revolutionis Saturni circa proprium Axem nondum conſtat. *Hugenius* quidem ex intimi Comitis diſtantia ac periodo, horumque comparatione cum diſtantia & periodo intimi Jovialium, veriſimile cenſet non eſſe longiores Dies illic quàm in Jove. In hanc ſententiam abit, quoniam pro indubitato habet Solis & Primarii rotationis Primariorum & Secundariorum, (quam in eaſdem quidem partes fieri certum eſt,) aut ſaltem rotationem corporis centralis & Planetarum illud comitantium ab eadem cauſa pendere; adeoque è converſo, cùm Satellites circa Saturnum rotatos obſervaverit, & hunc circa Axem ſuum revolvi nullus dubitavit, & pari fere quo Jupiter tempore, ob Satellitum periodos haud impares. At ſi conſideretur cauſam rotationis Primariorum circa Solem, Satellitumve circa Primarium, non eſſe vorticem ullum, aut quod hujus inſtar eſt, (cui opinioni prædictum argumentum innititur,) ſed Planetas motu compoſito ex projectili prorſum in recta, & ex gravitate verſus corpus centrale (circa quod in ſpatio libero & tantum non vacuo moventur) deferri, & Satellites Saturnios eodem modo in Saturnum gravitare, ſive is circa Axem revolvatur ſive quieſcat; patet, ex rotatione Satellitum ipſius Saturni rotationem circa proprium Axem non recte colligi, nedum hujus periodum. Verum quidem

dem eſt admodum eſſe probabile Saturnum circa Axem revolvi, ut *ſc.* nunc hanc nunc illam ſui faciem Soli, lucis & caloris in ſuo Syſtemate fonti, obvertat: At rotationis periodum exhinc colligere impoſſibile videtur, cùm hæc ad rerum Saturno contentarum naturam (nobis certe prorſus ignotam) à ſapientiſſimo & omnipotente Deo Creatore accommodata ſint. Si Saturni Axis ſit plano Annuli Saturni Obitarumque Satellitum perpendicularis, (ut vult *Hugenius*,) tum Polorum & Æquatoris idem eſt inter Fixas ſitus in Saturno atque in Terra; eadem igitur Polaris Stella, eodemque modo, in ſimilibus latitudinibus, oriuntur & occidunt Conſtellationes. Atque hæc obtinent, ſi is ſit ſitus Annuli quem *Hugenius* in *Syſtemate Saturnio* poſuit, quem & nos ſuppoſuimus Lib. IV. cum de ejus phænomenis ageremus: At ſi per obſervationes magis accuratas diverſus deprehenſus fuerit, (ut in Coſmotheoria innuit,) prædictorum phænomenon menſuras diverſas ex ſuperioribus colliget quivis. Dies apud Saturnum ſunt admodum inæquales, magnaque Æſtatis & Hyemis diſcrimina; hæc enim à quantitate inclinationis plani Æquatoris ad planum Orbitæ Saturni circa Solem pendent, quàm *Hugenius* poſtea 31^{gr} poſuit, triente fere majorem quàm que in Tellure obtinet, ubi diſcrimina iſta ſunt valde ſenſibilia. Apud Saturnum in Latitudine 59^{gr} Dies longiſſima nullâ Nocte interrumpitur, nec Nox longiſſima ullâ Die. Et Zonæ duæ frigidæ circa Polos extenſæ (quarum quælibet 62^{gr} lata) pluſquam decuplo majores ſunt quàm integra Telluris noſtræ ſuperficies.

Oculus in Saturno poſitus è Primariis ſolum Jovem videre poterit, Solem perpetuo comitantem, nec ab illo niſi 37^{gr} circiter quandoque elongatum. Hoſce duos propriis ſuis quinque Comitibus annumerans, ſeptenarium Planetarum numerum Saturno viſorum complet, quos in quinas Lunas duoſque alios diſtinguit, (ut in Prop. præc.

Jupiter;) cùm ob eaſdem rationes, tum ob hanc etiam quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31gr inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno ſit pluſquam tertiâ parte Cœli latus, ſi hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phaſes ſimiles harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, niſi quod æſtate hyemeve, cùm Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli oppoſita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus ſileat. Nam mediâ æſtate hyemeve Luna Soli conjuncta à Sole diſtat quantum Luna noſtra biduo & ultra ante vel poſt Novilunium, & Soli oppoſita tantum ab oppoſitione illa directa, quæ plenum Orbem facit, quantum noſtra Luna biduo & amplius ante vel poſt Plenilunium: ideoque ſimiles tum erunt earum Phaſes atque Lunæ noſtræ duobus diebus & ſemiſſe ante vel poſt ſyzygiam. Unde iſtis Anni Saturnii tempeſtatibus nullæ contingent Lnminarium Eclipſes. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta eſt.

Cùm Annus Saturnius diuturnior ſit Joviali, plura etiam ſunt Menſium genera ad illum in partes diſtinguendum. In Anno ſunt ultra 5700 Menſes minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Menſium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Menſium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum ſuarum diſtantias cum *menſuris* ſuis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major eſt Parallaxi Lunæ noſtræ. At Solis Parallaxis 9″ non excedit; ideoque inſenſibilis eſt, inſtar Parallaxis Solis è Terra viſi.

Oculo in Saturno poſito maxime mirandus eſt Annulus iſte Saturnum cingens, de quo Lib. IV. dictum: eſt quippe eminus viſus ſpectaculum ſui generis unicum, quodque

que Philoſophorum omnium Oculos jamdudum in ſe convertit. Annulus hic acutiſſ. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ cauſas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Cruſtas Nucleoſque concentricos diviſum ſupponeret *Tranſact. Philoſ.* N° 195. poſt *Keplerum* qui idem fecit *Lib.* IV. *pag.* 586. *Epit. Aſtron. Copern.* cùm, ex directione magnetica, cauſas inæqualitatis Planetarum in altum inveſtigaret. Quid enim ſi Annulus hic ſit pars reliqua, exterioris Cruſtæ in Nucleum interiorem jam collapſæ, ejuſque quaſi ruinæ adhuc ſpectandæ? Nam ſi Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus eſt in hunc diem Annulus, illa è Sole viſa ejuſdem erat magnitudinis atque eſt nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cùm Annuli extimus margo ſupra Saturni ſuperficiem exſtet ad altitudinem, quæ eſt ſeſquiquarta ſemidiametri Saturni, hunc ad diſtantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus eſt poſitus) majorem quam 64^{gr} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque eſt circa utrumque Polum, 43^{gr} fere lata, Annuli ſpectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde ſecundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promoto ad diſtantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, niſi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleſte corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipſo Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, conſtitutus Stellas nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem poſitas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obſtante *ſc.* Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in

Jupiter;) cùm ob eaſdem rationes, tum ob hanc etiam, quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31^{gr} inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno ſit pluſquam tertiâ parte Cœli latus, ſi hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phaſes ſimiles harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, niſi quod æſtate hyemeve, cùm Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli oppoſita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus ſileat. Nam mediâ æſtate hyemeve Luna Soli conjuncta à Sole diſtat quantum Luna noſtra biduo & ultra ante vel poſt Novilunium, & Soli oppoſita tantum ab oppoſitione illa directa, quæ plenum Orbem facit, quantum noſtra Luna biduo & amplius ante vel poſt Plenilunium: ideoque ſimiles tum erunt earum Phaſes atque Lunæ noſtræ duobus diebus & ſemiſſe ante vel poſt ſyzygiam. Unde iſtis Anni Saturnii tempeſtatibus nullæ contingent Lnminarium Eclipſes. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta eſt.

Cùm Annus Saturnius diuturnior ſit Joviali, plura etiam ſunt Menſium genera ad illum in partes diſtinguendum. In Anno ſunt ultra 5700 Menſes minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Menſium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Menſium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum ſuarum diſtantias cum *menſuris* ſuis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major eſt Parallaxi Lunæ noſtræ. At Solis Parallaxis 9' non excedit; ideoque inſenſibilis eſt, inſtar Parallaxis Solis è Terra viſi.

Oculo in Saturno poſito maxime mirandus eſt Annulus iſte Saturnum cingens, de quo Lib. IV. dictum: eſt quippe eminus viſus ſpectaculum ſui generis unicum, quodque

que Philoſophorum omnium Oculos jamdudum in ſe convertit. Annulus hic acutiſſ. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ cauſas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Cruſtas Nucleoſque concentricos diviſum ſupponeret *Tranſact. Philoſ.* N° 195. poſt *Keplerum* qui idem fecit *Lib.* IV. *pag.* 586. *Epit. Aſtron. Copern.* cùm, ex directione magnetica, cauſas inæqualitatis Planetarum in altum inveſtigaret. Quid enim ſi Annulus hic ſit pars reliqua, exterioris Cruſtæ in Nucleum interiorem jam collapſæ, ejuſque quaſi ruinæ adhuc ſpectandæ? Nam ſi Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus eſt in hunc diem Annulus, illa è Sole viſa ejuſdem erat magnitudinis atque eſt nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cùm Annuli extimus margo ſupra Saturni ſuperficiem exſtet ad altitudinem, quæ eſt ſeſquiquarta ſemidiametri Saturni, hunc ad diſtantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus eſt poſitus) majorem quam 64^{gr} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque eſt circa utrumque Polum, 43^{gr} fere lata, Annuli ſpectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde ſecundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promoto ad diſtantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, niſi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleſte corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipſo Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, conſtitutus Stellas nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem poſitas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obſtante ſc. Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in hoc

hoc caſu illuſtratur. Quam lata autem ſit Zona iſta, per obſervationes in Tellure factas difficile eſt determinare, cùm Annuli craſſities exigua ſit; illam *Hugenius* ſexcenta milliaria *Germanica* efficere putat. Hanc ex Saturni ſuperficie accuratè determinare facile erit, cùm paulo plus quàm ſemidiametro ſupra eandem elevetur. Si Oculus extra Æquatorem poſitus intelligatur, ſpatium Cœli continens Stellas ab Annulo tectas diverſæ erit magnitudinis & figuræ, pro diverſo Oculi ſitu.

Per Anni Saturnii ſemiſſem, altera Annuli facies à Sole illuſtratur; unde qui iſtud hemiſphærium incolunt cui hæc obvertitur, hoc eſt, qui æſtatem habent, Annuli portionem, quæ ſupra Horizontem exſtat, illuſtratàm de die cernunt tenuiter lucentem (ſicut nos Lunam præſente Sole) ſi atmoſphæra Saturno circumfundatur, & ad plagam verſus quam eſt Polus depreſſus poſitam; de nocte verò ejus lumen fortius eſt, ſicut & noſtræ Lunæ abſente Sole: Et ex maculis, ejus vel quies vel motus, hujuſque velocitas definietur. Poſt Solis occaſum Arcûs hujus lucidi pars Orientalis umbrâ (nempe ipſius Saturni) inficitur, quæ, procedente nocte, paulatim aſcendit, donec nocte mediâ ejus partem ſummam ſive verticem occupat, unde paulatim verſus occidentalem ejus partem movetur, prout Sol ad ortum vergit. Arcus hic lineam meridianam ſemper oſtendet; planum enim ad Horizontem erectum, per Arcûs verticem tranſiens, eſt in Meridiano. Si Oculi diſtantia, ab Æquatore minor ſit 52^{gr}, Annuli Arcum concavum æque ac convexum cernet, inſtar fornicis, hinç inde ab Horizonte aſſurgentem; infra quem, nempe inter Arcum lucidum & Horizontem, Cœlum cernet Stellaſque in regione iſta. Si verò Oculus magis quam 52^{gr}, minus verò quàm 64^{gr}, ab Æquatore diſtet; partem cavam minime cernet, ſed lucidum corpus quaſi è ſolo aſſurgens, & Horizonti, inſtar auroræ, contiguum.

Per

Per alteram Anni Saturni ſemiſſem, cùm nempe Sol ab Æquatore verſus Polum inconſpicuum declinat, hoc eſt, tempore hyemis, Oculus Annulum minimè videbit, quippe non illuſtratum eâ facie quæ Oculo obvertitur; ſed hic partem Cœli, ſyderaque hâc contenta, ab Oculo tegit, ut ſuperius dictum, ſeque hoc modo ſenſibilem reddet. Annuli autem umbra magis magiſque verſus Polum proximum protenditur, adeo ut Oculo ubivis intra ſpatium prædictum poſito Sol, cùm certam declinationem attingit, tegi videatur & Eclipſin pati ipſo meridie, iterumque ſtatim retegi. Poſtero die ſimile rurſus contingit, ſed Eclipſis paulò citius incipit & ſerius definit; & Tenebræ hæ meridianæ quotidie diuturniores fiunt, (vel forſan integro die durant) ad uſque mediam hyemem, unde rurſus decreſcere incipiunt donec tandem nullæ fiant, cùm Sol eandem rurſus declinationem à Tropico rediens attingit, quam, illis primo ingruentibus, habuit. Atque hoc obtinebit ſi Oculus ſit in latitudine majore quam 25^{gr} vel 26^{gr}: Si verò in minore latitudine collocatus fuerit Oculus ſpectator, cùm Tenebræ meridianæ ſunt maximè diuturnæ, ſubito ſub ipſum meridiem Sol apparet rurſuſque ſtatim abſconditur, & poſtridie ſimilis rurſus Lux, ſed paulò diuturnior, fiet; atque ſic porro magis magiſque diuturna erit Lux meridiana uſque ad mediam hyemem: Et hinc rurſus perpetuò brevior evadet donec penitus evaneſcat, Sole à Tropico hyemali reduce & declinationem attingente æqualem illi, quam habuerat cùm primum Lux affulſit, quo tempore ſubito Tenebræ meridianæ longiſſimæ rurſus incipient, ut hactenus dictum minuendæ, Sole ad Æquatorem properante. Atque exhinc patet multo maximum eſſe Æſtatis Hyemiſque in Saturni globo diſcrimen, tum propter utriuſque diuturnitatem, magnamque Solis declinationem ab Æquatore, tum propter Tenebras meridianas hyemales ab Annulo Solem tegente profectas.

PROPOSITIO VII.

Phænomena Oculo in Cometa aliquo poſito viſa deſcribere.

COmetas ad Planetas primarios referimus, quippe qui in Orbium excentricitate ab illis præcipue differunt. Oculus in Cometa collocatus atmoſphærâ maximâ & denſiſſimâ ſeſe involutum ſentit, quæ in deſcenſu ab Aphelio, præcipue poſtquam in minorum Planetarum regionem immergitur, creſcit. Atmoſphæra hæc tam denſa eſt & turbida, ut chaos verſus ſui imum referat fere. Incertum eſt an Cometa in ſeipſum revolvatur; veriſimile tamen eſt illum, aliorum magnorum Mundi corporum ritu, omnes ſui facies verſus Solem convertere, ut vapor copioſior inde elevetur. An vero converſio hæc ſit ſuper datum axem, difficile eſſet determinare. Si Nucleus convertitur, omnis atmoſphæra, præcipue pars illa altior quæ in partes à Sole averſas protenditur, non una revolvitur ut in Telluris atmoſphæra fit: Verum vapor iſte, è Cometa exiens & caudam conſtituens, non tam Cometæ conjuncta (ut Telluris atmoſphæra craſſior Telluri) ejuſque partem conſtituens, cenſenda eſt, quam corpus ſeparatum, cujus particulæ ſingulæ ſeorſim, in ſpatio libero, motus ſuos (ipſius Cometæ inſtar) excernent.

Cùm cujuſvis Cometæ iter circa Solem ſit Ellipſis admodum excentrica, non eſt veriſimile illorum ſimilem eſſe in Univerſo uſum atque ipſorum Planetarum, qui in Orbibus Soli proxime concentricis feruntur, quique rebus in eodem fere ſtatu manſuris producendis & alendis deſtinati videntur, cui uſui Cometæ neutiquam accommodati ſunt, propter diverſiſſimos caloris gradu quos ſubeunt. Si igitur conjecturæ locus ſit, arbitramur Cometas reſtaurando Solis* & Planetarum fluido inſervire: Cum enim Sol immenſam fluidi maſſam ſub lucis forma exeuntem continuo deper-

deperdat, & Planetarum fluidum, perpetuâ ſerie, in ſolidum (vix in fluidum denuo rediens) mutetur, ut in Tellure noſtra quotannis fieri deprehendimus; patet, aut Solis vires paulatim deperditum iri, Planetarumque fluidum defecturum, quod minime eſt veriſimile, aut hæc ſtatis vicibus eſſe reficienda, Nullum vero tam aptum modum comminiſci eſt proclive, quàm ſi Cometæ, ingentia ſpatia ætherea pervagantes, ponantur corpuſcula lucem olim conſtituentia in iſta ſpatia projecta, & quaſi ibidem ſparſa & deperdita, & vapores humidos pariter per attractionem (qualitatem corporibus omnibus ingenitam & connatam) ad ſe allicere, & quaſi recolligere; ut hos in caudas ſurſum elevatos (quæ & *Hippocratis Chii* fuit opinio ab *Ariſtotele Lib.* 1. *Cap.* 6. *Meteor.* conſignata) Planetatorum atmoſphæris immiſceant, illa vero Soli, lucis fonti, reſtituant. Hinc primarii Planetæ augebuntur; unde Satellitis, ſi quis eſt, Orbita & Periodus contrahuntur (de quo phænomeno ſupra ſuo loco dictum) aliaque fiunt, quæ ſuperius explicuimus cùm Cometas in præcedente Libro tractaremus.

Alius etiam erit quandoque Cometæ ſive effectus ſive uſus. Si nempe Cometa prope Planetam tranſeat (ita ferentibus eorum Orbibus & motibus) hunc ita attrahet ut ejus Orbita immutetur, (mutatâ etiam, ex mutua actione, Cometæ Orbitâ;) unde Planetæ Periodus etiam mutabitur. Sed & Satellitem ita per attractionem deturbare poterit Cometa, ut, relicto ſuo Primario, ipſe evadat Primarius circa Solem deinceps rotatus. Præterea mutationes multo maximas in ipſo Planetæ globo producere poterit, non ſolum prolectando fluidum, ſi quod ſit, ſed per alias etiam qualitates, ſi *v. g.* corpus tam vaſtum &, ſi ex Solis vicinia prodeat, ignitum Tellurem noſtram è propinqua prætervehatur. Verum de hiſce ſatis, præſertim cùm ad noſtrum inſtitutum directe non ſpectent.

Come-

Cometarum Anni diverſi ſunt, pro magnitudine Axium majorum Orbitarum, quas circa Solem deſcribunt; eſt nimirum (per Propp. XL. & XLII. Lib. I.) cujuſvis Cometæ Annus ad Annum noſtrum in ſeſquiplicata ratione Axis majoris Orbitæ Cometicæ ad duplam diſtantiam mediocrem Solis à Terra. Solis diameter apparens, ejus diſcus, ſimulque Calor & Lux, in Cometa immenſe mutata deprehendentur, ut & Planetarum magnitudo apparens. Cæterum Cometæ incola Planetarum motus diverſiſſimos experietur, prout, in illorum regionem immerſus, nunc omnes ſe ſuperiores habet, nunc hos inferiores illos ſuperiores; vel, extra hanc elatus, omnes inferiores cernit; quæ omnia in Cometa, cujus data eſt Orbita, ex præcedentibus definire licebit. Si *ex. gr.* Cometa in Aphelio aſcendat ad diſtantiam à Sole ſextuplo majorem quàm eſt Saturni diſtantia, quod fiet ſi Cometæ Periodus ſit circiter 150 noſtrorum Annorum (poſito illum in Perihelio ad Solem admodum appropinquare, ut in quibuſdam fit,) Planetæ omnes propter Solis viciniam, Oculo in Cometa poſito, tum fiunt inconſpicui; ipſe quippe Saturnus vix ultra 10^{gr} à Sole digredietur, & Solis diameter ſemiſſem ſcrupuli primi adæquabit. Oculo autem in Cometa, cujus Periodus eſt longe major, Planetæ in conſpicui fiunt dum in altiore Orbitæ ſuæ parte verſatur, quod per magnam Anni ſui partem durat; nam Cometæ velocitas verſus Aphelium parva admodum eſt reſpectu illius, quâ fertur cum circa Perihelium verſatur. Si Cometæ Periodus ſit nimis magna, id eſt ſi Cometæ diſtantia à Sole in Aphelio diſtantiam Saturni ſæpius contineat, forte Fixarum Ordo è Cometa ſpectatus notabiliter diverſus erit, in diverſis itineris ſui punctis: Vix tamen crediderim diverſitatem hanc eſſe valde ſenſibilem; ſed potius Cometarum etiam extimorum Orbes, ad Fixarum à Sole diſtantiam comparatos, parvos ſatis eſſe.

COROL-

COROLLARIUM.

Hinc patet Syſtema Planetarum circumſolarium, è Fixa ſpectatum, viſum prorſus fugere, & in idem punctum lucidum confundi cum Sole, cujus diameter inſenſibilis fiet, ſi diſtincte ſpectetur & orbatus capillitio, quali Fixæ Terricolis cinctæ videntur. Nam cùm Planetæ omnes è Cometa in Aphelio poſito propter Solis viciniam videri nequeant; quanto magis ex tam immenſa diſtantia, qualis eſt ea Fixarum, inviſibiles redderentur? Poſito enim Parallaxin magni Orbis (ſive è Fixa viſam ſemidiametrum magni Orbis) æqualem eſſe Parallaxi Solis è Terra viſi (neque ullæ ſunt obſervationes quæ majorem eſſe evincant) Solis diameter angulum, ad Fixam, quinque ſcrup. tertiorum vix ſubtendit, & Saturnus à Sole per bina ſcrupula prima nunquam elongabitur. Præterea Planetarum mutuatitium lumen à radiorum Solarium reflectione oriundum viſui, noſtro ſimili, in tam immenſa diſtantia, movendo prorſus erit impar; & licet ſenſum moveret, Solis ſpecies in ſemidiametrum huic æqualem videretur ſe extendere, ſicut corporibus quibuſvis lucidis contingit & ſpeciatim Fixis è Terra ſpectatis; unde in idem lucidum corpus coaleſcerent quaſi: Ideoque viciſſim Planetæ circa Soles iſtos rotati obſervationem noſtram effugiunt penitus. Dubium non eſt quin, Oculo in Fixa aliqua (aut Planeta circa illam revoluto) poſito, reliquarum circumcirca Fixarum Ordo & Conſtellationum Figuræ diverſa ſint prorſus ab illis, quæ nos ſpectamus; quippe cui Sol noſter Stella Fixa videtur

Immenſa autem iſta ſive Fixarum ſive Solium diſtantia à ſe mutuo impedit quo minus immania hæc corpora in ſe invicem, Planetaſque (ſi cum illis conferantur parvos) circa hoſce Soles rotatos, vires ſuas attractices notabiliter excerceant, eorumque motus perturbent. Horum Sy-

ſtematum, nullo ſpatio concluſorum, numerus indefinitus in cauſa eſt cur non in unum coëant, ſed à ſe mutuo diſcreta Dei Creatoris Omnipotentiam & Sapientiam Univerſo in perpetuum oſtendant.

PROPOSITIO VIII.

Præcipua Phænomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna poſito viſa deſcribere.

CUm Luna (ut Prop. LVI. Lib. IV. dictum eſt) in ſe ipſam volvatur, ab occaſu in ortum, circa Axem plano Eclipticæ proxime normalem ſibique perpetuo parallelum, æquabiliter parique tempore quo Luna circa Terram, Menſe *ſc.* periodico; patet, Oculo in ejus ſuperficie poſito, Solem, Fixas, reliquaque omnia Lunæ haud conjuncta (hoc eſt Planetas omnes præter Tellurem) ab ortu in occaſum videri rotari ſuper Polos Eclipticæ quamproxime. Suntque Poli iſti Fixis inſignes; boreus quidem Stellâ quartæ magnitudinis poſt Draconis flexuram tertiam, tribus circiter gradibus à Polo diſtante; auſtralis vero Stellis quatuor Xiphiæ piſcis, quarum una eſt Polo vicinior quàm noſtra polaris arctica, ſed adhuc inſignior vicinâ Nubeculâ majore. Et quidem, ſicut apud nos, motu hoc communi feruntur Stellæ omnes eodem tempore, niſi quatenus harum motus proprii, aut veri aut apparentes, illud paululum immutant. Et primo, Solis revolutio apparens, circa quieſcentem ad ſenſum Lunam, longiore tempore peragitur, propter Lunam interim una cum Terra circa Solem in conſequentia delatam; adeo ut Dies naturalis apud Lunem ejuſdem ſit durationis cùm Menſe noſtro ſynodico, qui prius deſcriptam ejuſdem Meridiani Lunaris revolutionem ad eandem Fixam diebus fere duobus è noſtris excedit. Unde apud Lunam in integro Anno Sol duode-

duodecies tantum oritur, Fixæ verò decies & ter; ſive accuratius, in novemdecim Annis Sol oritur ducenties tricies quinquies, Fixæ verò ducenties quinquagies & quater: & oriens Sol integro fere Signo promotior eſt quàm pridie.

Dies hic naturalis Lunicolarum, æqualiter in lucem & tenebras dividitur, quia Axis, circa quem Luna revolvitur, eſt ad planum itineris Lunæ circa Solem normalis fere; & prætcrea nullum eſt apud Lunam Crepuſculum ante Solis ortum vel poſt ejus occaſum; nempe quod fieri non poteſt (ut Proop. VIII. Lib. II. oſtenſum eſt) abſque circumfuſa Lunæ Atmoſphæra, qualis nulla datur. Unde Sol Lunicolis per medium fere inter Polos motûs primi circulum perpetuo incedere videtur.

Quamvis Solis via, è Luna inter Fixas viſa, ſit eadem proxime cum ejuſdem via è Tellure viſa, & omnium Planetarum eadem proxime loca è Luna atque è Terra; è Luna tamen, extra Nodos poſita, accuratiori Obſervatori videbitur Sol ab Ecliptica ad latus oppoſitum deviare, & lumen ſuum ultra Polum ſubjectum Cœleſti illi, verſus quem declinat, protendet, Polumque alterum in tenebris relinquit. Sed reſtituuntur hæc omnia intra Diei Lunaris ſemiſſem, cùm Luna ad Nodum ſuum ſimulque Eclipticæ planum redit, poſtea ad alteras Eclipticæ partes excurſura, ſimiliaque Phænomena ad alterum Polum per reliquam Diei ſemiſſem habitura.

Præter inæqualitates omnes in Planetarum motibus è Terra viſas, quas in Luna ſimul cum Tellure delata etiam obtinere neceſſe eſt, ſunt & aliæ Lunæ peculiares, quarum præcipuæ ſunt hæ. Quando incolis in meditullio hemiſphærii Lunæ à Terra averſi dies eſt, Sol tarde ſub Fixis progredi videtur; tardiſſime verò ipſo meridie: noctè verò celeriter ſub Fixis progreſſum fuiſſe poſtero die deprehenditur. Et è contra, degenti in meditullio he-

miſphærii Lunaris Terræ ſubjacentis, Sol de die celeriter ſub Fixis in ortum promoveri videbitur; celerrime ipſo meridie: nocte verò Sol tarde progreditur ſub Fixis; tardiſſime mediâ nocte. Eademque vera ſunt de Venere & Mercurio, quippe prope Solem perpetuo hærentibus, & etiam de Marte Soli conjuncto, licet ob nimiam ejus tum temporis à Luna diſtantiam minus ſint notabilia; inſenſibilia verò prorſus ſunt in Jove & Saturno ad partes verſus Solem poſitis. Quòd ſi ſuperiorum aliquis è Luna viſus Soli opponatur, quo caſu retrogradus eſt, degenti in meditullio hemiſphærii à Terra averſi, ſolito magis retrogradus nocte videbitur, die ſolito minus; atque omnium minime vel maxime ipſo meridie, mediâve nocte. Similiterque degenti in Lunæ regione, cui Tellus imminere cernitur, Planeta Soli oppoſitus omnium minime retrogradus videbitur nocte mediâ, omniumque maxime meridie. Atque hæc in Marte duplo ſunt ſenſibiliora quàm in Sole: In Jove autem aut Saturno evaneſcunt fere hæ differentiæ. Similiter Planeta aliquis, qui è Terra ſtationarius apparet, ſi è Luna Telluri ſit oppoſitus, retrogradus videbitur; Telluri verò conjunctis è contra directus apparebit, quod in Venere maxime erit ſenſibile.

Aſtronomus in Luna conſtitutus, & motûs domicilii ſui circa Terram, Terræque circa Solem ignarus, in cujuſvis Planetæ Theoria condenda, Epicyclis omnibus ab Aſtronomo Terreſtri excogitatis Epicyclum novum, vel Epicyclo-Epicyclum, ſuperaddet, quo inæqualitates ſupra memoratas explicet. *Ex. gr.* Excentrico Solis circa Terram deſcripto à Terricola adhibito (etenim Terricola, admiſſo circulo Excentrico, Epicyclo non indiget ad Solis motum explicandum) ſuperinducet Epicyclum, Solemque in hoc ponet diei ſuæ ſpatio circumrotari, dum interim Epicycli centrum in Excentrico motu annuo defertur: Sic enim fiet ut Solis inæqualitas diurna ab Aſtronomo Lunari obſervata explicetur, ſi, dum incolæ Lunari qui Terræ

directe

directe ſubjicitur nox eſt, Solem in inferiori Epicycli parte, & dum eidem dies eſt, in ſuperiori verſari ponat. Sic Excentrico Martis circa Terram diſpoſito ejuſque Epicyclo à Terricola excogitatis, quibus Martis motus è quieſcente Tellure apparens explicatur, ſuperinducet Lunaris noſter alterum Epicyclum in prioris Epicycli circumferentia delatum, ſpatio Nychthemeri à Marte percurrendum. Eſtque hic modus unicus, quo Aſtronomiam ſuam condere poſſit motûs ſuæ ſedis ignarus & illius quietis vindex: nempe circulum à ſe ſuoque domicilio revera percurſum in Cœlum, inverſo ſitu, transferendo, motumque in eo pari tempore factum ſupponendo; & quidem verâ ejus magnitudine retentâ, ſi diſtantia vera innoteſcat; ſi autem hæc lateat (& nulla ſuperſunt media, quibus in hac quieſcentis Lunæ hypotheſi dignoſci poſſit) tantæ ſaltem magnitudinis ponitur Epicyclus, ut ex Obſervatoris loco æqualis magnitudinis videatur, ac ex eadem diſtantia videretur ejuſdem loci vera Orbita. Sin Incola hemiſphærii Lunæ, cui Terra imminet, motûs ſui domicilii circa Terram Terræque circa Solem gnarus ponatur, & obſervationes inſtituere poſſit æque accuratas ac quæ à Terricolis fiunt; poterit hic Solis, Planetarumque Syſtematis Solaris, Magnitudines & Diſtantias mutuas cum ſuarum rerum magnitudinibus & diſtantiis exacte ſatis comparare. Nam ſuæ ſedis Diametrum metiri poterit, ſimiliter atque nos Telluris noſtræ. Porro, Telluris Diſtantiam facile cùm Lunæ Diametro comparabit; nam Lunæ Diameter ſubtendit angulum ſatis ſenſibilem ad Tellurem, nempe gradûs ſemiſſe expreſſum: Atque Diametrum Orbis ſui circa Terram tanquam ſcalem adhibebit, quâ reliquorum corporum mundanorum Diſtantias exquirat. Hæc enim ſubtendit angulum ad Solem gradûs triente expreſſum, poſitâ parallaxi Solis è Terra viſi 10″ tantum; qui verò ad Martem Soli oppoſitum ad gradûs fere beſſem aſcendit, & ad

Venerem Soli conjunctam & retrogradam ſeſquiquintum gradum excedit. Porrò, Lunicola iiſdem modis exquiret rationes inter Planetarum primariorum Diſtantias à Sole, quibus Terricola; notis verò Diſtantiis, ex Planetarum Diametris apparentibus illorum Magnitudines eruet.

PROPOSITIO IX.

Præcipua Telluris Phænomena Oculo in Luna collocato viſa deſcribere.

IN Luna duo ſunt Hemiſphæria omninò diverſa, immo contraria, reſpectu Phænomenon, de quibus Propoſitione hac agitur. In altero enim Lunæ Hemiſphærio Terram perpetuò vident, in altero nunquam; niſi quòd prope horum limites tractus ſit, cujus incolis Terra nunc paululum ſupra Horizontem aſſurgat, nunc, retrogreſſa quaſi, ſub eundem rurſus ſubſidat. In Hemiſphærio unde Tellus videtur, hæc in eodem Cœli puncto quaſi clavo affixa cernitur, (præterquam quòd inde paululum in hanc vel illam partem moveri, & ad locum priorem motu libratorio redire cernatur,) dum interim ſpatio Nychthemeri Sol & reliqua Sydera ad illam ab Oriente appellunt, inde poſtea ad Occidentem transferenda. Et appellens Sydus prope Telluris in æthere pendentis marginem non extinguitur ſubitò, ſed paulatim caligine quaſi offuſcatur, & tandem poſt terram ſe recipiens Lunicolæ videri deſinit; quod ab Atmoſphæra Terræ circumfuſa procedit, per quam *ſc.* Syderis radii ad Oculum propagati ſuffocantur fere. Porro, dicti Hemiſphærii Lunaris incolarum quibuſdam Terra perpetuo ſupra caput defixa videbitur; atque hi ſunt qui dicti Hemiſphærii meditullium occupant: quibuſdam verò Septentrionem, aliis ad auſtrum, quibuſdam ad Orientem, aliis ad Occidentem videbitur declinare, minus

aut

aut magis prout habitatio à meditullio in hanc vel illam plagam minus aut magis diſtat; donec tandem limitis prædicti, bina Lunæ Hemiſphæria dirimentis, incolis Tellus in Horizonte appareat, alterâ ejus medietate montis igniti inſtar exſtante: Qui verò in Lunæ circulo habitant, qui per Polos dictique Hemiſphærii meditullium tranſit, Tellurem in Meridiano ſemper habent.

Cernunt & Geoſcopi hi Tellurem quindecuplo majore Orbe quàm nos Lunam, in loco ſuo quieſcentem, ſed circa Axem ſuum interea rotatam, & maculas (quas ruditer in quaſdam figuras diſtribuent, ut fulgus faciem hominis in Orbe Lunæ imaginatur) ab ortu in occaſum ferri videbunt, inque ſitum redire priorem, parte circiter vigeſimâ nonâ Nychthemeri. *Keplerus* ex iſta revolutione *Volvæ* nomen Telluri ab illis inditum fingit in *Aſtronomia Lunari*; cùm illi proculdubio ſedem ſuam *Veſtam* habeant loco non movendam, & globum noſtrum in æthere pendulum inter Aſtra numerent, quem proinde alio nomine quàm Telluris inſigniunt: iſtius igitur Hemiſphærii, Volvæ ſubjecti, incolas appellat *Subvolvas* & *Subvolvanos*, alterius verò, qui ejus ſpectaculo privantur, *Privolvas*; quæ nomina & nos etiam in poſterum uſurpabimus. Præter prædictam Volvæ revolutionem, eſt & altera quaſi ejuſdem nutatio, quâ nunc ſui Polum borealem Lunicolis oſtendit, nunc auſtralem, idque unius Diei ſpatio. Nam cùm arcus Sagittarii ad Volvam per motum primum appellit, videbunt Lunicolæ (in præſertim qui ad boream ſunt) Volvæ Polum ſeptentrionalem, & maculas parteſque lucidiores circa hanc poſitas, quæ per aliquot Volvæ revolutiones poſt Volvam ſe non recipient, dum interim quæ ad ejus Polum auſtralem poſitæ ſunt notæ in conſpectum non veniunt: Poſt elapſam Nychthemeri ſemiſſem, Caſtore ad Volvam revoluto, latebunt ſeptentrionales Volvæ notæ & auſtrales in conſpectum prodibunt.

Volva

Volvæ hæc Lunicolis ſimiliter creſcit decreſcitque, ſimisſibuſque Phaſibus, & propter eaſdem rationes, atque nobis Luna; ſed & eadem Phaſium Periodus, quam nos Menſem, illi Diem naturalem appellant. Illis quibus Volva in Meridiano videtur Novivolvium eſt ipſo Meridie, prima Quadra veſpere, Plenivolvium mediâ Nocte, & ultima Quadra manè. Qui ſub altero quovis Meridiano degunt à Meridiano prædicto (qui præcipuus eſt, & propter ſitum *Circulus Medivolvanus* Lunicolis poſt *Keplerum* nominandus) in ortum vel occaſum diſtante, idem habent cujuſque Phaſeos momentum diverſo Horarum numero inſignitum, ſecundum Meridiani ſui diſtantiam à Medivolvano circulo, & Horarum numerum in quas Diem diſpeſcunt; ideoque Phaſes Volvæ Horas notant, cui propoſito diſtantia Solis à Volva, de Die obſervata, etiam inſervit. Unde Volva hæc Horologii omnibus Subvolvanis expoſiti vices gerit: Etenim ex Phaſium ſuarum diverſitate, ex Solis Fixarumque ad illam appulſu, ex Poli quem oſtendit nomine, ex Macularum denique ſuarum celeri motu; (nam Volvæ partes notabiles, Montes noſtri, Lacus, Inſulæ, Maria &c. etiam citra illuſtrationem immediatam à Sole, in conſpectum veniunt, præſertim paulò ante vel poſt Novivolvium, ſicut nobis Lunæ partes ante & poſt Novilunium, licet cæteris paribus non tam clare, propter minorem illuſtrationem per reflectionem à minore Luna factam, quam à majore Terra;) Diem Noctemque (longiſſimas quidem eas) in partes ſatis multas commode dividit. Sed & hæc eadem Volva Anni partes oſtendit ſatis luculenter modo ſequenti: Cum tempore Æſtatis Europæ incolis, Polus Telluris arcticus annuat ad Solem, & integra Zona frigida arctica à Sole per plures die illuſtrata maneat, ſitque Tellus noſtra Lunicolarum Volva cujus Polus iſte, magnaque circumcirca regio, aliquâ cujuſvis Nychthemeri parte videtur; patet, cùm maxima

regio

regio Volvæ circa ejus Polum arcticum jacens illuſtrata Lunicolæ videtur, tunc Solem è Luna viſum iri ad conſtellationem Geminorum, eamque eſſe Anni tempeſtatem quàm borealis hemiſphærii Terræ incolæ Æſtatem dicunt, & in hoc caſu Lunicolæ noſtræ Telluris aridam, & circumfluum mare, circum Polum boreum jacentia clare videbunt, quæ nos adhuc ignoramus. Poſt Anni quadrantem Solis illuſtrationem ad utrumque Volvæ Polum terminatam cernet; elapſo alio Anni quadrante, regiones Volvæ antarctico Polo ſubjectas, nobis penitus ignotas, à Sole illuſtratas videbit; & poſt alterum quadrantem, illuſtratio ad utrumque polum iterum pertinget. Anni tempeſtates etiam diſtinguet pro diverſa claritate qua *Scania* & *Scythia*, *e. g.* apparent; quippe quæ proculdubiò, cæteris paribus, major erit hyeme, cum nive obducitur, quàm æſtate: Atque hæc claritatis differentia magis erit conſpicua in mari, quod Volvæ Polo vicinum eſt; quippe quod æſtate noſtrâ maculam refert, hyeme partes lucidiſſimas claritate adæquat.

Lunicolis contingunt Solis & Volvæ Eclipſes, ſicut Terricolis Solis & Lunæ, & iiſdem temporibus, non ſine aliquo tamen diſcrimine. Nam ſicut nobis Lunæ Eclipſis contingit tempore Plenilunii, ita illis Volvæ Eclipſis tempore Plenivolii; & ſicut nobis Sol videtur deficere tempore Novilunii, ita illis tempore Novivolvii: Sed licet Terricolis Luna tota deficere videatur, Lunicolis Volva Defectum totalem nunquam patitur; tranſit etenim, ipſis ſpectantibus, per Volvæ diſcum ab ortu ad occaſum macula quædam parva & rubicunda ipſas Volvæ nativas maculas velocitate præveniens; quandoque per diſci centrum, quando quatuor ex horis noſtris in tranſitu inſumit; ſæpius præter illud, quando ſpectaculum minus eſt diuturnum.

Solaris Deliquii cauſa eſt ipſis Volva, plane ut nobis noſtra Luna; & quando nobis deficit Luna, Lunicolis

partis deficientis incolis deficit totus Sol : ſæpiùs vero fit ut Lunicola (præſertim prope limites Subvolvarum & Privolvarum degens) partialem Solis Defectum videat , cùm nobis Luna pleno orbe apparet , Telluris penumbrâ Lunæ lumen ſenſibiliter non extinguente. Similiterque fit ut cuidam Terræ tractui Sol ex parte deficere videatur , cùm interim Lunicola Volvam nihil pati cernat : Quando verò nobis eſt Lunæ Defectus totalis , Sol omnibus Lunicolis plane deficit. Cùm Volvæ diameter quadrulpo major ſit Solis diametro , Sol plene à Volva tegetur & diu , quod nobis per Lunam fieri nequit ; immo totalis erit & etiam diuturnus Solis Defectus , quando non eſt centralis. Incolæ hemiſphærii Lunæ , cui Volva imminet , crebriores Luminarium Eclipſes vident quam incolæ dati hemiſphærii Telluris noſtræ ; Subvolvani enim ſoli omnes Eclipſes vident , Privolvæ nullas , cùm magna pars Eclipſium Terricolis viſarum ad oppoſitum hemiſphærium tranſeat. Eclipſis Solis totalis prius deſcripta Lunicolis licet frequens , non poteſt non eſſe admodum notabilis ; hoc namque ſolo tempore lumine penitus deſtituuntur Subvolvani : Superius enim oſtenſum eſt Medivolvanis primam eſſe quadram ad Solis occaſum , ultimamque ad Solis ortum ; unde totâ nocte fulgens Volva , quindecies illis major quàm nobis noſtra Luna , tenebras potenter diſcutit. In Solis autem Defectu totali Sol ſimul & Volva extinguuntur , & meræ ſunt tenebræ. At huic incommodo ſua ſunt remedia ; nam Solis radii , in circumfuſa Volvæ atmoſphæra refracti, efficiunt ut ipſum corpus Solis ampliatum , & quaſi majore diametro , colore tamen ad oras (quæ ſolæ videntur) ferrugineo , cernatur à Lunicolis radios hoſce refractos excipientibus ; unde tenebræ totales vix ingruunt , niſi cum Solis Eclipſis proxime centralis contingit , idque non niſi parvo tempore circa Eclipſeos medium. Si verò contingat mon-
tem

tem altiſſimum, extra Volvæ atmoſpæram fere exſtantem, in margine Volvæ reperiri; ille, in quem montis iſtius umbra incidit, Solis lumen penitus amittet, nec refractionis radiorum Solarium, ad Volvæ atmoſphæram factæ, beneficio fruitur: quique eminus Volvæ umbram in Lunæ diſcum exceptam cernit, maculam nigerrimam iſto in loco videbit. Ex altera parte, nulla eſt hic tenebrarum in Solis Eclipſi imminutio propter illuſtratam Spectatoris atmoſphæram, quippe nullam.

Porro, tempore Defectûs Solis, Lumen utrinque acuminatum ab utroque Solis latere ſecundum Eclipticam protenſum (de quo Schol. Prop. VIII. Lib. II. dictum eſt) clare à Lunicola videbitur, ſi corpuſculorum congeries lentiformis illud producens tum exiſtat: immo Lumen hocce etiam extra Eclipſin cernetur ſi Sol ab Oculo arceatur per interpoſitum aliquod corpus opacum; Oculus namque in Luna poſitus non afficitur radiis ob ambiente illuſtrata atmoſphæra reflexis, cùm nulla Lunam ambiat, quod exinde veriſimile eſt, quod illa tam præcisè circumſcripta videatur, nec ad extremas oras evanida ac velut lanugine finita; quodque Stellæ margini ejus propinquæ minime ſint offuſcatæ, ſed, donec penitus tegantur, vividæ & fulgentes, Propter ipſam hanc atmoſphæræ abſentiam, nullum erit Lunicolis Crepuſculum, ante Solis (ſaltem ſplendentis atmoſphæræ Solaris) ortum, aut poſt ejus occaſum; ceſſante nimirum causâ, quæ illud apud Terram producit: porro nulla Syderibus Refractio continget, neque hinc orta locorum mutatio.

Hactenus ſuppoſuimus Volvam Luniculis immotam in Cœlo ſtare, quia revera fere ſic fit: At motum quendam habet libratorium, quo cuilibet Lunicolæ nunc nonnihil in hanc partem, nunc, in locum priorem reverſa, in oppoſitam poſtea moveri videtur. Motus autem hic Volvæ libratorius in duos commode dividitur:

Vel enim Vola in auſtrum & boream ſuper eodem latitudinis circulo librari videtur; vel in ortum & occaſum ſuper Eclipticam. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cùm Sol in ipſa Ecliptica videtur, ſive rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum tranſire, hoc eſt, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta deſcendente, verſatur; in quo caſu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut ſuperius explicatum. Poſt Defectum, Sol motu communi in occaſum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapſo Nychthemeri Lunaris fere quadrante, *ſc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conſpectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum auſtralem in Privolvarum ſtatum reducetur, ex quo tempore Volva in ſuos paſſus regreſſa ad Eclipticam revertetur, temporis ſpatio aliquantum minore quàm eſt Nychthemeri Lunaris ſemiſſis. Poſtea verſus auſtrum tantundem excurret, & auſtralis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream; & ante Nychthemeron abſolutum ad Eclipticam ſecundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & auſtrum perficitur ſpatio temporis, non tantum Nychthemero minore, ſed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digreſſæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur; atque Volva, ad Eclipticam ſecundo regreſſa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis Occidentalibus quàm ſunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectûs Solaris, à quo computationem inchoavimus. Poſt aliam integram hujuſmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc Occidentalioribus conjungetur, atque ſic porro, ita ut, non niſi poſt novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinatura cum iiſdem rurſus Fixis deprehendatur.

Ex

Ex diverſa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & Nychthemeri fit, quod elapſo Nychthemeri ſemiſſe poſt Eclipſin Solis centralem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipſis. Nam promoto Sole ad oppoſitionem cum Volva (hoc eſt, in Plenivolvio, in quo ſolo dicta Eclipſis contingere poteſt) Volva modo Eclipticam tranſgreſſa (nam aliquanto prius illam attigerat quàm Sol Volvæ opponeretur) in auſtrum eouſque librando proceſſit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipſin tum videbit, ſi verſus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo ſolo caſu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio inſequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva Lunicolis minutiora obſervantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas ſpatio fere Nychthemeri Lunaris abſolvitur; accuratius vero ſpatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, ſupra quem in boream & auſtrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipſa Volva ad occaſum à prædicto circulo deviabit per Nychthemeri quadrantem fere, per ſequentem quadrantem ad eundem reverſura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rurſus in ortum deviabit, ejuſque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Eclipticam (quando rurſus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cùm maxima, erit circiter 5^{gr}; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in Occidentem promovebitur relicto Oriente, nunc in Orientem relicto Occidente, ſicut per priorem in boream & auſtrum. Atque Volva, poſt perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum iſtum ſuum latitudinis circulum,

 medium

Vel enim Vola in auſtrum & boream ſuper eodem latitudinis circulo librari videtur; vel in ortum & occaſum ſuper Eclipticam. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cùm Sol in ipſa Ecliptica videtur, ſive rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum tranſire, hoc eſt, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta deſcendente, verſatur; in quo caſu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut ſuperius explicatum. Poſt Defectum, Sol motu communi in occaſum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapſo Nychthemeri Lunaris fere quadrante, *ſc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conſpectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum auſtralem in Privolvarum ſtatum reducetur, ex quo tempore Volva in ſuos paſſus regreſſa ad Eclipticam revertetur, temporis ſpatio aliquantum minore quàm eſt Nychthemeri Lunaris ſemiſſis. Poſtea verſus auſtrum tantundem excurret, & auſtralis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream; & ante Nychthemeron abſolutum ad Eclipticam ſecundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & auſtrum perficitur ſpatio temporis, non tantum Nychthemero minore, ſed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digreſſæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur; atque Volva, ad Eclipticam ſecundo regreſſa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis Occidentalibus quàm ſunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectûs Solaris, à quo computationem inchoavimus. Poſt aliam integram hujuſmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc Occidentalioribus conjungetur, atque ſic porro, ita ut, non niſi poſt novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinatura cum iiſdem rurſus Fixis deprehendatur.

Ex

Ex diverſa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & Nychthemeri fit, quod elapſo Nychthemeri ſemiſſe poſt Eclipſin Solis centralem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipſis. Nam promoto Sole ad oppoſitionem cum Volva (hoc eſt, in Plenivolvio, in quo ſolo dicta Eclipſis contingere poteſt) Volva modo Eclipticam tranſgreſſa (nam aliquanto prius illam attigerat quàm Sol Volvæ opponeretur) in auſtrum eouſque librando proceſſit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipſin tum videbit, ſi verſus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo ſolo caſu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio inſequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva Lunicolis minutiora obſervantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas ſpatio fere Nychthemeri Lunaris abſolvitur; accuratius vero ſpatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, ſupra quem in boream & auſtrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipſa Volva ad occaſum à prædicto circulo deviabit per Nychthemeri quadrantem fere, per ſequentem quadrantem ad eundem reverſura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rurſus in ortum deviabit, ejuſque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Eclipticam (quando rurſus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cùm maxima, erit circiter 5^{gr}; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in Occidentem promovebitur relicto Oriente, nunc in Orientem relicto Occidente, ſicut per priorem in boream & auſtrum. Atque Volva, poſt perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum iſtum ſuum latitudinis circulum,

medium nempe inter extremos quos librando attingit, reverſa (quo temporis ſpatio ex minima fit maxima, & rurſus ad priorem ſpeciem minimam redit) conjuncta videbitur cum Fixis magis orientalibus, quam ſunt illæ quibuſcum jungi videbatur cùm prius in eodem appareret: atque rurſus poſt ſequentem ad orientaliores; & ita porro, donec poſt novem ferè annos Volva & minima & iiſdem Fixis conjuncta videatur, & in proprio circulo latitudinis, inde ad occaſum mox liberando digreſſura. Verum natura harum Librationum ſibi ipſi perpetuo æqualis deprehenditur, ſed Libratio in latitudinem maxima eſt diebus, qui ab Eclipſibus remotiſſimi ſunt: & Libratio in longitudinem maxima eſt, cùm Volva in ſyzygia Solis maxima apparet vel minima; minima verò, cùm Volva maxima vel minima eſt in Solis quadrato.

PROPOSITIO X.

Phænomena præcipua Oculo in Jove aut Saturni Satellitum aliquo poſito viſa deſcribere.

PHænomena Solis aliorumque Planetorum primariorum, præter ſuum, ex Jovis aut Saturni Satellite aliquo viſa, ſimilia erunt eorundem phænomenis ex Luna noſtra viſis, ſi Satellites iſti hujus inſtar, rotantur circa proprios Axes; nimirum quiſque ſuper Axem ad planum Orbis Primarii circa Solem proxime perpendicularem, & periodo æquali periodo dicti Satellitis circa ſuum Primarium, ut veriſimile eſt. Advertendum interim, quod licèt ex Jove nullus cernatur primarius Planeta præter Saturnum, & ex Saturno nullus præter Jovem, tamen ex Jovis Satellitum aliquo omnes conſpici poterunt. Ideò namque Martem, Marteque inferiores è Jove conſpici poſſe negavimus, quod Jovi circumfuſam ſupponamus atmoſphæram noſtræ

noſtræ atmoſphæræ ſimilem, ex cujus illuſtratione per Solem fiat, quod Planetæ Soli propriores quam 20^gr viſum non afficiant. At ſi iſtorum Primariorum Satellites Telluris Satelliti ſimiles ponamus, carebunt & illi atmoſphærâ, quâ noſtram Lunam deſtitui diximus: igitur & Soli ſatis propinquos Planetas cernet Oculus in eorum aliquo poſitus, niſi impediat Solis atmoſphæra ſplendens; ipſe verò Mercurius è Saturno viſus ad diſtantiam 3^gr à Sole elongatus quandoque videbitur. Cumque Solis ſemidiameter apparens è Saturno ſit circiter 90″, patet Mercurium extra atmoſphæræ iſtius limites à Sole evagari; & proinde tum videri poſſe Oculo, cui non obſtat atmoſphæra ſibi circumfuſa, hoc eſt, ab Oculo in Satellite Saturni poſito, cui Mercurius magis adhuc (licet admodum parum) à Sole elongatus videbitur quàm ipſi Saturno. Phænomena porro Jovis ex Jovis Satellite, Saturnive ex ejus Comite, viſa ſimilia erunt noſtræ Terræ phænomenis è Luna viſis, nec niſi in Digreſſionum & Librationum menſuris differunt: *ex gr.* Subvolvanis cujusvis è Jovis Satellitibus Volva non videtur librare in auſtrum vel boream ab Ecliptica per 3^gr; cùm tamen Libratio Volvæ in latitudinem è Saturni Satellite viſa, ad plusquam 30^gr extendatur. Sed tam in hiſce quàm in illis, Libratio in longitudinem aut nulla eſt aut inſenſibilis, ſi quidem Orbitæ Satellitum Jovis & Saturni ſint proxime circulares.

Quæ incolæ alicujus è dictis Satellitibus apparent phænomena, à phænomenis in noſtra Luna apparentibus maximè diverſa, ea ſunt quæ reliqui ſui Primarii Comites oſtendunt. Nam ſi quis ſit Comes Volvæ proprior quàm eſt is in quo Oculus collocatur, hinc nunquam Volvæ oppoſitus cernetur; ſed prope illam perpetuo hærens, Penduli inſtar libratus, nunc in Occidentem, nunc in Orientem digreditur à Volva, deſcribens maximi circuli arcum,

quem

quem Volva biſecat; & ſi plures tales fuerint, hic in minorem arcum hinc inde excurrit, ille in majorem, atque hi mediis Subvolvanis nunquam occidunt, mediis Privolvis nunquam oriuntur. Quibus verò Volva eſt paulò infra Horizontem ortivum aut occiduum, iſti in ortu vel occaſu aſſurgentes verſus Meridianum rurſus in ſuos paſſus regreſſi in eodem loco occidunt. Si quis ſit Volvæ Comes, ab ipſa remotior eo in quo ponitur Oculus, iſte Privolvis ſemel in Nychthemero videtur, mediis Privolvis & Subvolvanis oritur occiditque lentiſſime, & ad Meridianum perveniens, his celerius in occaſum vergere videtur, illis tardius; unde judicium fiet de incolis interjectis. Interim horum Volvæ Comitum quivis Solem deficere facit; & ipſe viciſſim deficit, vel dum in Volvæ umbram incurrit, vel dum in Satellitis Oculi ſedis umbram, vel dum in alterius è Comitibus umbram incidit: Verum Defectuum iſtorum variorum ſymptomata & tempora, aliaque quam plurima quæ huc congeri poterunt, cuivis proclive erit invenire.

Corollarium.

Ex præcedentibus decem Propoſitionibus ſequitur Aſtronomiam eſſe omnium ſimpliciſſimam Oculo in Sole conſtituto. Si enim in centro locatur, Syſtema verum ab apparente non differt: ſi in ſuperficiem elevetur, etiam Planetarum ſex primariorum Diſtantias à ſuo domicilio cum menſuris ſuis comparare valebit, & inde eorum pariter ac Comitum Magnitudines definire. Falſò quidem omnia ab ortu in occaſum ferre cenſebit; at domicilium ſuum, circa eundem axem, in plagam oppoſitam rotatum ſupponat, eum unicus hic & ſimplex motus ab apparente ad verum Syſtema reducet.

Oculo in aliquo ſex Primariorum conſtituto Aſtronomia magis eſt compoſita difficiliuſque condenda; duplex quippe motus

motus domicilio ſuo (refragantibus ſenſibus) eſt tribuendus, ut verum Syſtema eruatur, utque proportio Orbium Planetariorum inter ſe innoteſcat. Ad hoc omnium ineptiſſimus eſt Mercurius, cùm nullum Comitem habeat unde cujuſvis Cœleſtis corporis opacitatem certo concludat; nullum ſe inferiorem Primarium, quo alicujus ſaltem revolutionem circa Solem ex ejus Phaſibus percipiat. Mars & Venus comitibus carnet, inferiores obtinent; & ideo minus inepti quàm Mercurius; minus etiam apti quàm Tellus, quæ utroque commodo gaudet. Jupiter Comitibus licet abundet, inferiorem non cernit, niſi viciniorem Soli diſtinguere valeat quàm Terricola: Saturnus è contra nullum ſuperiorem, unicum inferiorem agnoſcit. Ideoque nullus è Planetis primariis tot, à varietate caſuum, ſubſidia habet ad genuinum Syſtema Solare detegendum, indeque proportionem Orbium Planetariorum inveniendam, atque Tellus.

At detecto Syſtemate, Planetarum Magnitudines Diſtantæque ægre admodum parumque accurate cum menſuris ſibi notis à cujuſvis Primarii incolis comparabuntur. Ad hoc opus omnium aptiſſimus videtur Jupiter, tum Venus, Saturnus, Mercurius, & omnium ineptiſſimus Mars: Quis locus autem in hoc negotio Telluri ſit tribuendus incertum eſt, cùm angulus ad Solem, quem Telluris diameter ſubtendit, hactenus ex analogia potius quàm ex obſervatione æſtimatus ſit. Magnitudo Syſtematis Solaris olim forſan ex Cometarum obſervationibus primo patebit: Si enim, per aliquam ex methodis Lib. II vel III. traditis, innoteſcat diſtantia Cometæ prope Terram trajicientis, cujus Orbita poſitione & magnitudine ex Lib. V. datur, invenietur magnitudo Orbitæ cujuſvis Planetæ aut Cometæ, cujus nota eſt Periodus.

Oculo in ſecundariorum Planetarum aliquo collocato Aſtronomia intricatior eſt & difficilior. Ad hanc enim ſecundùm apparentias condendam opus erit primo Mobili

S ſ Cœle-

Cœleſtia omnia ſpatio Nychthemeri ab ortu in occaſum rapiente: Sed nec hoc ſatis erit; nam Volva iſti primo Mobili non obtemperat, Cœleſtis licet ſit; & in Jovis vel Saturni Satellite, Cœleſtium (Volvâ inferiorum) aliqua per primum Mobile circumaguntur, aliqua non item. Porro, ad ſecundos motus demonſtrandos adhibere oportet Deferentes, Epycyclos & Epicyclo-Epicyclos, & hos omnes mutare ſæpius neceſſe habebit Aſtronomus; unde illi Syſtema maxime compoſitum erit, & calculus intricatiſſimus. At Geographiam & Navigationem feliciter excercebit: præterquam enim quod omnia ex Geometria petita ſubſidia adhibere, quodque Latitudinem loci cujuſvis ſimiliter exquirere poſſit atque nos noſtrorum, Longitudinem à Meridiano immotæ Volvæ ſubjecto computabit, & Diſtantiam Meridiani cujuſvis loci, in Subvolvarum hemiſphærio, à primo Meridiano immediate obſervabit; quod in Planeta primario æque bene non procedit, nempe cui nihil immotum in Cœlis eſt præter Polos primi motûs. Hæc omnium accuratiſſime in Jovis Satellitum aliquo fiunt, cui *ſc.* Volva fere immota manet; minime accurate in Luna noſtra, cui Volva non tantum in latitudinem libratur (ut incolis Lunarum Saturniarum contingit) ſed etiam in longitudinem; adeo ut ad Longitudinem loci Lunaris ex Volvæ obſervatione deducendam opus ſit theoriâ Librationis Volvæ. Porro, per obſervationes in diverſis domicilii ſui locis eodem momento factas, Volvæ aliorumque Volvæ Comitum Diſtantiæ elicientur, quæ ægre aliter (niſi forte ex valde diverſa Magnitudine apparente horum Comitum) conſtarent, unde Comitum motus circa Volvam eluceſcet; eritque hic primus gradus ad veri Syſtematis cognitionem. Nam Phaſium varietas, quæ hujuſmodi motum Veneris & Mercurii circa Solem Terricolis detexit, locum hic non habet.

Si tandem Satellitis alicujus incola domicilii ſui circa Volvam, & Volvæ circa Solem motum agnoſcat; ſedem obtinet

obtinet Aſtronomiæ colendæ accommodatiſſimam: Nam, præter Geographiam accuratiſſimam Aſtronomiæ admodum neceſſariam, propter Atmoſphæræ abſentiam nubes aut nebulæ obſervationes nunquam impediunt, Sydera interdiu æque ac noctu, Planetaſque omnes etiam Soli propinquos obſervare poterit; ideoque, ſi qui ſint, Mercurio inferiores nobis inviſos videbit, & Aſtronomiam in tantum augebit. Præterea Sydera abſque Refractione (quippe facta in Atmoſphæra Obſervatori circundata) obſervabit; hæc verò ſola Terricolarum obſervationes adeo turbat, ut de minutioribus angulis capiendis pene deſperatum ſit. Porro, Volva in loco ſuo rotata Horologii omnibus Subvolvanis ſpectandi vices gerit, & hujus ope obſervationum momenta commode notantur. Omnium Satellitum maxime commoda in hunc uſum videtur Luna Telluris comes: Nam ejus Aſtronomia apparens (qualem eſſe naſcentem omnem Aſtronomiam neceſſe eſt, niſi verum Syſtema divinitus innotuerit) minime compoſita aut perturbata erit, quia alius nullus Comes Tellurem ambit; unde facilius ad verum Syſtema perveniet. Et licet diameter Orbitæ extimi Satellitis Jovis aut Saturni ſubtendat angulum ad Solem fere æqualem illi, quem ſubtendit diameter Orbitæ Lunaris, adeoque Diſtantia Solis à Jove Saturno, per obſervationes in horum Satellitibus extimis inſtitutas, fere tam exacte definiri queat, atque ejus Diſtantia à Tellure per obſervationes in Luna factas; tamen cum Solis Diſtantia innoteſcat ex nota cujuſvis Planetæ primarii Diſtantia, Satellitis Jovis incola ſibi proximum Primarium, nempe Martem Soli junctum & retrogradum, ad dictam inquiſitionem eliget, ſicut nos Venerem ſimiliter poſitam: Angulus autem, quem diameter Orbitæ Lunaris ſubtendit ad Venerem Telluri proximam, fere triplo major eſt angulo, quem diameter Orbitæ extimi Satellitum Jovis ſubtendit ad Martem Jovi proximi.

FINIS.

APPENDIX
AD
ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
ELEMENTA
DAVIDIS GREGORII.

CONTINENS

I. COMETOGRAPHIAM HALLEIANAM excerptam ex *Tranſactionibus Philoſophicis anni* 1705. *Menſ. Martij*, *Num°*. 297.

II. Brevem HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM TRACTATUM ab EDITORE Conſcriptum.

APPENDIX
AD
ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
ELEMENTA
DAVIDIS GREGORII.
CONTINENS

I. COMETOGRAPHIAM HALLEIANAM excerptam ex *Tranſactionibus Philoſophicis anni* 1705. *Menſ. Martij, Num*°. 297.

II. Brevem HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM TRACTATUM ab EDITORE Conſcriptum.

COMETOGRAPHIA

ſeu

Aſtronomiæ Cometicæ Synopſis, *Autore* Edmundo Halleio *apud* Oxonienſes *Geometriæ Profeſſore* Saviliano, & Reg. Soc. S.

Veteres *Ægyptii* & *Chaldæi*, ſiqua fides *Diodoro Siculo*, longa obſervationum ſerie inſtructi, Cometarum ἐπιτολὰς prænuntiare valuerunt. Cum autem iiſdem artibus etiam Terræ-motus ac tempeſtates prævidiſſe dicantur, extra dubium eſt Aſtrologiæ potius calculo fatidico, quam Aſtronomicis motuum Theoriis eorum de his rebus ſcientiam referendam eſſe. Ac vix alia à Græcis utriuſque populi victoribus reperta eſt apud eos doctrina; adeo ut eam, quam nunc eouſque proveximus Aſtronomiam, Græcis ipſis, præſertim magno *Hipparcho*, uti inventoribus, acceptam debeamus. Apud hos vero *Ariſtotelis* ſententia, qui Cometas nihil aliud eſſe voluit quam Vapores ſublunares vel etiam Meteora aerea, tantum effecit, ut hæc Aſtronomicæ ſcientiæ pars longe ſubtiliſſima, omnino neglecta manſerit, cum nemini operæ pretium viſum fuerit, vagas & incertas fluitantium in æthere vaporum ſemitas adnotare ſcriptiſque mandare; unde factum ut ab illis nihil certi de motu Cometarum ad nos tranſmiſſum reperiatur.

Seneca autem Philoſophus, perpenſis duorum inſignium ſui temporis Cometarum Phænomenis, non dubitavit iis loca inter corpora cœleſtia aſſignare, Sydera eſſe cum mundo duratura exiſtimans, quanquam Motus eorum legibus nondum compertis regi fateatur. Tandemque Vaticinio non irrito promittit aliquando futura ſecula, quibus hæc tam occulta *dies extraheret ac longioris ævi diligen-*

tia : quibuſque admirationi foret hæc *Veteres* neſcire potuiſſe; poſtquam *Demonſtraverit aliquis* Naturæ Interpres *in quibus Cœli partibus Cometa errent , quanti , qualeſque ſint.* Ab hac autem *Seneca* ſententia in diverſas partes abiit pene omnis Aſtronomorum Cohors; ac ipſe *Seneca*, neque Phænomena Motus quibus opinionem hanc tueretur, neque tempora adſcribere dignatus eſt, quæ poſteris ad hæc definienda uſui forent. Ac evolutis plurimis Cometarum Hiſtoriis, nihil omnino invenio quod huic negotio inſervire poſſit, ante annum à *Chriſto* nato 1337. quo *Nicephorus Gregoras* Hiſtoricus & Aſtronomus *Conſtantinopolitanus* nobis Cometæ ſemitam inter fixas ſatis accurate deſcripſit: tempora autem nimis laxe conſignavit, ita ut non niſi quod abhinc quadringentis pene Annis apparuerit, lubricus & incertus hic Cometa Catalogo quem damus inſeri mereatur. Dein Cometa anni 1472 omnium velociſſimus ac terris proximus *Regiomontanum* habuit obſervatorem. Hic magnitudine ac Comâ terribilis, unius diei ſpatiò 40 gradus ſub circulo Cœli maximo emenſus eſt, ac omnium primus eſt de quo obſervata idonea ad nos pervenere. Quotquot autem Cometas conſiderarunt, uſque ad tempora *Tychonis Brahe* magni illius Aſtronomiæ reſtauratoris, eos ſublunares eſſe autumârunt, adeoque parvi penderunt, utpote pro Vaporibus habitos.

Anno autem 1577, (*Tychone* jam ſtudio aſtrorum ſerio incumbente, comparatiſque Machinis ingentibus pro dimetiendis cœli arcubus, majori cum cura & certitudine quam Veteribus ſperare fas erat) Emerſit Cometa ſatis conſpicuus, cui obſervando ſtrenue ſeſe accinxit *Tycho:* multiſque & fidis experimentis deprehendit, nulli quæ ſentiretur Parallaxi diurnæ obnoxium fuiſſe, adeoque non tantum non fuiſſe Vaporem aereum, ſed & etiam multo ſuperiorem extitiſſe Lunâ: immo nihil obſtabat quin inter ipſos Planetas collocaretur; fruſtra interim contra obſtrepentibus Scholaſticorum nonnullis.

Ty-

Tychonis vero eximiam in obſervando induſtriam excepit *Kepleri* ſagaciſſimum & pene divinum ingenium. Hic *Tychonis* laboribus fretus Syſtema Mundi verum & Phyſicum adinvenit, ac ſcientiam Aſtronomicam in immenſum auxit; Monſtrato ſc. Planetas omnes in Planis per Solis centrum tranſeuntibus revolvi, Curvaſque Ellipticas deſcribere, eà lege, ut Areæ Sectorum Ellipticorum, ad centrum Solis in Ellipſeos foco conſtituti, temporibus, quibus deſcribantur arcus, ſemper proportionales ſint. Invenit etiam Diſtantias Planetarum à Sole eſſe in ſeſquialtera ratione temporum periodicorum, ſive Cubos diſtantiarum eſſe ut Quadrata Temporum. Tanto autem Artifici affulſere duo Cometæ, quorum alter maxime illuſtris. Ex horum obſervatis concluſit *Keplerus* non uno parallaxis annuæ indicio, Cometas inter Orbes planetarum liberrime quaquaverſum ferri, motu quidem non multum à rectilineo diverſo, ſed quem nondum definire licuit. Ac *Hevelius*, *Tychonis* æmulus, *Kepleri* veſtigiis inſiſtens, eandem Hypotheſim Motus rectilinei amplexus eſt, ipſe plurium Cometarum Obſervator perquam ſubtilis. Cœlo tamen Calculum ſuum non penitus conſentire queſtus eſt, Viamque Cometicam verſus Solem incurvari ſuboluit.

Tandem de ſummo Cœlo lapſus eſt prodigioſus ille Cometa Anni 1680. quaſi Caſu perpendiculari Solem petens, & exinde pari velocitate aſſurgens: Hic per quatuor Menſes continuos viſus, inſigni ac peculiari Curvitate Orbitæ ad inveſtigationem Motus Theoriæ præ cæteris idoneus erat: Inſtructis autem jampridem Regiis Obſervatoriis, *Pariſienſi* & *Grenovicenſi*, ac Aſtronomorum Clariſſimorum curæ commiſſis, accidit ut hujus Cometæ Motus apparens, quantum forſan mortalibus fas eſt, accuratiſſime à *Caſſino* & *Flamſtedio* obſervaretur.

Non multo poſt, dum Geometrarum Princeps illuſtriſſimus *Newtonus* operam dabat *Principiis Philoſophiæ Mathematicis*; non ſolum Inventa *Kepleri* in Syſtemate Planeta-

rio neceſſariò locum habere demonſtravit : verum etiam Cometarum Phænomena omnia ex iiſdem Principiis evidenter conſequi. Id quod exemplo prædicti Cometæ anni 1680. abunde illuſtravit, modumque docuit Geometrice conſtruendi Orbitas Cometarum; Problemaque arduum ac tanto Oedipo dignum ſumma cum omnium admiratione reſolvit. Cometam autem hunc in orbe parabolico Solem circumiiſſe probat, ita ut Areæ ad Centrum Solis æſtimatæ Temporibus proportionales fuerint.

Tanti viri veſtigia inſecutus eandem methodum calculo Arithmetico accommodare aggreſſus ſum, nec irrito Conamine. Undique enim conquiſitis Cometarum Obſervationibus, Tabellam hanc, immenſi pene Calculi fructum, obtinui, exiguum quidem ſed non ingratum Aſtronomis munus. Hi etenim numeri vim habent omnia quæ de motu Cometarum hactenus obſervata ſunt accuratiſſime repræſentandi, ope ſolius Tabulæ Generalis inſequentis, cui adornandæ nullis ſane peperci laboribus, ut perfecta prodiret, utpote Poſteritati conſecrata ac cum Scientia Aſtronomica duratura.

Cometa-

Cometæ Anni.		*Diſtantia Perihelia à Sole.*	*Log. diſt. Perihelia à Sole.*	*Temp. æquat. Perihelii Londini.*
				die. h. ′
1337	♊	40666	9.609236	*Junii* 2. 6.25
1472	♑	54273	9.734584	*Feb.* 28. 22.23
1531	♉	56700	9.753583	*Aug.* 24. 21.18½
1532	♊	50916	9.706803	*Oct.* 19. 22.12
1556	♍	46390	9.666424	*Apr.* 21. 20. 3
1577	♈	18342	9.263447	*Oct.* 26. 18.45
1580	♈	59628	9.775450	*Nov.* 28. 15.00
1585	♉	109358	10.038850	*Sept* 27. 19.20
1590	♍	57661	9.760882	*Jan.* 29. 3.45
1596	♒	51293	9.710058	*Julii* 31. 19.55
1607	♉	58680	9.768490	*Oct.* 16. 3.50
1618	♊	37975	9.579498	*Oct.* 29. 12.23
1652	♊	84750	9.928140	*Nov.* 2. 15.40
1661	♊	44851	9.651772	*Jan.* 16. 23.41
1664	♊	102575½	10.011044	*Nov.* 24. 11.52
1665	♏	10649	9.027309	*Apr.* 14. 5.15½
1672	♑ 2	69739	9.843476	*Feb.* 20. 8.37
1677	♏ 2	28059	9.448072	*Apr.* 26. 00.37½
1680	♑	00612½	7.787106	*Dec.* 8. 00. 6
1682	♉ 2	58328	9.765877	*Sept.* 4. 07.39
1683	♍ 2	56020	9.748343	*Julii* 3. 2.50
1684	♐ 2	96015	9.982339	*Maii* 29. 10.16
1686	♓ 2	32500	9.511883	*Sept.* 6. 14.33
1698	♐ 2	69129	9.839660	*Oct.* 8. 16.57

Hæc t quid ſibi velint Numeri.
Di es media diſtantia Terræ
à

rio neceſſariò locum habere demonſtravit : verum etiam Cometarum Phænomena omnia ex iiſdem Principiis evidenter conſequi. Id quod exemplo prædicti Cometæ anni 1680. abunde illuſtravit, modumque docuit Geometrice conſtruendi Orbitas Cometarum; Problemaque arduum ac tanto Oedipo dignum ſumma cum omnium admiratione reſolvit. Cometam autem hunc in orbe parabolico Solem circumiiſſe probat, ita ut Areæ ad Centrum Solis æſtimatæ Temporibus proportionales fuerint.

Tanti viri veſtigia inſecutus eandem methodum calculo Arithmetico accommodare aggreſſus ſum, nec irrito Conamine. Undique enim conquiſitis Cometarum Obſervationibus, Tabellam hanc, immenſi pene Calculi fructum, obtinui, exiguum quidem ſed non ingratum Aſtronomis munus. Hi etenim numeri vim habent omnia quæ de motu Cometarum hactenus obſervata ſunt accuratiſſime repræſentandi, ope ſolius Tabulæ Generalis inſequentis, cui adornandæ nullis ſane peperci laboribus, ut perfecta prodiret, utpote Poſteritati conſecrata ac cum Scientia Aſtronomica duratura.

Cometæ Anni.		*Diſtantia Perihelia à Sole.*	*Log. diſt. Perihelia à Sole.*	*Temp. æquat. Perihelii Londini.*
				die. h. ′
1337	♊	40666	9.609236	*Junii* 2. 6.25
1472	♑	54273	9.734584	*Feb.* 28.22.23
1531	♉	56700	9.753583	*Aug.* 24.21.18½
1532	♊	50916	9.706803	*Oct.* 19.22.12
1556	♍	46390	9.666424	*Apr.* 21.20. 3
1577	♈	18342	9.263447	*Oct.* 26.18.45
1580	♈	59628	9.775450	*Nov.* 28.15.00
1585	♉	109358	10.038850	*Sept* 27.19.20
1590	♍	57661	9.760882	*Jan.* 29. 3.45
1596	♒	51293	9.710058	*Julii* 31.19.55
1607	♉	58680	9.7[illegible]8490	*Oct.* 16. 3.50
1618	♊	37975	9.579498	*Oct.* 29.12.23
1652	♊	84750	9.928140	*Nov.* 2.15.40
1661	♊	44851	9.651772	*Jan.* 16.23.41
1664	♊ 2	102575½	10.011044	*Nov.* 24.11.52
1665	♏ 1	10649	9.027309	*Apr.* 14. 5.15½
1672	♑ 2	69739	9.843476	*Feb.* 20. 8.37
1677	♏ 2	28059	9.448072	*Apr.* 26.00.37½
1680	♑	00612½	7.787106	*Dec.* 8.00. 6
1682	♉ 2	58328	9.765877	*Sept.* 4.07.39
1683	♍ 2	56020	9.748343	*Julii* 3. 2.50
1684	♐ 2	96015	9.982339	*Maii* 29.10.16
1686	♓ 2	32500	9.511883	*Sept.* 6.14.33
169[illegible]	♐ 2	69129	9.839660	*Oct.* 8.16.57

Hæc t *quid ſibi velint Numeri.*

Di *es media diſtantia Terræ*

à

Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
o	gr. ′ ″		o	gr. ′ ″	
1	1.31.40	0. 000077	31	42.55.07	0. 062400
2	3. 3.15	0. 000309	32	44. 3.16	0. 065835
3	4.34.43	0. 000694	33	45.10.26	0. 069316
4	6. 6. 0	0. 001231	34	46.16.35	0. 072839
5	7.37. 1	0. 001921	35	47.21.36	0. 076396
6	9. 7.44	0. 002759	36	48.25.33	0. 079984
7	10.38. 2	0. 003745	37	49.28.29	0. 083604
8	12. 7.53	0. 004876	38	50.30.23	0. 087249
9	13.37.17	0. 006151	39	51.31.11	0. 090912
10	15. 6. 6	0. 007564	40	52.30.54	0. 094594
11	16.34.20	0. 009115	41	53.29.42	0. 098298
12	18. 1.54	0. 010798	42	54.27.32	0. 102019
13	19.28.47	0. 012609	43	55.24.22	0. 105762
14	20.54.53	0. 014550	44	56.20.11	0. 109490
15	22.20.14	0. 016607	45	57.15. 5	0. 113240
16	23.44.43	0. 018783	46	58. 9. 2	0. 116995
17	25. 8.22	0. 021072	47	59. 2. 5	0. 120756
18	26.31. 7	0. 023470	48	59.54.13	0. 124518
19	27.52.55	0. 025969	49	60.45.26	0. 128278
20	29.13.52	0. 028551	50	61.35.45	0. 132035
21	30.33.39	0. 031263	51	62.25.14	0. 135792
22	31.52.31	0. 034045	52	63.13.50	0. 139541
23	33.10.23	0. 036916	53	64. 1.38	0. 143288
24	34.27.12	0. 039864	54	64.48.38	0. 147029
25	35.42.59	0. 042891	55	65.34.50	0. 150762
26	36.57.41	0. 045989	56	66.20.14	0. 154482
27	38.11.20	0. 049154	57	67.04.51	0. 158192
28	39.23.56	0. 052383	58	67.48.22	0. 161890
29	40.35.26	0. 055668	59	68.31.51	0. 165578
30	41.45.50	0. 059010	60	69.14.16	0. 169254

Medius motus.	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantia à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
o	gr ′ ″		o	gr. ′ ″	
61	69. 55. 58	0. 172914	91	86. 20. 34	0. 274176
62	70. 36. 56	0. 176557	92	86. 46. 20	0. 277239
63	71. 17. 16	0. 180188	93	87. 11. 43	0. 280284
64	71. 56. 56	0. 183803	94	87. 36. 45	0. 283306
65	72. 35. 57	0. 187404	95	88. 01. 27	0. 286308
66	73. 14. 15	0. 190978	96	88. 25. 49	0. 289293
67	73. 51. 59	0. 194540	97	88. 49. 48	0. 292252
68	74. 29. 6	0. 198085	98	89. 13. 32	0. 295201
69	75. 05. 38	0. 201614	99	89. 36. 54	0. 298122
70	75. 41. 35	0. 205122	100	90.00. 00.	0. 301030
71	76. 16. 56	0. 208612	102	90. 45. 14	0. 306782
72	76. 51. 43	0. 212080	104	91. 29. 18	0. 312469
73	77. 25. 57	0. 215529	106	92. 12. 14	0. 318060
74	77. 59. 41	0. 218963	108	92. 54. 4	0. 323587
75	78. 32. 54	0. 222378	110	93. 34. 52	0. 329042
76	79. 5. 35	0. 225709	112	94. 14. 40	0. 334424
77	79. 37. 45	0. 229142	114	94. 53. 30	0. 339736
78	80. 9. 23	0. 232488	116	95. 31. 22	0. 344979
79	80. 40. 34	0. 235809	118	96. 8. 22	0. 350153
80	81. 11. 56	0. 239127	120	96. 44. 30	0. 355262
81	81. 41. 31	0. 242416	122	97. 19. 48	0. 360306
82	82. 11. 19	0. 245684	124	97. 54. 17	0. 365284
83	82. 40. 40	0. 248933	126	98. 28. 00	0. 370200
84	83. 9. 34	0. 252159	128	99. 00. 57	0. 375052
85	83. 38. 4	0. 255366	130	99. 33. 11	0. 379842
86	84. 6. 8	0. 258552	132	100. 4. 43	0. 384576
87	84. 33. 49	0. 261720	134	100. 35. 45	0. 389252
88	85. 1. 5	0. 264865	136	101. 5. 48	0. 393868
89	85. 27. 58	0. 267989	138	101. 35. 22	0. 398428
90	85. 54. 27	0. 271092	140	102. 4. 19	0. 402930

Medius motus. o	*Angulus à perihelio.* gr. ′ ″	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*	*Medius motus.* o	*Angulus à perihelio.* gr. ′ ″	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
142	102.32.41	0. 407380	204	113.37.25	0. 523406
144	103.00.31	0. 411784	208	114. 9.52	0. 529705
146	103.27.47	0. 416132	212	114.41.23	0. 535886
148	103.54.31	0. 420430	216	115.12.02	0. 541958
150	104.20.43	0. 424676	220	115.41.51	0. 547922
152	104.46.22	0. 428866	224	116.10.52	0. 553782
154	105.11.33	0. 433012	228	116.39. 7	0. 559538
156	105.36.16	0. 437110	232	117. 6.38	0. 565199
158	106.00.32	0. 441164	236	117.33.27	0. 570762
160	106.24. 23	0. 445178	240	117.59.35	0. 576233
162	106.47.47	0. 449144	244	118.25. 5	0. 581616
164	107.10.44	0. 453060	248	118.49.57	0. 586912
166	107.33.17	0. 456936	252	119.14.14	0. 592122
168	107.55.27	0. 460772	256	119.37.56	0. 597252
170	108.17.14	0. 464208	260	120. 1. 6	0. 602301
172	108.38.37	0. 468318	264	120.23.44	0. 607274
174	108.59.39	0. 472030	268	120.45.52	0. 612174
176	109.20.20	0. 475705	272	121. 7.30	0. 616998
178	109.40.40	0. 479340	276	121.28.39	0. 621750
180	110.00.40	0. 482937	280	121.49.22	0. 626438
182	110.20.20	0. 486498	284	122. 9.38	0. 631056
184	110.39.41	0. 490022	288	122.29.28	0. 635608
186	110.58.44	0. 493512	292	122.48.54	0. 640098
188	111.17.28	0. 496965	296	123. 7.57	0. 644525
190	111.35.55	0. 500384	300	123. 26.36	0. 648893
192	111.54.05	0. 503769	310	124.11.40	0. 659559
194	112.11.58	0. 507121	320	124.54.36	0. 669880
196	112.29.34	0. 510441	330	125.35.34	0. 679876
198	112.46.55	0. 513729	340	126.14.44	0. 689568
200	113. 4.00	0. 516984	350	126.52.12	0. 698970

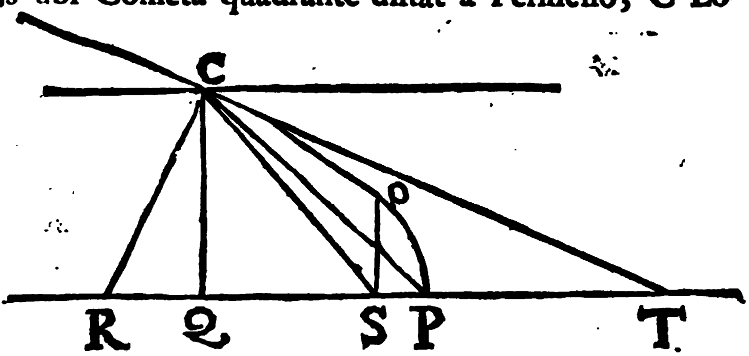
Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus.	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
o	gr. ′ ″		o	gr. ′ ″	
360	127.28. 6	0. 708104	820	141.49.24	0. 970836
370	128. 2.33	0. 716976	840	142.10.00	0. 978397
380	128.35.38	0. 725606	860	142.29.56	0. 985771
390	129. 7.27	0. 734006	880	142.49.10	0. 992970
400	129.38. 4	0. 742186	900	143. 7.48	1. 000000
410	130. 7.34	0. 750160	920	143.25.51	1. 006871
420	130.36. 2	0. 757930	940	143.43.21	1. 013586
430	131. 3.30	0. 765516	960	144.00.18	1. 020155
440	131.30. 2	0. 772918	980	144.16.46	1. 026583
450	131.55.41	0. 780148	1000	144.32.46	1. 032876
460	132.20.30	0. 787216	1500	149.26. 8	1. 158188
470	132.44.32	0. 794122	2000	152.26.15	1. 246058
480	133. 7.50	0. 800882	2500	154.32.20	1. 313703
490	133.30.25	0. 807494	3000	156. 7.27	1. 368678
500	133.52.20	0. 813969	3500	157.22.49	1. 414974
520	134.34.18	0. 826522	4000	158.24.36	1. 454950
540	135.14. 0	0. 838600	4500	159.16.36	1. 490125
560	135.51.28	0. 850187	5000	160. 1. 12	1. 521521
580	136.27. 6	0. 861369	5500	160.40. 5	1. 549874
600	137.00.57	0. 872155	6000	161.14 24	1. 575718
620	137.33.13	0. 882575	6500	161.45.00	1. 599460
640	138. 3.58	0. 892649	7000	162.12.34	1. 621417
660	138.33.21	0. 902401	7500	162.37.34	1. 641838
680	139. 1.29	0. 911866	8000	163 00.23	1. 660922
700	139.28.25	0. 921012	8500	163.21.20	1. 678834
720	139.54.16	0. 929907	9000	163.40.42	1. 695708
740	140.19. 5	0. 938549	9500	163.58.38	1. 711662
760	140.42.56	0. 946951	10000	164.15.20	1. 726784
780	141.05.55	0. 955124	50000	170.52. 0	2. 197960
800	141.28. 3	0. 963082	100000	172.45.44	2. 399655

Tabula

Tabulæ Generalis Conſtructio & Uſus.

Ut Planetæ in Orbibus Ellipticis, ita Cometæ in Parabolicis Solem in Foco communi ſitum ambiunt; ea lege ut Areæ æquales æqualibus temporibus deſcribantur. Quoniam vero Parabolæ omnes inter ſe ſimiles ſunt, ſi determinata aliqua pars Areæ datæ Parabolæ dividatur in partes quotlibet; in omnibus Parabolis fiet ſimilis diviſio ſub iiſdem angulis, atque diſtantiæ erunt proportionales: ideoque una noſtra Tabula pro Cometis omnibus ſufficiet. Calculi autem hujus Tabulæ hæc eſt ratio. In Schemate ſit S Sol, P O C orbita Cometæ, P Perihelion. O Locus ubi Cometa quadrante diſtat à Perihelio, C Locus quivis alius. Junge C P, C S. ac fiant S T, S R æquales ipſi C S; ac ductis



rectis C R, C T (quarum hæc Curvæ Tangens eſt, illa perpendicularis) in axem P S R demitte normalem C Q. Jam data quâvis Areâ C O P S, oportet angulum C S P, & diſtantiam C S inquirere. Quoniam ob naturam Parabolæ recta R Q ubique æqualis eſt ſemilateri recto, ponatur latus rectum $= 2$, adeoque $R Q = 1$: ac ſit recta $C Q = z$: erit itaque $P Q = \frac{1}{2} z z$, ac Segmentum parabolicum $C O P = \frac{1}{12} z z z$. Triangulum autem $C S P$ erit $= \frac{1}{4} z$: adeoque Area mixtilinea C O P S erit $\frac{1}{12} z^3 + \frac{1}{4} z = a$, ac $z^3 + 3 z = 12 a$. Quare reſolutâ hâc æquatione Cubicâ, z ſive ordinatim applicata C Q innoteſcet. Proponatur

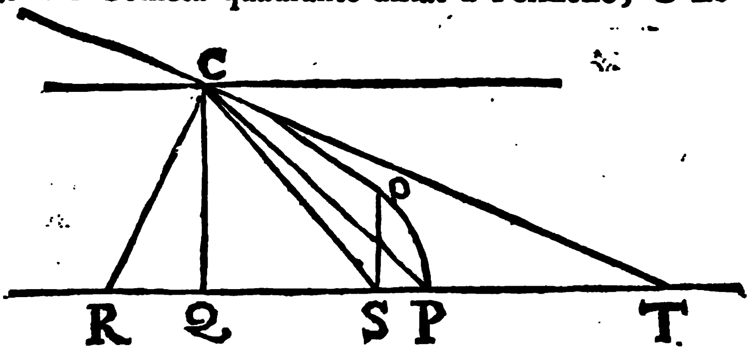
Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus. o	Angulus à peribelio. gr. ′ ″	Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.	Medius motus. o	Angulus à peribelio. gr. ′ ″	Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.
360	127.28. 6	0. 708104	820	141.49.24	0. 970836
370	128. 2.33	0. 716976	840	142.10.00	0. 978397
380	128.35.38	0. 725606	860	142.29.56	0. 985771
390	129. 7.27	0. 734006	880	142.49.10	0. 992970
400	129.38. 4	0. 742186	900	143. 7.48	1. 000000
410	130. 7.34	0. 750160	920	143.25.51	1. 006871
420	130.36. 2	0. 757930	940	143.43.21	1. 013586
430	131. 3.30	0. 765516	960	144.00.18	1. 020155
440	131.30. 2	0. 772918	980	144.16.46	1. 026583
450	131.55.41	0. 780148	1000	144.32.46	1. 032876
460	132.20.30	0. 787216	1500	149.26. 8	1. 158188
470	132.44.32	0. 794122	2000	152.26.15	1. 246058
480	133. 7.50	0. 800882	2500	154.32.20	1. 313703
490	133.30.25	0. 807494	3000	156. 7.27	1. 368678
500	133.52.20	0. 813969	3500	157.22.49	1. 414974
520	134.34.18	0. 826522	4000	158.24.36	1. 454950
540	135.14. 0	0. 838600	4500	159.16.36	1. 490125
560	135.51.28	0. 850187	5000	160. 1.12	1. 521521
580	136.27. 6	0. 861369	5500	160.40. 5	1. 549874
600	137.00.57	0. 872155	6000	161.14 24	1. 575718
620	137.33.13	0. 882575	6500	161.45.00	1. 599460
640	138. 3.58	0. 892649	7000	162.12.34	1. 621417
660	138.33.21	0. 902401	7500	162.37.34	1. 641838
680	139. 1.29	0. 911866	8000	163 00.23	1. 660922
700	139.28.25	0. 921012	8500	163.21.20	1. 678834
720	139.54.16	0. 929907	9000	163.40.42	1. 695708
740	140.19. 5	0. 938549	9500	163.58.38	1. 711662
760	140.42.56	0. 946951	10000	164.15.20	1. 726784
780	141.05.55	0. 955124	50000	170.52. 0	2. 197960
800	141.28. 3	0. 963082	100000	172.45.44	2. 399655

Tabula

Tabula Generalis Conſtructio & Uſus.

Ut Planetæ in Orbibus Ellipticis, ita Cometæ in Parabolicis Solem in Foco communi ſitum ambiunt; ea lege ut Areæ æquales æqualibus temporibus deſcribantur. Quoniam vero Parabolæ omnes inter ſe ſimiles ſunt, ſi determinata aliqua pars Areæ datæ Parabolæ dividatur in partes quotlibet; in omnibus Parabolis fiet ſimilis diviſio ſub iiſdem angulis, atque diſtantiæ erunt proportionales: ideoque una noſtra Tabula pro Cometis omnibus ſufficiet. Calculi autem hujus Tabulæ hæc eſt ratio. In Schemate ſit S Sol, P O C orbita Cometæ, P Perihelion. O Locus ubi Cometa quadrante diſtat à Perihelio, C Locus quivis alius. Junge C P, C S. ac fiant S T, S R æquales ipſi C S; ac ductis rectis C R, C T (quarum hæc Curvæ Tangens eſt, illa perpendicularis) in axem P S R demitte normalem C Q. Jam data quâvis Areâ C O P S, oportet angulum C S P, & diſtantiam C S inquirere. Quoniam ob naturam Parabolæ recta R Q ubique æqualis eſt ſemilateri recto, ponatur latus rectum $= 2$, adeoque R Q $= 1$: ac ſit recta C Q $= z$: erit itaque P Q $= \frac{1}{2} zz$, ac Segmentum parabolicum C O P $= \frac{1}{12} zzz$. Triangulum autem C S P erit $= \frac{1}{4} z$: adeoque Area mixtilinea C O P S erit $\frac{1}{12} z^3 + \frac{1}{4} z = a$, ac $z^3 + 3z = 12a$. Quare reſolutâ hâc æquatione Cubicâ, z ſive ordinatim applicata C Q innoteſcet. Proponatur



tur jam Area O P S in partes centenas dividenda: hæc Area duodecima pars eſt quadrati lateris recti, adeoque 12 *a* æquantur Quadrato illo = 4: Si itaque ſucceſſive extrahantur radices æquationum $z^3 + 3z =$ 0, 04: 0, 08: 0, 12: 0, 16 &c. habebuntur totidem *z* ſive ordinatim applicatæ C Q reſpective; ac diviſa erit area S O P in partes centenas. Eodemque modo ultra locum O continuandus eſt calculus. Radix autem hujus æquationis, cum R Q ſit = 1, Tangens eſt Tabularis anguli C R Q, ſive dimidii anguli C S P, adeoque angulus C S P datur. Ejuſdemque anguli C R Q ſecans R C, Media proportionalis eſt inter R Q ſive Unitatem & R T, quæ dupla eſt ipſius S C, ut ex Conicis notiſſimum eſt. Quod ſi S P ponatur 1, adeoque latus rectum = 4 (ut in Tabulâ noſtrâ) ipſa R T erit diſtantia quæſita; duplum ſcilicet ipſius S C in priore Parabolâ. Ad hunc modum itaque præcedentem Tabulam elaboravi repræſentandis omnium Cometarum motibus inſervientem: hactenus enim nullus ex obſervatis Parabolæ leges reſpuit.

Reſtat jam præcepta Calculi tradere, modumque ſupputandi locum Cometæ viſum ex his Numeris exhibere. Cometæ autem in Parabola moventis Velocitas ubique eſt ad velocitatem Planetæ gyrantis in Circulo circa Solem, ad eandem à Sole diſtantiam, ut $\sqrt{2}$ ad 1: ut conſtat *ex Principiis Phil. Nat. Math. Lib.* I. *Prop.* 16. *Corol.* 7. Si itaque Cometa in perihelio ad diſtantiam æqualem diſtantiæ Terræ à Sole ſupponatur, erit area diurna, quam deſcriberet Cometa, ad aream quam deſcribit Terra, ut $\sqrt{2}$ ad 1. ac proinde tempus annuum, ad tempus quo Cometa talis deſcriberet Quadrantem Orbitæ ſuæ à Perihelio ut 3. 14159 &c. (hoc eſt ut area circuli) ad $\sqrt{\frac{8}{9}}$. Cometa igitur deſcriberet Quadrantem illum diebus 109. 14^h. 46′. adeoque areâ illâ Parabolicâ areæ P O S analogâ in centum particulas diſtributâ,

butâ, ſingulis diebus competunt particulæ 0, 912280. Cujus Logarithmus nempe 9, 960128 in perpetuum uſum ſervandus eſt. Tempora autem, quibus Cometa in diſtantia majore vel minore Quadrantes ſimiles deſcriberet, ſunt ut Revolutiones in Circulis; hoc eſt in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum: adeoque areæ diurnæ in partibus centeſimis Quadrantis æſtimatæ (quas medii Motus menſuras, inſtar Graduum, ponimus) ſunt in ſingulis in ſubſeſquialtera ratione diſtantiæ Periheliæ à Sole.

His neceſſario præmiſſis proponatur alicujus è Cometis noſtris Locum viſum ad datum tempus ſupputare. Primum itaque Solis Locus ab Æquinoctio in promptu ſit, ejuſdemque diſtantiæ à Terrâ Logarithmus. 2°. Capiatur intervallum Temporis inter Tempus Perihelii & Tempus datum, in diebus partibuſque diei decimalibus. Hujus numeri Logarithmo addatur Logarithmus conſtans 9,960128 ac complementum arithmeticum ſeſquialterius Logarithmi diſtantiæ Periheliæ à Sole: ſumma Logarithmus erit Motûs medii in prima Columna Tabulæ Generalis quærendi. 3°. Cum motu medio capiatur in Tabulâ correſpondens angulus à Perihelio, & Logarithmus pro diſtantiâ à Sole: ac in Cometis Directis adde, in Retrogradis ſubduc, ſi fuerit Tempus poſt Perihelium; vel in Directis ſubduc & in Retrogradis adde, ſi fuerit ante Perihelium, angulum ſic inventum à loco vel ad locum Perihelii. Et habebitur Locus Cometæ in orbitâ propriâ: Et ad Logarithmum pro Diſtantiâ ibidem inventum addatur logarithmus diſtantiæ Periheliæ, ſumma erit Logarithmus diſtantiæ veræ Cometæ à Sole. 4°. Cum Loco Cometæ in Orbitâ, dato Loco Nodi, capiatur diſtantia Cometæ à Nodo: ac datâ Inclinatione plani, dabuntur, Notiſſimis Trigonometriæ præceptis, Locus Cometæ ad Eclipticam reductus, cum Inclinatione ſive Latitudine Heliocentricâ, ac Diſtantiæ Curtatæ Logarithmus. 5°. Ex his datis, iiſdem omnino regulis quibus loca Planetarum, ex dato Loco &

co & Diſtantiâ Solis; obtinebitur Locus Viſus ſeu Geocentricus cum Latitudine viſa. Id quod exemplo uno vel altero operæ pretium erit illuſtrare.

Exemp. I. Quæritur Locus Cometæ Anni 166$\frac{4}{5}$ *Martii* 1°. 7^{h}. 00′. P. M. *Londini*. Hoc eſt 96^{d}. 19^{h}. 8′. poſt Perihelion ejus *Novemb*. 24°. 11^{h}. 52′. Celebratum.

Log. diſt. Perihel.	0. 011044	*Perihel.* ♌	10. 41. 25
Log. Seſquialt.	0. 016566	*Ang. Correſp.*	83. 38. 05
Comp. Arith.	9. 983434	*Comet. in Orb.* ♉	17. 3. 20
	9. 960128	☊ ♊	21. 14. 00
Log. Temp.	1. 985862	*Com. à Nodo*	34. 10. 40
Log. Med. Mot.	1. 929424	*Red. ad Eclip.*	32. 19. 05
Medius Motus	85. 001	*Com. Helioc.* ♉	18. 54. 55
		Incl. Bor.	11. 46. 50.

Log. pro diſt.	0. 255369
Log. Perihel.	0. 011044
Co. ſin. Incl.	9. 990754
Log. diſt. Curt.	0. 257167
Log. diſt. ☉	9. 997918
☉ ♓	21. 44. 45
Com. Viſus ♈	29. 18. 30
Lat. Viſa	8. 36. 15 *Bor.*

Exemp.

Exemp. II. Quæritur Locus Cometæ Anni 1683 *Julii* 23°. 13h. 35'. P. M. *Londini*. Vel 13h. 40' T. æquat. hoc eſt 21d. 10h, 50' poſt Perihelion.

Log. diſt. Perihel.	9. 748343	*Perihel.* ♊	25. 29. 30
Log. Seſquialt.	9. 622514	*Ang. Correſp.*	56. 47. 20
Comp. Arith.	0. 377486	*Comet. in Orb.* ♈	28. 42. 10
	9. 960128	☋ ♓	23. 23. 00
Log. Temp.	1. 310723	*Com. à* ☋	35. 19. 10
Log. Med. Mot.	1. 648337	*Red. ad Eclip.*	4. 48. 30
Medius Motus.	44. 498	*Com. Helioc.* ♓	28. 11. 30
		Incl. Bor.	35. 2. 00

Log. pro diſt.	0. 111336
Log. Perihel.	9. 748343
Co. ſin. Incl	9. 913187
Log. diſt. Curt.	9. 772866
Log. diſt. ☉	0. 006104
☉ *Locus* ♌	10. 41. 25
Com. Viſus ♋	5. 11. 50
Lat. Bor.	28. 52. 00

Momento autem primi Exempli, *Londini* obſervatum eſt Cometam applicari ad Stellam ſecundam *Arietis*; ita ut novem minutis illâ borealior repertus ſit, ac tribus minutis orientalior: Obſervante D^no^ *Roberto Hookio*. In ſecundo autem Exemplo ipſe, in viciniâ *Londini*, inſtrumentis quibus olim Stellas Auſtrales obſervaveram, Cometæ locum deprehendi ♋. 5°. 11'. ½, cum Latitudine Boreali, 28°. 52', conſentiente ad amuſſim obſervatione *Grenovicenſi* eodem pene momento factâ.

Cometa autem Anni 1680, qui pene Solem attigit, (non enim triente ſemidiametri corporis Solaris à ſuperficie ejus diſtabat in Perihelio) cum Latus rectum exiguum

guum admodum ſit, Tabulâ Generali haud coerceri potuit, ob immanem Motus medii velocitatem: præſtat itaque in hoc, poſtquam inventus fuerit Motus medius, ex eodem, ope præcedentis æquationis $zzz + 3z = \frac{4}{100}$ *Mot. med.* Tangentem dimidii anguli à Perihelio elicere, una cum Logarithmo pro diſtantia à Sole. Quibus datis iiſdem omnino regulis ac in cæteris procedendum eſt.

Ad hunc itaque modum Aſtronomico Lectori examinare licet numeros à me poſitos, quos ſummâ curâ ex obſervationibus quæ ſuppetebant exantlavi; neque enim, antequam probe ad incudem redacti fuerint, ac multorum annorum ſtudio quantum fieri poſſit politi, in publicum prodeunt. Hoc Autem ſpecimen aſtronomiæ Cometicæ, futuri operis Prodromum, editum eſſe volui; ne forte ſuperveniente fato perirent lucubrationes noſtræ, ob Calculi difficúltatem non cuivis homini denuo ſuſcipiendæ. Monendus autem eſt Lector, quinque priores ordine Cometas, quorum tertius & quartus eſt à *Petro Apiano* obſervatus, quintus vero à *Paulo Fabricio*, uti & decimus à *Mæſtlino* (ni fallor) anno 1596 conſpectus, non eundem certitudinis gradum cum reliquis præ ſe ferre. Neque enim debitis organis nec cura ad hoc requiſitâ obſervationes ipſæ peractæ ſunt; adeoque inter ſe diſſidentes nullo modo cum computo regulari conciliari poſſunt. Cometam Anni 1684 unus vidit *Blanchinus* obſervator *Romanus*: ultimum vero Anni ſc. 1698 *Pariſienſes* ſoli conſpexerunt, ejuſque curſum inſolito modo deſignarunt. Obſcurus hic admodum, etiamſi velox ac terris ſatis vicinus, noſtros ſane oculos alioquin non incurioſos effugit. Inſignes autem duos hac noſtra ætate Cometas, alterum Anno 1689 Menſe *Novembri* ortum, alterum Menſe *Februario* Anni 1702, Catalogo ſubjungere non licuit, propter defectum obſervationum. Etenim verſus mundi plagas Auſtrales curſum dirigentes, ac in *Europâ*

vix

vix conſpicui, contemplatores non habuere negotio pares. Quod ſi forſan ex partibus *Indicis* advectæ fuerint accuratæ obſervationum ſeries ad hoc neceſſariæ; lubens calculum repetere, horumque Orbitas, reliquorum ad modum, Numeris deſignandi laborem ſuſcipere non gravabor.

Anguſtiâ autem paginæ 1886, factum eſt, ut omiſſa ſit neceſſaria illa Columella quæ oſtendat an directe vel retrograde moti fuerint Cometæ. Sciat itaq; Aſtronomus undecim e noſtris Cometis directo curſu ſecundum ſeriem ſignorum proceſſiſſe, nempe illos annorum 1532, 1556, 1580, 1585, 1618, 1652, 1661, 1672, 1680, 1684 & 1686. Reliquos vero tredecim motu retrogrado contra ſeriem ſignorum curſum tenuiſſe. Quibus perpenſis, ac collatis inter ſe cæteris horum Cometarum motuum Elementis, videre eſt, nullo ordine diſpoſitos eſſe Orbitas; neque ipſos, Planetarum more, Zodiaco comprehendi poſſe, quaquaverſum tam Retrograde quam directe indifferenter latos; unde manifeſtum eſt eos motu vorticali nullo modo circumagi. Quinetiam diſtantiæ Periheliæ nunc majores nunc minores reperiuntur; unde pronum eſt ſuſpicari etiam multo plures eſſe Cometas, qui in partibus à Sole remotioribus, obſcuri caudaque deſtituti, adeoque nobis inconſpicui, præterlabi poſſunt.

Hactenus Cometarum Orbes conſideravimus ut perfectè Parabolicos; quo ſuppoſito conſequeretur Cometas, vi Centripeta verſus Solem impulſos, à ſpatiis infinite diſtantibus deſcendere, caſuque ſuo velocîtatem tantam acquirere, ut iterum in ſpatia Mundi remotiſſima ſeſe abdere poſſint, perpetuo niſu ſurſum tendentes, ac ad Solem nunquam reverſuri. Cum autem ſatis frequentes ſint Cometarum adventus; ac eorum nullus reperiatur motu ferri Hyperbolico, ſeu velociore quam cadendo ad Solem acquirere debeat, credibile eſt potius in Orbibus val-

de Excentricis revolvi eos circa Solem, ac poſt longiſſimas periodos reverti. Sic enim Numerus eorum præfinitus eſſet, ac fortaſſe non uſque adeo magnus. Spatia autem inter Solem Fixaſque tanta ſunt, ut Cometæ revolventi cum Periodo quantumvis longa ſatis loci fit. Latus autem rectum Ellipſis eſt ad Latus rectum Parabolæ eandem Periheliam diſtantiam habentis, ut diſtantia Aphelia in Ellipſi eſt ad Axem totum Ellipſis; Velocitates autem ſunt in dimidiata ratione eorundem: quapropter in Orbibus valde Excentricis ratio hæc accedit proxime ad rationem æqualitatis. Tantilla autem differentia, quæ intercedit ratione majoris in Parabola velocitatis, facillime in ſitu Orbis determinando compenſatur. Hujus itaque Tabulæ Elementorum Motuum uſus præcipuus eſt, atque etiam propter quem illam conſtruere operæ pretium duxi, ut, ſi quando novus Cometa emerſerit, poſſimus collatis elementis dignoſcere an poterit eſſe aliquis ex antiquis, necne; ac proinde Periodum Orbitæque Axem determinare, reditumque prædicere. Ac ſane multa me ſuadent ut credam Cometam anni 1531 ad *Apiano* obſervatum, eundem fuiſſe cum illo qui anno 1607. deſcriptus eſt à *Keplero* & *Longomontano*, quemque ipſe iterum reverſum vidi ac obſervavi anno 1682. Quadrant Elementa omnia, ac ſola inæqualitas periodorum adverſari videtur: hæc autem tanta non eſt ut cauſis Phyſicis non poſſit attribui. *Saturni* enim motus à cæteris, præſertim *Jove*, ita interturbatur, ut per aliquot dies integros incertum ſit hujus Planetæ tempus Periodicum. Quanto magis talibus erroribus obnoxius erit Cometa, qui quatuor pene vicibus altius excurrit *Saturno*, cujuſque velocitas, vel tantillum aucta, Orbem ab Elliptico in Parabolicum poſſit immutare? Confirmatur etiam eundem eſſe potuiſſe ex eo, quod anni 1456. æſtate, conſpectus fuerit Cometa eodem pene modo inter Solem & Terram

tran-

tranſiens retrogradè : quem, licet à nemine obſervatus fuerit Aſtronomicè, ex periodo modoque tranſitus non diverſum a prædictis extitiſſe conjicio. Unde auſim ejuſdem reditum fidenter prædicere, anno ſcil. 1758. Quod ſi hoc evenerit, nulla amplius erit dubitandi cauſa, quin redire debeant cæteri. Habebunt ergo Aſtronomi in hac arenâ quo ſe exerceant per multa Secula, priuſquam tot tantorumque Corporum circa commune centrum Solis revolventium numerus cognoſcatur, ac motuum ſymptomata certis regulis coerceantur. Crediderim equidem Cometam etiam anni 1532, eundem fuiſſe cum illo, qui ab *Hevelio* obſervabatur ineunte anno 1661 : ſed obſervationes *Apiani*, quas ſolas de primo habemus, nimis rudes ſunt, nec quicquam certi in re tam ſubtili ex iiſdem elici poteſt. Juſto volumine hæc omnia exequi mihi animus eſt, nec Aſtronomiæ promovendæ hac in re deero ſi Deo O. M. viſum fuerit vitam facultateſque prorogare. Interim quicunq; modum Conſtruendi Cometarum Orbes per tres obſervationes accurate habitas addiſcere cupit, ſub finem libri de Syſtemate Mundi, ſive tertii *Philoſophiæ Nat. princip. Math.* magni ipſius Inventoris methodum inveniet : Quam poſtea Digniſſimus Collega meus *D. Gregorius*, Lib. V. pereruditæ Aſtronomiæ ſuæ Phyſicæ & Geometricæ plene & luculenter illuſtravit.

Unicum autem non abs re erit nec injucundum, hic loci Lectorem monere Aſtronomum; nempe quod nonnulli ex his Cometis Nodos ſuos habeant adeo Orbi Terræ annuo vicinos, ut ſi forte acciderit, tempore reditus Cometæ, *Terram* occupare Loca in orbe ſuo Nodo proxima, dum Cometa incredibili cum Velocitate præterierit, Parallaxin etiam habiturus ſit valde obſervabilem, quæque fuerit ad Solis parallaxin in ratione datâ. Unde occaſione talium tranſituum oblata erit anſa, rara quidem ſed optima, determinandi Solis a *Terra* diſtantiam; quam hacte-

nus non niſi mediante parallaxi *Martis* Acronychii, vel *Veneris* perigææ; triplo quidem ſolari majore, ſed quæ vix ullis inſtrumentis ſentiatur, laxe admodum concludere licuit. Quem Cometarum uſum ſuggeſſit Clariſſimus Geometra D^s *Nic. Facio*. Cometa] etenim anni 1472. parallaxin habuit pluſquam vigeſies Solari majorem. Ac ſi Cometa anni 1618. appuliſſet, juxta medium menſis *Martii*, ad Nodum ejus Deſcendentem; vel ſi Cometa anni 1684 paulo citius ad Nodum Aſcendentem perveniſſet, profecto Terris admodum propinqui etiam adhuc magis notabiles habuiſſent parallaxes: Inter omnes vero nullus propiore appulſu Terris minatus eſt quam ille anni 1680.: Hic inito Calculo non amplius ad Boream diſtabat ab Orbe noſtro annuo, quam ſemidiametro ſolari (ſive Radio Lunaris Orbitæ, uti exiſtimo) idque Novemb. 11°. 1^h. 6. P. M. Quo tempore, ſi Terræ quoad Longitudinem conjunctus fuiſſet, parallaxis ſane Lunari æqualis in Cometæ motu obſervari potuiſſet. Hæc Aſtronomis dicta ſunto. Quæ vero ab hujuſmodi allapſu, vel contactu vel denique colliſione Corporum cœleſtium (quæ quidem omnino non impoſſibilis eſt) conſequi debeant, rerum Phyſicarum ſtudioſis diſcutienda relinquo.

BRE-

BREVIS
HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM
TRACTATUS.

HOrologia rotata pendulis inſtructa, ſi affabre facta ſint, Temporis Medii ſeu æqualis menſuram ſatis accuratam ſuppeditant. Sed Tempus illud Medium & æquale nequaquam vero Solis motui reſpondet. 1°. Enim motus ejus æqualibus temporibus æquabilis non eſt, & ab Apogœo motu accelerato ad Perigæum deſcendit, à Perigæo autem motu retardato aſcendit ad Apogæum. 2°. Etiamſi motus Solis æquabilis in ſe & abſolutè eſſet, inæqualis tamen eſſe temporibus æqualibus, è Terra extra centrum æquabilis illius motûs poſitâ videretur. 3°. Quanquam Motus Solis è Tellure ſpectatus eſſet & videretur æquabilis in ſua Orbita, attamen quum Sol motu annuo Eclipticam peragret, non vero Æquatorem in quo ſumitur menſura Temporis, quumque Eclipticæ ad Æquatorem inclinatæ æqualibus partibus non ſemper æquales Æquatoris partes reſpondeant, quæ Aſcenſiones rectæ dicuntur, ideo vel hoc ſolo nomine Tempus apparens ſeu verum inæquale eſt, nec per Horologia automata commode certò & conſtanter repræſentari poteſt. Qua de cauſâ gratum me facturum Aſtronomiæ ſtudioſis exiſtimavi, ſi Horologiorum Solarium, quæ veri, ſeu inæqualis atque apparentis Temporis menſuram exhibent deſcribendorum, breviſſimam methodum traderem ut in obſervandis, calculove ſubjiciendis ſyderum motibus Tempus Medium in Tempus Apparens aut è contra Apparens in Medium convertere, aut quoquo modo alterum cum altero comparare quivis poſſit. Sed ne inutilia aut certe parum

rum neceſſaria cum utilioribus commiſcere videar, ſumma tantum principia tradam quorum ope quilibet facile in omni Plano Horologia Solaria deſcribere valeat.

Totum hoc Opuſculum in quatuor Capita partiemur. Primum continebit aliquot praxes Gnomonicæ faciles & utiles. In ſecundo deſcribentur Horologia Regularia. In tertio de Horologiis Declinantibus, Inclinantibus & mixtis differetur. In quarto Horologiorum deſcribendorum per calculum angulorum methodus indicabitur & demonſtrabitur.

CAPUT PRIMUM.

Problemata Gnomonices Faciliora continens.

GNomonica eſt ars delineandorum Horologiorum Solarium & Sydereorum in ſuperficiebus quibuscumque datis, ſive per radios directos, ſive per radios reflexos, ſive per radios refractos. Nos ſolam illam Gnomonicæ partem hîc attingimus quæ per radios directos, & in ſuperficiebus tantum planis, Solaria ſola Horologia delineare docet.

Deinde quum Horologiorum Solarium alia ſint Babylonica quæ Horas ab ortu Solis numeratas exhibent, alia Italica quæ Horas ab occaſu Solis oſtendunt, alia Aſtronomica quæ Horas a Meridie vel à Media nocte computatas indigitant, &c. Nos de Horologiis tantum Aſtronomicis agimus, in quibus à Meridie ad Mediam noctem, Horæ duodecim, & a Media nocte ad Meridiem totidem Horæ numeratæ indicantur.

Igitur Gnomomices iſta noſtra methodum docet projiciendorum Sphæræ circulorum (maximorum præcipuè) eorumque dividendorum in apparentias graduum aut partium æqualium. Sequentia autem pauca ſupponimus.

1°.

1°. Quod Sphæra aliqua cujus Circulos in Plano dato deſcripturi ſumus, Contingat Planum in quodam puncto, quod Styli recti Pedem vocamus.

2°. Quod Stylus rectus ſit æqualis radio, aut potius quod ſit radius hujuſce Sphæræ, & proinde quod vertex Styli recti ſit ejuſdem Sphæræ centrum, & quod idem Stylus ſit ad datum Planum rectus Seu perpendicularis.

3°. Quod oculus ſpectatoris poſitus ſit in centro Sphæræ, ſive in vertice Styli recti, ex quo fit ut, quum ſit in Planis omnium circulorum maximorum, (ut pote qui in omnium illorum centro collocatus ſit) omnes illi maximi Sphæræ circuli exhibeantur in Plano dato per lineas rectas, quæ ſunt communes ſectiones illorum circulorum & dicti Plani. Duorum enim planorum communis ſectio linea recta eſt, & oculus in Plano quovis poſitus Planum illud ſub apparentia rectæ lineæ conſpicit.

4°. Suppono umbram projici in partem Soli oppoſitam. Sic Sole in parte Orientali exiſtente, umbra vergit in plagam Occidentalem. Et è contra. Et Sole verſus Meridiem poſito, umbra in partem Borealem immittitur, &c. Zenith que in Nadir, Nadir in Zenith, Polus Arcticus in Antarcticum, Antarcticus in Arcticum, &c. projiciuntur. His poſitis, in Plano quocumque dato verſus Boream aut Meridiem obverſo, atque etiam in Plano Horizontali Horæ matutinæ in parte Occidentali Plani, pomeridianæ, in parte Orientali deſcribi debebunt. Sed jam ad praxin accedamus.

I.

Pedem Styli invenire.

Infigatur in Plano dato DEF Stylus AB aliquantum oblique, ne pars ejus B tegat Styli Pedem C, qui ſic invenietur. Ponatur pes unus Circini in puncto extremo *Gnom. Tab. I. Fig. 1.*

rum neceſſaria cum utilioribus commiſcere videar, ſumma tantum principia tradam quorum ope quilibet facile in omni Plano Horologia Solaria deſcribere valeat.

Totum hoc Opuſculum in quatuor Capita partiemur. Primum continebit aliquot praxes Gnomonicæ faciles & utiles. In ſecundo deſcribentur Horologia Regularia. In tertio de Horologiis Declinantibus, Inclinantibus & mixtis diſſeretur. In quarto Horologiorum deſcribendorum per calculum angulorum methodus indicabitur & demonſtrabitur.

CAPUT PRIMUM.

Problemata Gnomonices Faciliora continens.

GNomonica eſt ars delineandorum Horologiorum Solarium & Sydereorum in ſuperficiebus quibuscumque datis, ſive per radios directos, ſive per radios reflexos, ſive per radios refractos. Nos ſolam illam Gnomonicæ partem hîc attingimus quæ per radios directos, & in ſuperficiebus tantum planis, Solaria ſola Horologia delineare docet.

Deinde quum Horologiorum Solarium alia ſint Babylonica quæ Horas ab ortu Solis numeratas exhibent, alia Italica quæ Horas ab occaſu Solis oſtendunt, alia Aſtronomica quæ Horas a Meridie vel à Media nocte computatas indigitant, &c. Nos de Horologiis tantum Aſtronomicis agimus, in quibus à Meridie ad Mediam noctem, Horæ duodecim, & a Media nocte ad Meridiem totidem Horæ numeratæ indicantur.

Igitur Gnomomices iſta noſtra methodum docet projiciendorum Sphæræ circulorum (maximorum præcipuè) eorumque dividendorum in apparentias graduum aut partium æqualium. Sequentia autem pauca ſupponimus.

1°.

1°. Quod Sphæra aliqua cujus Circulos in Plano dato deſcripturi ſumus, Contingat Planum in quodam puncto, quod Styli recti Pedem vocamus.

2°. Quod Stylus rectus ſit æqualis radio, aut potius quod ſit radius hujuſce Sphæræ, & proinde quod vertex Styli recti ſit ejuſdem Sphæræ centrum, & quod idem Stylus ſit ad datum Planum rectus Seu perpendicularis.

3°. Quod oculus ſpectatoris poſitus ſit in centro Sphæræ, ſive in vertice Styli recti, ex quo fit ut, quum ſit in Planis omnium circulorum maximorum, (ut pote qui in omnium illorum centro collocatus ſit) omnes illi maximi Sphæræ circuli exhibeantur in Plano dato per lineas rectas, quæ ſunt communes ſectiones illorum circulorum & dicti Plani. Duorum enim planorum communis ſectio linea recta eſt, & oculus in Plano quovis poſitus Planum illud ſub apparentia rectæ lineæ conſpicit.

4°. Suppono umbram projici in partem Soli oppoſitam. Sic Sole in parte Orientali exiſtente, umbra vergit in plagam Occidentalem. Et è contra. Et Sole verſus Meridiem poſito, umbra in partem Borealem immittitur, &c. Zenith que in Nadir, Nadir in Zenith, Polus Arcticus in Antarcticum, Antarcticus in Arcticum, &c. projiciuntur. His poſitis, in Plano quocumque dato verſus Boream aut Meridiem obverſo, atque etiam in Plano Horizontali Horæ matutinæ in parte Occidentali Plani, pomeridianæ, in parte Orientali deſcribi debebunt. Sed jam ad praxin accedamus.

I.

Pedem Styli invenire.

Infigatur in Plano dato DEF Stylus AB aliquantum oblique, ne pars ejus B tegat Styli Pedem C, qui ſic invenietur. Ponatur pes unus Circini in puncto extremo *Gnom. Tab. I. Fig. 1.*

A,

Gnom. Tab. I. Fig. I. A, & altero circini ad libitum aperti pede, eadem ſemper Circini pedum divaricatione obſervata, notentur tria puncta ut libuerit, D, E, F. per quæ circulus deſcribatur aut tantum quæratur eorum centrum C, quod Styli recti Pes erit.

I I.

Fig. 2. *Dato Stylo A B, & Pede Styli C, Styli recti altitudinem D C invenire.*

1°. Sumatur diſtantia AE extremitatis A Styli AB, & puncti alicujus E in Plano ſumpti ad arbitrium; (quod fiet ope circini) notetur punctum E, & ex Pede dato C Styli recti ad punctum E ducatur recta C E.

2°. Ex eodem puncto E & eadem Circini apertura, qua ſumpta eſt diſtantia A E, deſcribatur in Plano Arcus D.

3°. Ex Pede C Styli recti erigatur ad C E perpendicularis C D donec ſecet arcum D in puncto D. Hæc perpendicularis C D erit altitudo aut potius longitudo Styli recti ſeu Styli ad Planum datum perpendicularis.

I I I.

Fig. 3. *Dato Styli A B Pede C, obſervatiſque duobus punctis umbræ aut luminis in Plano ea lege qua dicetur, Meridianam ſeu ſubſtylarem Plani C P invenire.*

Deſcribantur ex Pede Styli C tanquam centro plurimi circuli concentrici D O E, D I E, D P E, obſerveturque in eorum aliquo ut libuerit, & commodum erit, punctum D vel E, antequam Sol Meridianam Plani attigerit, (quod quidem difficile non erit, dummodo attente conſideretur Planum datum.) & expectetur donec umbræ vel luminis punctum peripheriam ejuſdem circuli tangat in aliquo puncto alio E vel D. Tunc diviſo bifariam arcu D E in P, vel

vel I; vel O, (Secundum Circulum in quo umbræ puncta obſervata fuere) ducatur per Pedem Styli C recta C P, tranſiens per punctum P vel I vel O. Hæc erit Meridiana ſeu Subſtylaris hujus Plani. Geom. Tab. I. Fig. 3.

I V.

Obſervato umbræ aut luminis puncto uno in Subſtylari ſeu Meridiana Plani, & cognita præterea declinatione Solis tempore obſervationis, invenire lineam Æquinoctialem, altitudinem Poli, & centrum Horologii in Plano dato.

Sit obſervatum umbræ aut luminis punctum D in linea D F quæ eſt Meridiana Plani modo inventa, cognitaque ſit declinatio Solis per Tabulas aut alia quavis ratione tempore obſervationis. Propoſita omnia ſupra ſic obtinebuntur. Fig. 4.

1°. Erigatur e Pede Styli C linea B C æqualis Stylo recto & perpendicularis ſubſtylari D F, & ex puncto B ad punctum D luminis aut umbræ ducatur recta B D.

2°. Fiat angulus D B E æqualis declinationi Solis cognitæ, obſervando num Borealis illa ſit aut Auſtralis, & num Planum datum ad Horizontale accedat aut ad Verticale. Nam in Plano Horizontali, ſi declinatio ſit Borealis punctum D erit inter puncta C & E, ſi vero ſit Auſtralis punctum E erit inter D & C. E contra ſi Planum ſit Verticale, Auſtrumque vel directè vel obliquè reſpiciat, ſit que declinatio Borealis punctum E erit inter D & C. Si autem declinatio ſit Auſtralis punctum D erit inter E & C. Cæteros caſus uſus docebit.

3°. Sic invento puncto E in linea Subſtylari E F, ducatur per illud punctum E linea G E K ad Subſtylarem perpendicularis in puncto E, & hæc linea G E K erit linea

Gnom. Tab. I, Fig. 4. Æquinoctialis, ſeu communis ſectio circuli Æquinoctialis cum Plano dato.

4° Per punctum B ducatur linea BF perpendicularis lineæ B E, erit que punctum F in Subſtylari centrum Horarum. Angulus B F C erit æqualis Altitudini Poli ſuper Subſtylarem ; & ſi triangulus ita erigatur in linea F C, ut linea B C ſit perpendicularis eidem Plano, tunc linea B F axem repræſentabit, oſtendetque Horas, ſecundum totam ſuam longitudinem F B, removerique debebit Stylus A M ut deinceps inutilis.

V.

Fig. 5. *Datis in Plano Verticali Subſtylari E F, centro Horologii F, Altitudine Poli in Plano C F B, Æquinoctiali G E K, Horologium Verticale abſolvere.*

1°. Ex centro dato F demittatur linea F L ad perpendiculum. Hæc erit linea Meridiana loci ſeu regionis, illa ſecabit Æquinoctialem in puncto 12.

2°. Per Pedem Styli C ducatur linea H C O ad lineam F L perpendicularis eamque interſecans in puncto T ad angulos rectos: erit que H O linea Horizontalis, & interſectio ejus cum linea Æquinoctiali in puncto K dabit punctum unum Horæ ſextæ F K. Angulus lineæ Meridianæ cum Subſtylari, nempe angulus C F T, æqualis ſemper eſt, in Horologio verticali, angulo C K E, Horizontalis lineæ cum Æquinoctiali.

3°. Producatur ſubſtylaris F E verſus P, fiat que E P æqualis lineæ B E (quæ vocatur radius Æquatoris) & ex puncto P ad puncta K & 12 ducantur lineæ P K & P 12. Angulus E P 12 vocatur differentia Longitudinum Plani & Loci ſeu Regionis. Quod maxime obſervandum.

4°. Ex puncto P tanquam Centro, (eſt enim centrum diviſionis Æquinoctialis G K) deſcribatur cum radio ſumpto

to ad arbitrium circulus QRS, qui dividatur in quindenos gradus initio numerandi facto à puncto 12 vel a puncto K; & per puncta diviſionum ducantur lineæ P 10, P 11, P 1, P 2, P 3, &c. uſque ad lineam Æquinoctialem. Gnom Tab. I. Fig. 5.

50. Ex Horologii centro F ducantur ad puncta 10, 11, 12, 1, 2, 3, &c. lineæ Horariæ F 10, F 11, F 12, F 1, F 2, F 3, &c. & abſolutum erit Horologium verticale.

Horologium illud declinat ab Auſtro, ut patet ex eo quod centrum F ſit ſupra lineam Horizontalem. Secus enim eſſet ſi Planum reſpiceret ad Boream oblique aut à Borea declinaret, tunc enim centrum Horologii eſſet infra lineam Horizontalem; Præterea Axis F B verſus Terram inclinatur, ſed ad cœlum dirigeretur in Horologio a Borea declinantè. Declinat vero idem Horologium ab Auſtro ad Occaſum quia ſubſtylaris F P eſt inter Horas poſt Meridiem.

V I.

Datis aut inventis aut ſumptis in Plano, iiſdem quæ ſupra articulo præcedente, Horologium omne delineare.

Fingamus nos ignorare an Planum datum verticale ſit nec ne, nihilo tamen minus, deſcribetur Horologium, dummodo certo cognitum ſit aut ex aliquo alio Horologio Solari, aut ope Meridianæ lineæ accurate determinatæ quota ſit Hora. Si enim (v. g.) quo tempore Gnomonis umbra Meridiem oſtendit in alio Horologio optimo, aut in Plano in quo ducta eſt Linea Meridiana, eodem tempore in Horologio noſtro umbra axis F B efficiat cum Subſtylari F C angulum quempiam, (exempli gratia) angulum C F L, linea F L erit quoque Meridiana linea, quæ producta uſque ad Æquinoctialem dabit in puncto 12 interſectionis, terminum à quo Æquinoctialis Fig. 5.

 divi-

diviſio inchoanda erit, (nihil enim aliud quæritur quam terminus ille, qui qualibet data linea Horaria pariter inveniri poterit). Itaque invento illo termino aut alio cætera perficientur ut in articulo præcedente, nec neceſſe erit lineam Horizontalem ducere, aut aliam lineam Meridianam quàm quæ ex obſervatione præſenti inventa fuerit immediate, aut mediante aliqua alia Horaria linea quæ idem præſtabit.

CAPUT SECUNDUM.

Horologia Regularia delineare in Plano.

HOrologia Regularia eæ ſunt quæ aut in Plano Horizontali, aut in Plano ad Æquatorem parallelo, aut in Plano ad Æquatorem recto ſimulque ad Meridiem directè obverſo deſcripta ſunt. Primum Horizontale nuncupatur, ſecundum Æquinoctiale, tertium Polare: quibus quatuor alia Verticalia addenda ſunt, duo nempe in Plano Verticalis Primarii, quorum unum Meridiem, alterum oppoſitum, Septentrionem reſpicit; & duo in Plano Meridiani, quorum unum ad Orientem, alterum ad Occidentem ſpectat. Ego vero ſex tantum Horologia in hoc capite delineabo. 1°. Æquinoctiale. 2°. Polare. 3°. Horizontale cum centro. 4°. Verticale Meridianum ſine declinatione. 5°. Horizontale ſine centro. 6°. Verticale Orientale in Plano Meridiani circuli. Hæc enim ad deſcriptionem Horologiorum Sciotericorum regularium recte intelligendam ſufficere videntur.

I.

Horologium in Plano Æquatoris deſcribere.

Gnom.Tab. I. Fig. 6. Dividatur Circulus in 24 aut in bis 12 partes æquales obſervetur que locus Ortûs vel Occaſûs, ad Collocandos Ho-

Horarum numeros ut decet, & factùm erit Horologium Æquinoctiale. Gnom. Tab. I. Fig. 6.

Stylus A B ſumptus ad libitum ita collocetur in centro A, ut ad Planum rectus ſit, In hac poſitione axem mundi repræſentabit, dummodo Horologium in eo ſitu diſponatur quem paulo poſt dicemus. Debet Horologii illius facies ſuperior quam hìc deſcripſimus Polum Boreum reſpicere. Deſcripto ſimili Horologio in facie inferiori producto que axe deorſum, habebitur Horologium Æquinoctiale Inferius directe ad Auſtralem Polum obverſum. Quandiu Sol partem Mundi Borealem occupabit, in Horologio ſuperiori Horæ oſtendentur; quum vero in Signis Meridionalibus verſabitur, Horæ in Horologio Inferiori indicabuntur.

Ut collocetur illud Horologium in ſitu congruo, inveniatur in Plano Horizontali linea Meridiana M E, ad quam perpendicularis ducatur linea V R. Tunc ita erigatur Horologium ſuper lineam V R, ut limbus Q P, qui debet eſſe ad lineam A 12. Perpendicularis conveniat cum linea V R, & Planum Horologii efficiat cum Horonzontis Plano angulum æqualem Complemento Latitudinis loci ſeu Elevationis Poli.

I I.

Horologium Polare, ſeu in Horizonte Sphæræ Recta delineare.

Horologium articulo præcedente deſcriptum convenit Horizonti Sphæræ Parallelæ: hìc deſcribetur Horologium in Horizonte ſphæræ Rectæ. Fig. 7.

Ducatur linea I F Æquinoctialis, quam in medio O ad angulos rectos ſecet Meridiana A G ſeu linea Horæ 12. Sumatur ad arbitrium pars O A in Meridiana lineà pro altitudine Styli recti, & ex A tanquam centro deſcribatur ad quamlibet diſtantiam ſeu ex quocunque radio quadrans circuli:

Gnom. Tab. I. Fig. 7. culi G H, quod dividatur in ſex partes æquales, & per ſingula diviſionum puncta ducantur radii qui producti, ſi neceſſe eſt, ſecabunt Æquinoctialem I F in punctis B, C, D, E, F. per quæ puncta ducantur lineæ Horariæ ad Æquinoctialem perpendiculares, aut ad Meridianam A G Parallelæ.

Si transferantur ex alia parte in linea Æquinoctiali diſtantiæ O B, O C, O D, &c. & per ſingula puncta ducantur lineæ prioribus reſpective æquidiſtantes, & ad Meridianam parallelæ, abſolutum erit Horologium, quod ſic collocari debebit, ut Meridiana A G ſit parallela axi Mundi, & Planum Horologii ſit rectum ad Planum Æquatoris, & ſimul ad Planum Meridiani circuli, quod quidem fiet ſi linea 7 N (quam ſuppono eſſe ad Meridianam A G perpendicularem) conveniat cum Verticali primario deſcripto, ut prius, in Plano aliquo Horizontali, & Planum Horologii efficiat cum Horizonte angulum æqualem altitudini Poli.

Stylus A O ſi rectus ad Planum Horologii ſupponatur, non eſt pars axis, ſed radius Sphæræ tangentis Planum Horologii in puncto O. Itaque ſi axis deſideretur, collocandus erit Gnomon V Y O in linea Meridiana, ita ut ſit ad Planum Horologii rectus, & linea V Y repræſentabit axem Mundi. Horologium à nobis deſcriptum in ſchemate, eſt Polare ſuperius, Inferius ab eo nihil differt, niſi quod Terram reſpiciat, indicet que Horas in Signis Borealibus, quum è contra Superius oſtendat Horas in Signis Auſtralibus. In Gnomone V Y. linea V Y eſt parallela lineæ Meridianæ, & diſtantia *a* O eſt æqualis ſtylo recto A O in Horologio.

I I I.

Horologium Horizontale cum centro deſcribere.

Gnom. Tab. II. Fig. I. 1°. Ducatur linea Meridicana A F, quam ad angulos rectos ſe-

ſecet, aut ad quam ſit perpendicularis, linea G H Horæ ſextæ, in puncto A, quod erit centrum Horologii. Gnom. Tab. II. Fig. 1.

2° Ex puncto A ducatur linea A B magna ad arbitrium, ſed faciens in puncto A cum Meridiana A C, angulum B A C æqualem altitudini Poli quæ cognita ſupponitur; & ex puncto B ducatur linea B C ad Meridianam perpendicularis in puncto C. Linea B C erit ſtylus rectus, & linea A B producta aut non producta erit axis, ſi triangulum A B C, ita ſtatuatur in linea Meridiana, ut ad Planum Horologii rectum ſit.

3°. Ex puncto B ducatur linea B D ad A B perpendicularis in puncto B, erit que B D radius Æquinoctialis. Itaque per punctum D ducatur Æquinoctialis linea K L ad Meridianam perpendicularis in puncto D.

4°. Transferatur diſtantia B D à D in E, ita ut D E ſit æqualis ipſi B D, & punctum E erit centrum diviſionis Æquinoctialis; & terminus à quo inchoanda erit diviſio lineæ Æquinoctialis in quindenos gradus erit punctum D. Tum vero ex centro A Horologii ducantur per puncta diviſionum Æquinoctialis lineæ Horarum quod inſpecta Figura ſatis per ſe docebit. Debet in Hoc Horologio extremitas axis reſpicere Polum Boreum. Gnom. Tab. II. Fig. 1.

I V.

Horologium in Plano Verticalis Primarii ad Meridiem directe obverſum deſcribere.

1°. Ducatur ad perpendiculum linea A E Meridiana quam ad angulos rectos ſecet ad libellam ducta linea Horizontalis H I in puncto C, quod erit Pes ſtyli. Fig. 2.

2°. Sumatur in linea Horizontali ex Pede ſtyli C, pars C B quanta libuerit, Hæc erit longitudo ſeu altitudo ſtyli recti.

3°. In Hoc puncto B fiat angulus C B A æqualis altitudini

Gnom. Tab. II. Fig. 2. dini Poli, eritque punctum A in Meridiana centrum Horologii.

4°. Ex puncto B ducatur linea B D ad lineam B A perpendicularis in B, & per punctum D ducatur linea F G, ad Meridianam A E perpendicularis in puncto D. Hæc linea F G erit linea Æquinoctialis, cujus radius erit linea B D.

5°. Fiat aut ſumatur ex puncto D, diſtantia D E in Meridiana, quæ diſtantia ſit æqualis radio B D: & punctum E erit centrum diviſionis lineæ Æquinoctialis F G, Terminuſque à quo incipienda erit diviſio, erit punctum D. Reliqua ut facilia omitto.

6°. Per centrum A ducatur linea K L Meridianæ lineæ perpendicularis; erit hæc, linea Horæ ſextæ.

Si producantur lineæ Horariæ ſurſum ultra lineam Horæ ſextæ, & deſcriptum ſit Horologium in charta oleo inuncta, habebitur Horologium in altera chartæ ſuperficie, quod conveniet Plano Verticalis Primarii, quodque reſpiciet directe Plagam Mundi Borealem, ſed axis debebit reſpicere Polum Boreum. Obſervandumque erit tantum ut lineæ inutiles deleantur, ſervatis neceſſariis.

V.

Horologium Horizontale ſine centro pro altitudine Poli 12 *graduum.*

Fig. 3. 1°. Ducatur Æquinoctialis T S, quam ad angulos rectos ſecet Meridiana G D in puncto C, ſumpto que in Æquinoctiali, uno puncto S diſſito à puncto C, quantum fieri poterit, fiat angulus C S D 15 graduum. Punctum S erit punctum lineæ Horæ 7. Diſtantia C D erit radius Æquinoctialis; punctum D erit centrum diviſionis, & punctum C erit terminus à quo incipienda erit diviſio, quæ fiet in quindenos gradus ut moris eſt, ſi Horæ tantum deſiderentur.

2°. Fiat

2°. Fiat in puncto C angulus A C T 12. grad. id eſt æqualis elevationi Poli, ſitque C A æqualis diſtantiæ C D, nempe æqualis radio Æquinoctialis. Gnom.Tab. II. Fig. 3.

3°. In puncto A erigatur linea A E perpendicularis ad C A in puncto A.

4°. In Meridiana G D ſumatur aliquod punctum F ſatis remotum ab Æquinoctiali T S, & per hoc punctum F ducatur ſecunda linea Æquinoctialis V N parallela priori T S; fiat que E F parallela lineæ A C, erit que E F radius diviſionis hujus ſecundæ lineæ Æquinoctialis V N: qua propter ſumpta parte F H, æquali ipſi E F, punctum H centrum erit circuli deſcribendi & dividendi in quindenos gradus &c.

5°. Diviſâ Æquinoctiali priori in punctis O, P, Q, R, S, & alterâ in punctis I, K, L, M, N, ducantur lineæ Horarum I O, K P, L Q, M R, N S. Linea E A, ſi in debito ſitu collocetur, erit axis. Cætera, ut faciliora prætermitto.

Hoc exemplum de induſtria addidi, ut videant tirones quid faciendum ſit, quum plurimi maximi Circuli concurrunt in puncto ſeu centro aliquo communi, quod non facile in dato Plano haberi poteſt.

V I.

Verticale Horologium Orientale, in Plano Meridiani circuli, pro data Poli altitudine delineare.

1°. Ducatur ad libellam linea Horizontalis D E, in qua ad arbitrium aſſumatur punctum I pro Pede Styli, & pro puncto veri Ortûs Solis. (unum enim ſine altero hîc eſſe nequit.) Fig. 4.

2°. Fiat in puncto I angulus K I E æqualis elevationi Poli datæ, ducendo nempe lineam K I C, quæ dictum angulum efficiat, & obſervando ut punctum K vergat ad Polum. Linea K C erit ſubſtylaris.

Append. Gregor. Aſtr. ***** 3°. Per

Gnom. Tab. II. Fig. 4. 3°. Per punctum I ducatur linea F G Æquinoctialis, perpendicularis ad ſubſtylarem K C, & ſumpta ut libuerit ex I verſus C in linea ſubſtylari K C, parte I C pro ſtylo recto & pro radio diviſionis Æquinoctialis F G, punctum C erit centrum diviſionis, & punctum I erit terminus à quo incipienda erit diviſio, & reliqua facilia erunt. Si deſideretur ut axis Horas indicet, collocetur Gnomon Z B A rectus ad Planum Horologii in linea ſubſtylari, ita ut puncta A A, & B B conveniant. Debet autem Gnomonis altitudo A Z æqualis eſſe ſtylo recto, ſeu lineæ C I. Z X erit axis, ſi Horologium à nobis deſcriptum, delineetur in charta oleo peruncta, habebitur in altera chartæ ſuperficie Horologium Occidentale, in quo nihil immutandum erit, niſi denominationes Horarum, quæ pomeridianæ erunt.

CAPUT TERTIUM.

De Horologiis declinantibus, inclinatis & mixtis.

Quum brevitati ſtudeam; non indicabo qua ratione declinatio, aut inclinatio Plani haberi queant. Monebo tantum. 1°. Declinationem Plani Verticalis, eſſe angulum quem Planum illud efficit cum Verticali Primario, ſeu eſſe arcum Horizontis interceptum inter Verticalem Primarium, & inter dictum Planum. Porro Verticalis Primarius eſt circulus maximus per Zenith & Nadir tranſiens & ad Meridianum circulum rectus. 2°. Omnes Verticales per Zenith & Nadir tranſire, eorumque omnium Polos eſſe in Horizonte, in quo ſumi debet arcus declinationis Plani Verticalis. 3°. Lineam Verticalem Plani Verticalis, tranſire per Polum circuli cui dictum Planum

num parallelum eſt. Tantum autem linea illa Verticalis diſtat à Meridiana loci, quantum dictum Planum diſtat à Verticali Primario. 4°. Pedem ſtyli eſſe punctum contactûs Sphæræ cujus ſtylus rectus radius eſt; eſſeque proprie Polum circuli maximi ad quem Planum Horologii parallelum eſt.

Addendum eſt inclinationem Plani cujuſpiam ab Horizonte, ſurſum vel deorſum, eſſe arcum circuli alicujus Verticalis ad dictum Planum recti, interceptum inter Horizontem & dictum Planum, vel ſuperne verſus Cœlum, vel inferne verſus Terram.

Jam quum Planum omne duas facies oppoſitas habeat; unum idemque Planum Verticale declinans poteſt conſiderari veluti declinans ab Auſtro ad Ortum ex una facie, aut à Septentrione ad Occaſum ex alterâ. Et ſi Planum aliud declinet ab Auſtro ad Occaſum, ſuperficies ejuſdem oppoſita declinabit à Septentrione ad Ortum: ex quo fit, ut deſcripto Horologio in quocumque Plano Verticali, hoc ipſo in facie oppoſita deſcriptum cenſeri queat, nec aliud faciendum tunc ſuperſit, niſi ut ſubſtylaris & axis ex altera Plani facie producantur; addantur que ſupra vel infra lineam Horizontalem, lineæ Horariæ neceſſariæ, inutileſque deleantur. Si hujuſmodi Horologium in charta oleo inuncta deſcribatur, duo ſimul habebuntur Horologia oppoſita.

His poſitis, præmiſſis in duobus prioribus hujus Capitis articulis, propoſitionibus duabus quæ totius Gnomonicæ hujuſce Perſpectivæ veluti fundamenta præcipua ſunt, deſcribam articulo tertio Horologium Verticale declinans ab Auſtro; quarto Horologium ſuperius inclinatum ab Horizonte verſus cœlum & ad verum Ortum aut ad verum Occaſum vergens; quinto nonnihil dicam de Horologiis inclinatis ſine declinatione in Planis ad Meridianum circulum rectis; ac denique in ſexto articulo deſcribam

Horologium ſuperiùs Mixtum, id eſt, in facie ſuperiori Plani inclinati ſeu declinantis ab Horizonte; & ſimul declinantis à Verticali Primario. Sed in Horologiorum illorum deſcriptionibus omittemus diviſionem Æquinoctialis, exprimemus que duntaxat Poſitionem Subſtylaris, centrum Horologii, Æquinoctialis Poſitionem, radium ejus, centrum diviſionis ejuſdem, differentiam longitudinum, angulum Æquinoctialis & Horizontis, angulum Subſtylaris cum linea Meridiana, angulum axis cum ſubſtylari, ſeu elevationem Poli in Plano Horologii, &c.

I.

Gnom. Tab. II. Fig. 5.

Dato Stylo recto A, & Pede Styli P, in Plano, & linea recta B E, quæ per Styli Pedem P tranſeat, quæque ſit apparentia maximi circuli & quam oporteat dividere in apparentias graduum aut partium æqualium, initio diviſionis dato in puncto L, invenire radium, & centrum diviſionis.

1°. Ducatur per Pedem Styli P datum in data B E, perpendicularis P C, æqualis Stylo recto dato A. Punctum C erit centrum diviſionis quæſitum; & linea P C, æqualis Stylo recto A, erit radius diviſionis. Ducatur recta C L ad punctum L datum.

2°. E puncto C tanquam centro deſcribatur ad diſtantiam ſumptam ad arbitrium circulus qui in ſuos gradus diſtribuatur, initio facto à puncto in quo à linea C L producta aut non producta, peripheria ejus ſecabitur, factumque erit quod imperatum fuerat.

Si punctum L datum, pertineat ad Æquinoctialem, ſit que B E Subſtylaris, facile habebitur centrum Horologii, poteruntque notari, puncta quæ convenient declinationibus Solis, initiis Signorum, &c.

II.

I I.

Dato Stylo recto A, Pede Styli P in Plano, & linea BK quæ ſit apparentia maximi circuli, Sed quæ non tranſeat per Pedem Styli, invenire radium & centrum diviſionis illius lineæ. Gnom. Tab. II. Fig. 5.

1°. Ducatur ex Pede Styli P ad lineam datam BK, linea perpendicularis PRI, ad quam ex Pede Styli P, ducatur Perpendicularis PD, æqualis Sylo recto dato A, ducatur quoque linea DR, quæ erit radius diviſionis lineæ BK.

2°. Sumatur in perpendiculari PRI, quæ ſecat datam BK in R, pars RI æqualis lineæ ſeu radio DR, erit que punctum I centrum diviſionis lineæ BK. Si linea FG ſecans BK in Q ſit Æquinoctialis, & linea BK ſit linea Horaria, terminus à quo diviſionis poterit ſumi in puncto Q, & facile erit determinare in illa linea puncta pertinentia ad Parallelos Æquatoris, & elevationem Poli ſuper lineam BK, &c. adeo ut, duabus hiſce propoſitionibus recte intellectis, nihil facilius ſit quam circulos omnes Sphæræ, tam maximos quam minores deſcribere & dividere ut Perſpectivæ hujus noſtræ leges poſtulant.

Si data linea ſit FG, cujus radius & centrum diviſionis quæratur.

1°. Ex Pede Styli P, ducatur ad lineam datam FG perpendicularis PE, ſecans lineam FG in puncto L.

2°. Ex eodem Pede Styli P, ducatur linea PC æqualis ſtylo dato A, & perpendicularis lineæ PE.

3°. Ex puncto L in quo Perpendicularis PE ſecat lineam FG, ducatur ad punctum C linea LC, Hæc erit radius diviſionis lineæ FG.

4°. Sumpta in linea PE, ab L ad E parte LE, quæ ſit æqualis radio LC, punctum E erit centrum diviſionis.

Gnom. Tab. II. Fig. 5. Si linea data F G ſit Æquinoctialis, & linea B K ſit Meridiana, ſecans Æquinoctialem in Q, erit illud punctum terminus à quo diviſionis & cætera facile habebuntur, ut clarius patebit ex deſcriptione Horologiorum quæ ſequitur.

I I I.

Horologium Verticale declinans ab Auſtro delineare.

Gnom. Tab. III. Fig. 1. & 2. 1°. Sumpto puncto B pro Pede Styli, ut libuerit, & Stylo recto, quantus ſumi poterit; Ducatur ad libellam per Pedem Styli B, linea Horizontalis M L, ad quam perpendicularis ducatur per Pedem Styli B, linea B A, quæ ſi indefinita eſſe intelligatur, eſt linea Verticalis quæ Plano dato propria eſt. Sed fiat B A æqualis ſtylo recto determinato ut volueris.

2°. Fiat in puncto A, angulus B A E æqualis declinationi datæ per lineam A E, quæ duci debet ad dexteram delineantis, ſi declinatio ſit ab Auſtro ad Ortum, ut in Fig. 1. aut ad ſiniſtram, ſi declinatio ſit ab Auſtro ad Occaſum, ut in Fig. 2.

3°. Per punctum E in quo linea A E ſecat Horizontalem M L, ducatur linea C E G ad perpendiculum, ſeu perpendicularis lineæ Horizontali M L. Hæc linea C G erit Meridiana loci, nam quum Meridianus Circulus ſit Circulus Verticalis, in Plano omni Verticali declinante aut non declinante (dum modo Planum illud non ſit parallelum circulo Meridiano) per lineam ductam ad perpendiculum repræſentabitur.

4°. Hypotenuſa A E trianguli B A E, eſt radius diviſionis Meridianæ C G, qua propter fiat E F æqualis ipſi A E, & punctum F erit centrum diviſionis Meridianæ, Igitur in puncto F fiat angulus E F C æqualis elevationi Poli loci, & linea F C, dabit in puncto C in linea Meridiana centrum

Ho-

Horologii, quod centrum eſt Projectio Poli Auſtragalis in Plano dato. Si per punctum F ducatur linea E G, perpendicularis lineæ C F, habebitur in puncto G, punctum lineæ Æquinoctialis. *Gnom. Tab. III. Fig. 1. & 2.*

5°. Per puncta C centrum Horologii, & B Pedem Styli ducatur C B H; hac erit ſubſtylaris ſeu Meridiana Plani. Ad quam ex Pede ſtyli B erigatur perpendicularis B D æqualis ſtylo recto, ducaturque C D. Hæc linea erit axis & angulus D C B, erit altitudo Poli in ſuſtylari C H, aut in Plano Horologii.

6°. Ex puncto D, ducatur D O perpendicularis lineæ D C in puncto D, donec occurrat ſubſtylari C H in puncto O; erit que D O radius Æquinoctialis. Itaque per punctum O ducatur linea Æquinoctialis I O K, perpendicularis ſubſtylari.

7°. Sumatur in ſubſtylari à puncto O, diſtantia O H, æqualis radio D O, & punctum H erit centrum diviſionis Æquinoctialis, à quo puncto ducantur ad puncta I & G in quibus Æquinoctialis ſecat Horizontem & Meridianam lineæ H I, H G, & angulus O H G erit differentia Longitudinum Loci & Plani. Porro aut puncta I & G ambo invenientur, aut ſaltem unum tantum, adeoque habebitur punctum ſeu terminus à quo inchoanda erit diviſio; nam punctum G pertinet ad lineam Horæ 12. & punctum I ad lineam Horæ 6. Linea enim Æquinoctialis ſecat Horizontalem in puncto uno lineæ horæ 6, cujus alterum punctum eſt ipſum Horologii centrum.

Angulus E C B Meridianæ & ſubſtylaris, æqualis ſemper eſt in omni Horologio Verticali declinante, angulo E I G quem Æquinoctialis efficit cum Horizontali in puncto Horæ 6.

Deſcripto uno Horologio Verticali declinante, quatuor Horologia, habebuntur facili negotio pariter declinantia, nempe duo declinantia ab Auſtro & duo declinantia à Borea, ut cuique vel leviter attendenti patebit.

I V.

I V.

Horologium ſuperius inclinatum ab Horizonte ad verum Ortum vel ad verum Occaſum deſcribere.

De Planis inclinatis pluribus diſſerere nec vacat, nec neceſſe eſt. Igitur pauca tantum dicam de illis Planis inclinatis, ſeu ab Horizonte declinantibus, qualia ſunt tecta domorum. 1°. Si ſumas arcum declinationis ſeu potius inclinationis Planorum in Meridiano, Plana illa verſus Auſtrum vel verſus Boream vergent. 2°. Si ſumas arcum inclinationis in Verticali Primario, Plana illa verſus verum Ortum vel verum Occaſum proclivia erunt. 3°. Si ſumas arcum inclinationis in aliquo Verticali alio, qui nec ſit Meridianus, nec Verticalis Primarius, Plana illa verſus aliquam Mundi Plagam ab Auſtro vel à Septentrione declinantem inclinata erunt. Horologia in hujuſmodi Planis deſcripta ea ſunt quæ Mixta voco, & de quibus articulo Sexto agetur. Quod ſi Plana verſus Boream vel verſus Auſtrum vergant, Horologia in talibus Planis delineata, erunt Horologia Horizontalia pro certa quadam Poli altitudine inventu facillima; ſed quia eorum theoria omnino neceſſaria eſt in deſcriptione Horologiorum Mixtorum, ideo de ea Artic. ſequente non nihil diſſeretur. Hîc verò deſcribemus Horologium ſine declinatione, inclinatum ad verum Ortum vel ad verum Occaſum.

Gnom. Tab. III. Fig. 3. & 4. Itaque Supponamus Altitudinem Poli loci eſſe 49 grad. & inclinationem Plani eſſe 26 grad. His poſitis.

1°. Ducatur Primus Verticalis M L, ſumptoque in eo puncto B ad libitum pro Pede ſtyli recti, erigatur linea A B perpendicularis lineæ M L & æqualis ſtylo recto ſumpto ut libuerit.

2°. In puncto A fiat angulus B A E æqualis inclinationi datæ 26 grad. ducendo lineam A E verſus dexteram delineantis ſi Planum ſit inclinatum ad Ortum, ut in Fig. 3.

vel

vel ad ſiniſtram, ſi Planum declive ſit verſus Occaſum, ut in Fig. 4. erit que punctum E Zenith, & A E erit radius lineæ Meridianæ, quæ per punctum E ducatur perpendicularis Verticali Primario L M. *Gnom. Tab. III. Fig. 3. & 4.*

3°. Sumpta diſtantia A E, transferatur à puncto E ad F, & punctum F erit centrum diviſionis Meridianæ, cujus punctum E Zenith erit terminus à quo: itaque fiat angulus E F C æqualis diſtantiæ Zenith à Polo, ſeu æqualis complemento elevationis Poli, quod Complementum eſt 41 grad. eritque C centrum Horologii, & projectio Poli Borealis. Si ducatur F G ad F C perpendicularis, punctum G erit punctum lineæ Æquinoctialis.

4°. Per centrum Horologii C, & per Pedem ſtyli B, ducatur C B H ſubſtylaris, ad quam per Pedem ſtyli B, erigatur perpendicularis B D æqualis ſtylo recto, & ducatur C D. Hæc linea erit axis.

5°. Ad lineam C D ducatur perpendicularis D O, quæ erit radius Æquinoctialis. Ducatur igitur per punctum O linea Æquinoctialis K I, ad ſubſtylarem normalis, & ſecans Meridianam in G, & Verticalem Primarium L M in I, quod eſt punctum Horæ 6.

6°. Transferatur diſtantia D O ab O in H, & punctum H erit centrum diviſionis Æquinoctialis, Igitur ex puncto H, ad puncta G & I ducantur lineæ H G, H I. Angulus G H I rectus erit. Angulus G H O eſt differentia Longitudinum. Punctum G vel punctum I, ut volueris, erit terminus à quo inchoari debebit diviſio Æquinoctialis. Angulus D C B eſt elevatio Poli in Plano Horologii, ſeu angulus ſubſtylaris & axis.

Hoc Horologium nihil differet ab Horologio declinante gradibus 26, pro altitudine Poli 41. grad. id eſt pro Complemento altitudinis Poli datæ 49 grad. dummodo ſupponas lineam M L eſſe Horizontalem, & angulum B A E, eſſe angulum declinationis æqualem inclinationi quæ data fuerat.

V.

De Horologiis ſine declinatione inclinatis, ad Meridianum circulum rectis.

In Schematibus quatuor, quæ hîc ad latus indicantur; ſit Sphæra Obliqua tangens quatuor Plana inclinata, videlicet duo Plana ad Meridiem, & duo ad Boream ſpectantia. Sit, inquam, Sphæra Obliqua Z H N D, in qua Z Zenith; N Nadir; P Polus Boreus; R Polus Auſtralis; C centrum; P R Axis; E I Æquator; S Pes ſtyli, & punctum contactus Sphæræ & Plani. C S ſtylus rectus. Altitudo Poli 49 gr. Cujus complementum ſeu elevatio Æquatoris 41 gr. In omnibus punctum A eſt centrum Horologii. Punctum T eſt projectio puncti Zenith. C Q eſt radius Æquinoctialis, C O radius Horizontis, A P, vel A R Axis. &c. S C T angulus inclinationis, &c.

Gnom. Tab. III. Fig. 5. & 6. & Tab. IV. Fig. 1. & 2.

In Plano ad Meridiem obverſo, (cujus hic faciem ſuperiorem præſertim Conſidero).

1°. Si inclinatio talis ſit, ut Axis ſit Meridianæ Plani Parallelus (quod fiet quum angulus inclinationis æqualis erit altitudini Poli) Horologium in eo Plano deſcribendum erit Polare de quo ſupra.

Tab. III. Fig. 5.

2°. Si angulus inclinationis ſit major altitudine Poli, Polus Auſtralis aliquam altitudinem obtinebit in Plano, quæ data inclinatione Plani S C T, ejuſque complemento S C O, & altitudine Poli D P, facile haberi poterit. Hæc altitudo Poli in Plano eſt angulus C A S.

Fig. 6.

3°. Si angulus inclinationis ſit minor altitudine Poli, Polus Boreus aliquam altitudinem habebit in Plano, quæ altitudo habebitur, ſi cognoſcatur inclinatio S C T Plani, & Complementum altitudinis Poli, ſive angulus N C R.

4°. Si inclinatio ſit nulla, Planum erit Horizontale. Nihil addo de Planorum ſuperficiebus, quæ Terram ſpectant, quum de iis (nonnulla mutando) eadem dicenda ſint quæ

de

de ſuperioribus dicta ſunt, nonnulla tamen mutando, & obſervando faciem averſam Plani inclinati ſuperioris ad meridiem obverſi, reſpicere Plagam Mundi Borealem, &c. nonnulla alia animadverti poterunt in quatuor Figuris de quibus ſupra, ſi inverſa earum poſitione, attente conſiderentur.

In Plano inclinato ſuperiori ad Boream vergente

1°. Si inclinatio ſit nulla, Planum erit Horizontale.

2°. Si inclinatio minor ſit quam Complementum elevationis Poli, Centrum Horologii A erit inter Pedem ſtyli S, & punctum Horizontis O. Angulusque Axis cum Meridiana videlicet angulus C A T erit acutus, & Axis inclinatus erit verſus Terram. Cognitis Complemento A C T elevationis Poli, & angulo inclinationis S C T facile habebitur Angulus S C A, Axis cum Meridiana, ſive altitudo Poli in Plano propoſito. *Gnom. Tab. IV. Fig. 2.*

3°. Si inclinatio æqualis ſit Complemento elevationis Poli, Planum erit ad axem rectum, & Horologium in illo Plano erit Æquinoctiale, de quo ſupra.

4°. Si inclinatio major ſit Complemento altitudinis Poli, Centrum Horologii A erit inter Zenith T & Pedem ſtyli S, & angulus C A T erit obtuſus. Cognitis angulo inclinationis S C T, & angulo A C T qui æqualis eſt Complemento altitudinis Poli, facile habebitur angulus C A S Axis cum Meridiana. *Fig. 1.*

Quæ de Planorum omnium inclinatorum ſuperficiebus ſuperioribus diximus, eadem, denominationibus tantùm paucis mutatis, intelligi debent de ſuperficiebus eorundem inferioribus reſpectivis, ut jam dixi.

Cæterum ea omnia neceſſaria ſcitu ſunt, & probe diſtinguenda in Horologiis quæ Mixta voco deſcribendis.

VI.

Horologium deſcribere in facie ſuperiori Plani declinantis ab Auſtro ad Ortum, grad. 27. & inclinati grad. 70, pro altitudine Poli gr. 49.

Gnom. Tab. IV. Fig. 3. 1°. Ducatur linea S P parallela Horizonti, ad eamque Perpendicularis ducatur Verticalis Plani B Z. Punctum P erit Pes ſtyli & linea S P ſumpta quanta libuerit erit ſtylus rectus, & centrum diviſionis Verticalis. Fiat igitur P S Z angulus æqualis inclinationi datæ 70, & angulus P S A fiat æqualis complemento 20. Punctum Z erit projectio Zenith in Plano, & linea S A erit radius lineæ Horizontalis quæ per punctum A ducatur ad angulos rectos cum Verticali Plani.

2°. Transferatur diſtantia S A ab A in B, & B erit centrum diviſionis Horizontalis lineæ. Igitur in Puncto B fiat angulus A B C æqualis declinationi datæ 27. & angulus A B H æqualis complemento ejuſdem declinationis 63. Punctum H erit punctum lineæ Æquinoctialis & punctum lineæ Horæ 6. Sed punctum C pertinebit ad lineam Horæ 12 ſeu ad Meridianam loci: quumque Meridianus circulus ſit unus e Verticalibus, ideo per punctum C, & per Zenith Z ducatur Meridiana Z D.

3°. Quærendum eſt centrum diviſionis Meridianæ, quod ſic obtinebitur. Ex Pede ſtyli P ducatur ad Meridianam perpendicularis P X ſecans Meridianam in V ad angulos rectos; deinde ducta ex Pede ſtyli P linea P N quæ æqualis ſit ſtylo recto P S, & quæ ſit ad Meridianam parallela, ducatur linea N V. Hæc erit radius Meridianæ, igitur transferatur diſtantia N V ab V in X, ad habendum in hoc puncto X centrum diviſionis Meridianæ. Ducatur ex puncto X ad Zenith Z linea X Z, & ex eodem puncto X ad punctum C, in quo Horizontalis ſecatur à Meridiana, ducatur linea X C, eritque punctum Z vel punctum C terminus à quo debebit inchoari diviſio.

4°. Su-

4°. Supereſt nunc ut inveniatur centrum Horologii vel punctum lineæ Æquinoctialis in linea Meridiana. Porro ut id præſtetur meminiſſe oportet hic eundem caſum obtinere qui expreſſus eſt in Tab. III. fig. 5. & proinde fiat angulus CXD æqualis elevationi Poli 49, & angulus CXM æqualis ejus complemento 41. Punctum M erit unum punctum lineæ Æquinoctialis in Meridiana, & punctum D erit centrum Horologii. Itaque ſi per punctum D, & per Pedem Styli P ducatur linea DPL, hæc erit ſubſtylaris, ad quam erigatur in Pede Styli P perpendicularis PT æqualis Stylo recto PS. & ducatur TD; ad quam ducta TR perpendicularis in T, erit radius Æquinoctialis cujus jam habebuntur tria puncta H, R, M, quæque ſemper ſecare debet Subſtylarem ad angulos rectos. Sed linea TD erit axis, & angulus TDP, eſt angulus axis cum ſubſtylari, ſeu elevatio Poli in Plano Horologii. *Gnom. Tab. IV. Fig. 3.*

5°. Transferatur diſtantia TR, ab R in L, punctum L erit centrum diviſionis Æquinoctialis, ductis que ad Puncta H & M ex puncto L lineis LH, LM, puncta H, M, erunt termini à quibus incipi debebit diviſio lineæ Æquinoctialis. Angulus RLM eſt differentia longitudinum. Cætera facilia ſunt.

Si Horologium iſtud inverſo ſitu diſponatur, ita ut quæ ſurſum ſunt, deorſum fiant, &c. conveniet Plano verſus Terram inclinato gr. 70. & declinanti à Septentrione ad Occaſum gr. 27, pro altitudine Poli 49.

CAPUT IV.

De Horologiorum deſcriptione per angulorum Calculum.

DE Horologio Æquinoctiali nihil hîc dicendum occurrit, cum omnes anguli in centro hujuſce Horologii æquales ſint.

Horologium Polare facile quoque deſcribetur per methodum ſequentem. Supponatur quippe Stylus rectus æqualis ſinui toti 10000 vel 1000 vel 100, ac deinde ab Hora 12 vel à Meridiana, transferantur in Æquinoctiali tangentes arcuum Horariorum, $7\frac{1}{2}$, 15, $22\frac{1}{2}$, 30, $37\frac{1}{2}$, 45. &c. quæ conveniunt Horis $12\frac{1}{2}$ & $11\frac{1}{2}$, 1 & 11, $1\frac{1}{2}$ & $10\frac{1}{2}$, 2 & 10, $2\frac{1}{2}$ & $9\frac{1}{2}$, 3 & 9, &c. & per puncta diviſionum ducantur lineæ ad Æquinoctialem perpendiculares & inter ſe parallelæ, &c.

Idem dicendum de Horologio Verticali Orientali, aut Occidentali, niſi 1°. quod linea Horæ *6*. quæ Subſtylaris eſt, quæque ad Æquinoctialem perpendicularis eſſe debet, debeat efficere cum Horizontali angulum æqualem elevationi Poli, & 2°. Quod diviſio Æquinoctialis inchoari debeat à puncto Horæ 6, in quo, Æquinoctialis Horizontalem ſecat.

Sed Omiſſis iis quæ proprie ad Trigonometricum Calculum non pertinent, Quinque articulis totum hoc Caput abſolvemus. 1°. Calculum Horologii Horizontalis, 2°. Calculum Horologii declinantis, 3°. Calculum Horologii inclinati ad ortum aut occaſum, 4°. Calculum Horologii Mixti breviter indicabimus, 5°. Horologii Verticalis declinantis per Calculum deſcripti exemplum addemus.

I.

De Horologio Horizontali.

PROBLEMA.

Data elevatione Poli, invenire angulos linearum Horariarum cum Meridiana in centro Horologii ſeu in Horizonte.

ANALOGIA

Ut ſinus totus; ad ſinum altitudinis Poli ::

Ita tangens diſtantiæ Solis à Meridiana, Hora datâ in Æquatore; ad tangentem anguli quæſiti, ſeu arcus ejuſdem Horæ in Horizonte.

De-

Demonſtratio. In triangulo ABC rectangulo in B, cognoſcitur latus AB elevatio Poli, & angulus BAC, cujus menſura eſt arcus ED diſtantia nempe Solis à Meridiana Horâ datâ, quæritur autem arcus CB in Horizonte, qui invenietur per Analogiam præcedentem, quæ longe univerſalior fiet ſi dicatur: *Gnom. Tab. IV. Fig. 4.*

Ut ſinus totus; ad ſinum altitudinis Poli in Plano Horologii cujuſcumque centrum habentis ::

Ita tangens diſtantiæ Solis à ſubſtylari in Æquatore, horâ data; ad tangentem anguli ejuſdem Horariæ lineæ cum Subſtylari in centro Horologii.

II.

Pro Horologiis declinantibus verticalibus.

Non ſemel à me dictum eſt Pedem Styli in Plano cujuſvis Horologii eſſe punctum contactûs Sphæræ & Plani & ſimul Polum circuli in Sphæra maximi, cujus ſicuti & Sphæræ radius æqualis eſt Stylo recto. Hoc poſito ſit Sphæra Obliqua PEAQ, in qua Poli P & A, Zenith & Nadir Z & N, HO Horizon, EQ Æquator, ZN Verticalis Primarius, &c. Sit datum Planum Verticale declinans à Verticali Primario grad. 23. Inveniendus eſt circulus in Sphæra data maximus, qui ad datum Planum Parallelus ſit, & punctum contactûs Sphæræ cum Plano dato aſſignandum eſt. Ea ſic efficientur. Quum Planum datum ſit Verticale, & declinans grad. 23. Circulus huic Plano Parallelus, eſt quoque Verticalis declinans à Verticali Primario grad. totidem. Talis deſcribi debet circulus Verticalis ZBN, cujus Polus quæratur S, per quem ducatur Verticalis ZSN, qui ad Circulum ZBN rectus erit. Si Stylus rectus ſupponatur eſſe æqualis Sphæræ hujuſce radio, Punctum S erit punctum contactûs Sphæræ & Plani propoſiti. Circulusque ZSN exhibebitur in Plano per *Fig. 5.*

Ver-

Gnom. Tab. IV. Fig. 5. Verticalem Plani. Jam vero per Polos P & A ; & per punctum S deſcribatur maximus PSA. Hic erit ſubſtylaris. Meridianus eſt circulus PEAQ. In Planis Verticalibus omnibus Meridiana eſt Parallela verticali Plani. Data ſit elevatio Poli OP gr. 49. Quæritur

1°. Angulus ZSP Subſtylaris cum Verticali Plani; hujuſce anguli menſura eſt arcus ZR, vel arcus MN.

2°. Arcus PR qui eſt æqualis elevationi Poli in Subſtylari, aut qui eſt menſura anguli quem efficit, Axis cum Subſtylari in centro Horologii.

3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, cujus menſura eſt arcus ED. Omnia hæc ſupeditabit Solutio trianguli ZPR, rectanguli in R, in quo data ſunt 1°. Latus ZP complem. elevationis Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus RZP complem. declinationis, qua propter facile invenietur 1°. Latus ZR menſura anguli ſubſtylaris cum Verticali Plani. Hic Angulus æqualis eſt angulo Subſtylaris cum Meridiana in centro Horologii, quia Meridiana eſt parallela lineæ Verticali Plani. 2°. Invenietur latus PR, menſura anguli Axis cum Subſtylari. 3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, ſeu diſtantia Subſtylaris à Meridiana in Æquatore.

Analogias non affero quia commode ex Trigonometria peti poſſunt, præter quam quod non omnium earum demonſtratio inſpectâ figurâ conſpicua eſſet, nec opuſculi hujus-ce ſinunt anguſtiæ ut ſingula demonſtremus.

III.

De Horologiis Sine declinatione verſus ortum verum, vel verum Occaſum acclivibus.

Fig. 6. Eâdem hic fermè conſtructione ſuppoſitâ quam in Articulo Præcedente expoſuimus; Sit HBI, Circulus inclinato Plano dato Parallelus, circulus que HSI ad circulum

lum HBI rectus & tranſiens per Polum ejus S in Verticali Primario ZN ſumptum, Punctun S, erit Pes Styli, & punctum contactûs Sphæræ & Plani dati. Circulus PDA eſt Subſtylaris, circulus HSI eſt ad Verticalem Primarium rectus, ſicuti & Meridianus, qui proinde in Plano Parallelus eſt Verticali Plani HSI, & Horizonti HI. Itaque ſumpto HSI pro Verticali Plani, ad quem Meridiana eſt Parallela, in triangulo PRI, tria nota ſunt. 1°. PI elevatio Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus PIR complementum inclinationis Plani, quæruntur autem tria, 1°. latus RI, menſura anguli RSI, quem ſubſtylaris cum Verticali Plâni HSI efficit, vel cum Meridiana eidem Verticali parallela. 2°. Latus PR angulus axis cum ſubſtylari, vel menſura elevationis Poli in Subſtylari. 3°. Angulus RPI, differentia longitudinum, cujus menſura in Æquatore eſt arcus DQ. Analogiæ ex Trigonometria petantur. *Gnom. Tab. IV. Fig. 6.*

IV.

De Horologiis Mixtis.

Deſcribendum ſit Horologium in facie ſuperiori Plani declinantis ab Auſtro ad Ortum grad. 27, & inclinati grad. 70 pro altitudine Poli gr. 49, quæritur ut in Sphæra PEAQ Planum dictum tangente aſſignetur circulus ad dictum Planum Parallelus, & punctum contactûs Sphæræ & Plani. &c.

Deſcribatur Verticalis ZDN declinans à Verticali Primario ZN grad. 27 & per Polum ejus K traducatur Verticalis ZKN, ſumptoque arcu KL ab Horizonte gr. 70, ducatur per punctum L & per punctum D, circulus maximus BDF, cujus quæratur Polus, qui neceſſario erit in Verticali ZKN, nempe in S. Arcus KS erit 20. Complem. inclinationis 70. & arcus SN erit etiam æqualis inclinationi 70. Maximus circulus BDF erit parallelus *Fig. 7.*

Gnom. Tab. IV. Fig. 7.

Plano propoſito ; & punctum S erit pes Styli, & punctum contactûs Sphæræ cum Plano, poſito Stylo recto æquali Sphæræ præſentis radio. Denique per Polos P & A & per punctum contactûs S deſcribatur circulus maximus PSN. Hic erit Subſtylaris. His poſitis, arcus PM, eſt menſura elevationis Poli in Plano Angulus MSL, eſt angulus Subſtylaris cum Verticali Plani, cujus menſura eſt arcus LM. Angulus IPQ eſt angulus differentiæ longitudinum, cujus menſura eſt arcus IQ in Æquatore. &c. Sed jam ad calculum accedamus.

1°. In triangulo ZBL rectangulo in L, tria cognita ſunt 1°. angulus rectus in L; 2°. angulus BZL declinationis 27, cujus menſura eſt arcus KO; 3°. Latus ZL 20 Complem. inclinationis. Igitur tria quærantur: 1°. angulus ZBL; 2°. Latus BL qui ſervetur; 3°. Latus ZB quod ſubtrahatur à Complem. elevationis Poli ZP, ad Habendum in reſiduo arcum BP. Itaque

2°. In triangulo BMP rectangulo in M, jam tria cognita erunt, nempe 1°. Hypotenuſa BP modo inventa; 2°. Angulus rectus in M; 3°. Angulus MBP, æqualis angulo ZBL ſupra invento. Ergo tria quærantur: 1°. Latus BM, quod additum lateri BL ſupra invento & ſervato, dabit arcum ML menſuram anguli LSM, qui eſt angulus Verticalis lineæ Plani cum Subſtylari. 2°. Quæratur angulus BPM. Hic angulus æqualis eſt differentiæ longitudinum loci & Plani, ſeu diſtantiæ Subſtylaris à Meridiana in Æquatore; nam angulus BPM æqualis eſt angulo IPQ, cujus menſura, nempe arcus IQ, eſt dicta longitudinum differentia. 3°. Quæratur latus PM, quod eſt menſura auguli Subſtylaris cum axe in centro Horologii, ſeu elevationis Poli in Plano Horologii. Hujus complementum eſt arcus PS, menſura anguli Styli recti cum axe. Hæc ſufficiunt ad deſcribendum Horologium in Plano ſupra dicto.

Scholium.

Statim atque habetur longitudinum differentia, eo ipſo habetur ejus complementum, & proinde habentur in Æquatore diſtantiæ duorum punctorum hinc & inde a ſubſtylari poſitorum, quorum unum pertinet ad Horam 12. alterum ad Horam 6. Sed in tribus Horologiis de quibus ſuperius, inventa eſt differentia longitudinum, & prætereа inventa eſt elevatio Poli in Plano Horologii, quapropter duæ hîc Analogiæ addendæ ſunt, quarum unius ope invenietur angulus Subſtylaris cum Meridiana, in centro Horologii, alterius vero auxilio invenietur angulus lineæ Horæ 6 cum Subſtylari, in eodem Horologii centro. Ecce tibi Analogias illas. *Gnom. Tab. IV. Fig. 7.*

Ad inveniendum angulum Meridianæ cum Subſtylari.

ANALOGIA 1ª.

Ut ſinus totus : ad ſinum elevationis Poli in Plano Horologii : :
Ita tangens differentiæ longitudinum : ad tangentem anguli Subſtylaris cum Meridiana in centro Horologii.

Ad inveniendum angulum lineæ Horæ 6. cum Subſtylari.

ANALOGIA 2ª.

Ut Sinus totus : ad ſinum elevationis Poli in Plano Horologii :
Ita tangens complementi differentiæ longitudinum : ad tangentem anguli lineæ Horæ 6. cum Subſtylari.

V.

Horologii Verticalis declinantis ab Auſtro ad Ortum gr. 10 pro altitudine Poli 46 gr. 26′. per calculum angulorum deſcriptio.

Gnom. Tab. V. Fig. 1. Deſcribatur circulus quivis C B D, è cujus centro A ducatur radius A B. Hic erit linea Meridiana, ſeu linea Horæ 12. Vocetur perſpicuitatis gratiâ pars B C circuli Ortus Gnomonicus, quia in eam partem umbræ projicientur ante Meridiem; pars vero B D vocetur Occaſus Gnomonicus, quia continere debet Horas pomeridianas. Jam quia Horologium declinare debet à Meridie ad Ortum, Subſtylaris eſſe debebit in parte C B Ortûs Gnomonici. His poſitis.

1°. Quæratur angulus Subſtylaris cum Meridiana per ſequentem Analogiam:

Ut ſinus totus: ad ſinum declinationis Plani 10 gr::

Ita tangens compl. elevationis Poli 43 gr. 34′. ad tangentem anguli Subſtylaris cum Meridiana in puncto A. Invenitur hic angulus 9 gr. 23′. Fiat igitur in centro A angulus G A B totidem graduum, Linea A G erit Subſtylaris.

2°. Quæratur elevatio Poli in Subſtylari per hanc Analogiam:

Ut ſinus totus: ad ſinum compl. declinationis Plani::

Ita ſinus Complem. elevationis Poli in Horizonte: ad Sinum elevationis Poli in Plano Horologii, ſeu in ſubſtylari. Invenietur dicta elevatio 42 gr. 44′.

Fiat ergo triangulum A K P cujus angulus A ſit 42 gr. 44′. Hoc triangulum erigendum erit rectum ad Planum Horologii, in linea Subſtylari A G, ita ut Puncta A, A. Conveniant in centro A.

3°. Quæratur differentia longitudinum loci & Plani per hanc Analogiam:

Ut

Ut ſinus totus: ad ſinum elevationis Poli in Horizonte:: Ita tangens complem. declinationis Plani: ad tangentem complement. differentiæ longitudinum. Gnom.Tab. V. Fig. 1.

Invenietur differentia longitudinum, id eſt diſtantia Meridianæ à ſubſtylari in Æquinoctiali, 13 gr. 41′. Subſtylaris eſt terminus à quo debet inſtitui Calculus tam arcuum Horariorum in Æquinoctiali, quam angulorum Horariorum in centro A Horologii. Supereſt nunc ut componatur Tabula quæ inſerviat ad inveniendos angulos Horarios in centro Horologii: ea autem ſic conficietur.

Tres Columnæ præparentur; in prima Ordinatim diſponantur Horæ à ſubſtylari, ſive à puncto G verſus C; & à puncto G verſus D, & e regione Horarum, ſcribantur in ſecunda Columna arcus iiſdem Horis convenientes in Æquinoctiali. Deinde ad habendos angulos linearum horariarum cum ſubſtylari in centro Horologii A, qui anguli Horis primæ Columnæ, & arcubus ſecundæ competunt, Analogia ſequens adhibeatur:

Ut ſinus totus: ad ſinum elevationis Poli in Plano Horologii 42 gr. 44′::

Ita tangens uniuſ cujuſque arcûs ſecundæ Columnæ: ad tangentem unius cujuſque anguli convenientis, in Columna tertia collocandi. Si in Centro A fiant anguli cum ſubſtylari æquales iis qui in tertia Columna indicantur, tam verſus C quam verſus D, deſcriptum erit Horologium quale exhibetur in ſecunda Figura. Sed docendum eſt qua ratione conſtrui debeat ſecunda Tabulæ Columna. Itaque

1°. Ad habendos arcus Horarum, quæ futuræ ſunt inter G & inter C, incipiendo à puncto G, ſubtrahe differentiam Longitudinum ſeu diſtantiam Meridianorum Loci & Plani 13 gr. 40′. a 15 gr. reliquum erit 1 gr. 20′. pro Hora 11. Huic adde 15 gr., habebis 16 gr. 20′ pro Hora 10 & ſic deinceps. Sed ſi vis habere Semihoras, adde ad 1 gr. 20′, 7 gr. 30′, habebis 8 gr. 50′. pro Hora $10\frac{1}{2}$ &

Gnom. Tab. V. Fig. I.

ad habendam Horam 9 $\frac{1}{2}$ adde 7 ^{gr}. 30′. cum 16 ^{gr}. 20′ & habebis 23 ^{gr}. 50′ pro hora 9 $\frac{1}{2}$, quibus gradibus ſi addas 7 ^{gr}. 30. habebis 31 ^{gr}. 20′. pro Hora 9. & ſic deinceps.

2°. Ad habendas Horas quæ ſunt inter G & inter D, ſubtrahe 7 ^{gr}. 30′ à 13 ^{gr}. 40′, reliquum erit 6 ^{gr}. 10′ pro 11 $\frac{1}{2}$. Pro Hora 12 arcus erit 13 ^{gr}. 40′ differentia longitudinum. Si ad 13 ^{gr}. 40′ addas 7 ^{gr}. 30′ ſumma 21 ^{gr}. 10′ pertinebit ad Horam 12 $\frac{1}{2}$ &c. Hac methodo uſus ſum ad habendos arcus Columnæ ſecundæ. Tota Tabula extat poſt hanc paginam.

TABU-

TABULA

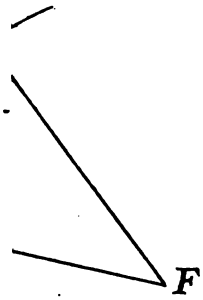
Arcuum Horariorum in Æquinoctiali, & angulorum Horariorum in centro Horologii.

Pro Horologio Verticali declinante à Meridie ad Ortum grad. 10 *data.*
Altitudine Poli loci 46 gr. 26′.

Hora inter G & C	*Arcus in Æquinoct.*		*Anguli in centro A.*	
11	1 gr.	20′	0 gr.	54′
10 ½	8	50	6	1
10	16	20	11	15
9 ½	23	50	16	41
9	31	20	22	27
8 ½	38	50	28	39
8	46	20	35	24
7 ½	53	50	42	52
7	61	20	51	8
6 ½	68	50	60	17
6	76	20	70	17
5 ½	83	50	80	57
Hora inter G & D	*Arcus in Æquinoct.*		*Anguli in centro A.*	
11 ½	6 gr.	10′	4 gr.	11′
12	13	40	9	23
12 ½	21	10	14	43
1	28	40	20	21
1 ½	36	10	26	23
2	43	40	32	56
2 ½	51	10	40	8
3	58	40	48	6
3 ½	66	10	56	56
4	73	40	66	38
4 ½	81	10	77	6
5	88	40	88	2

Angulus Axis cum Subſtylari 42 gr. 44′.

Gnom Tab. I.



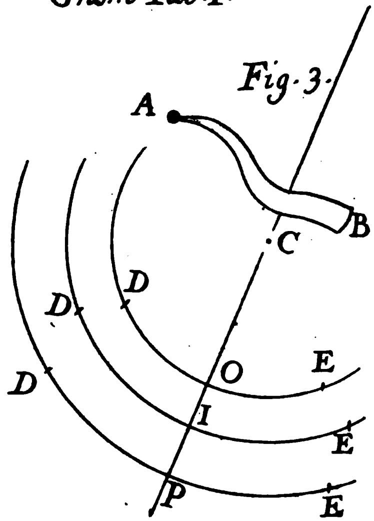


Fig. 3.

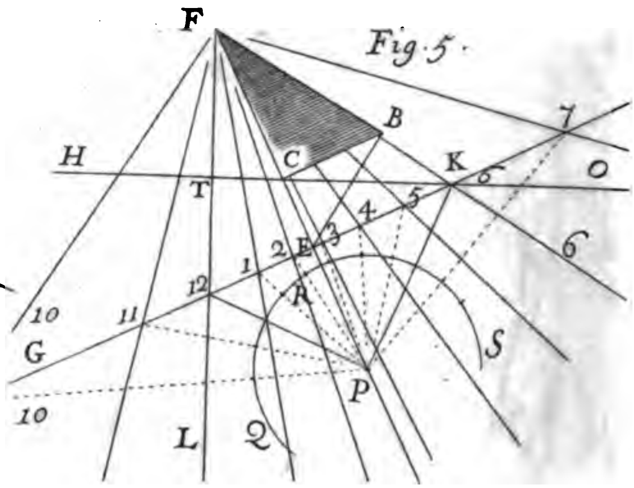


Fig. 5.

R

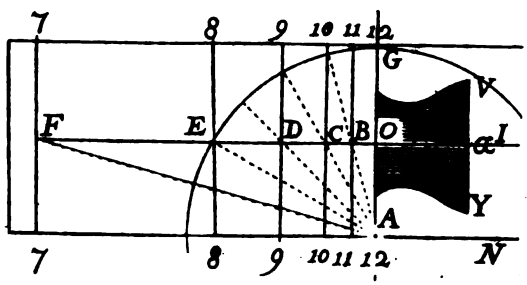


Fig. 7.

UNIV. OF MICH.

INDEX

Gnom Tab. I.

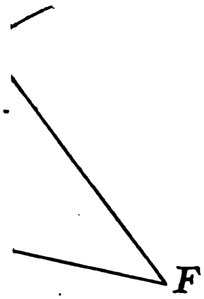
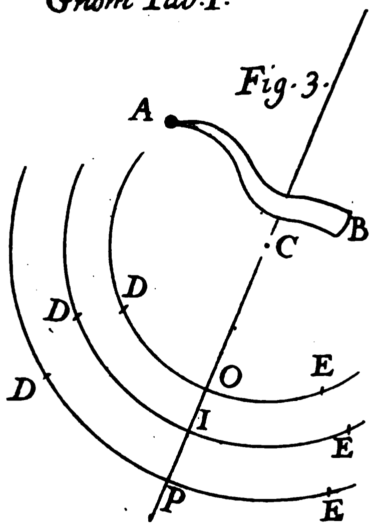
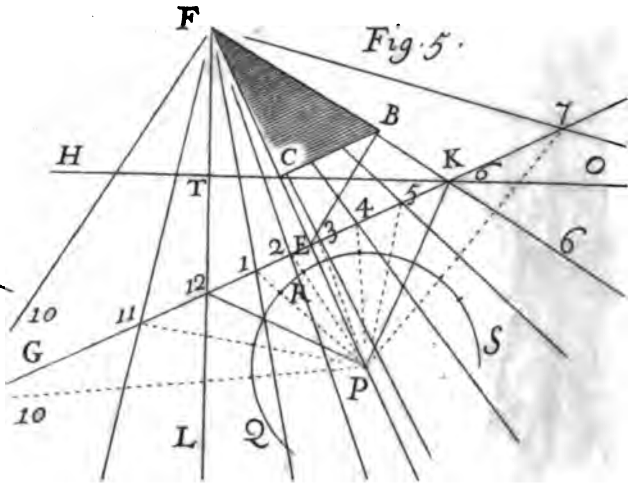


Fig. 3.





R

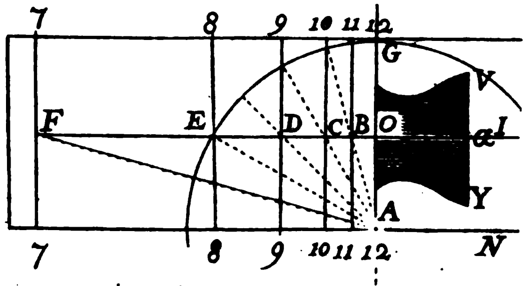
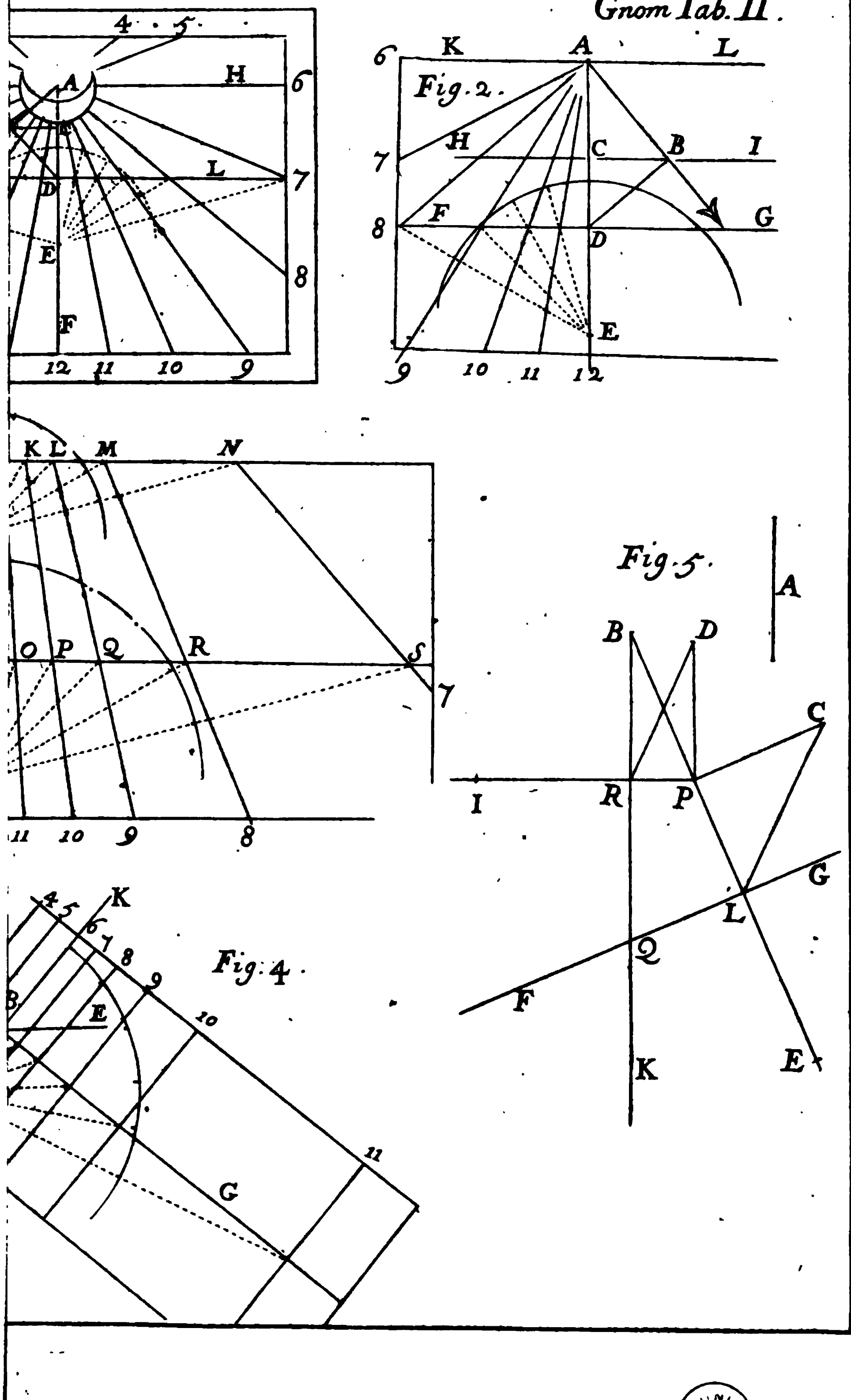


Fig. 7.

UNIV. OF MICH.

Gnom Tab. II.



UNIV. OF MICH.

Gnom. Tab. III.

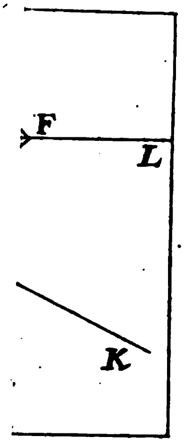
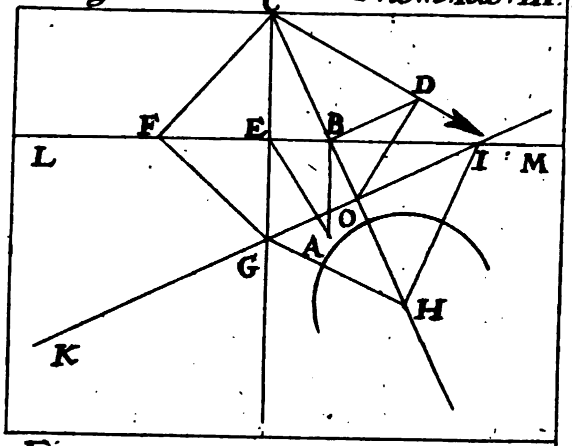


Fig. 2.



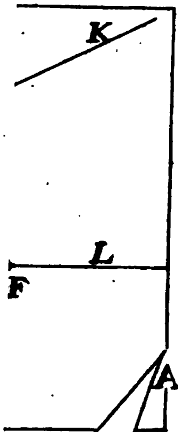
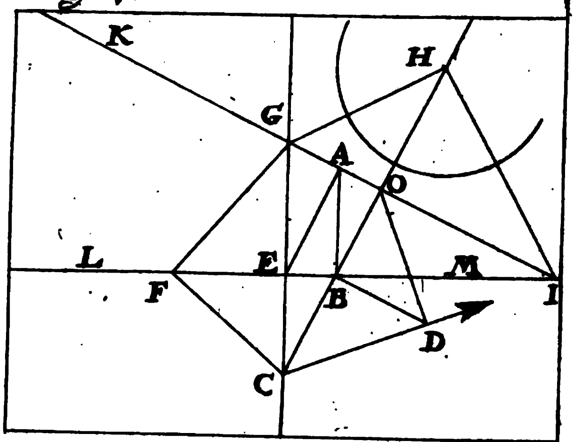


Fig. 4.



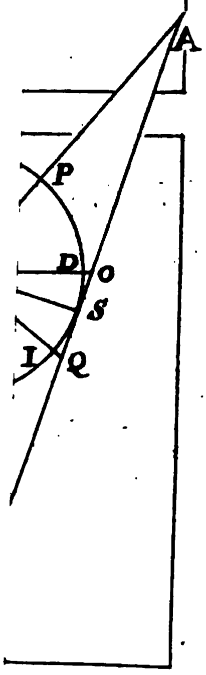
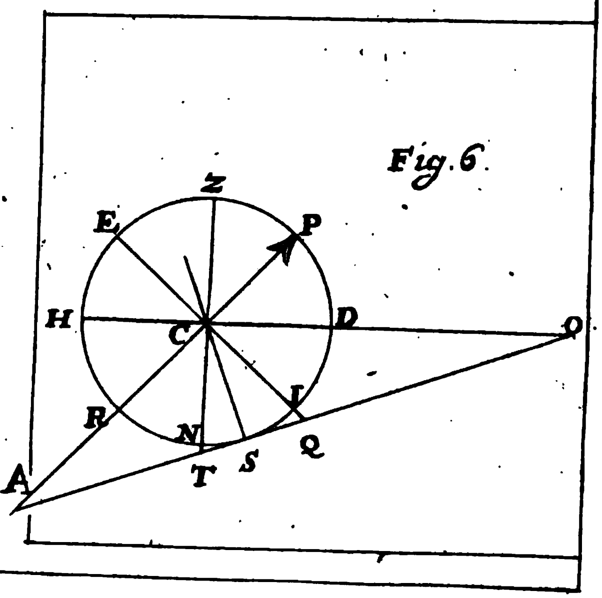


Fig. 6.



Gnom. Tab. IV.

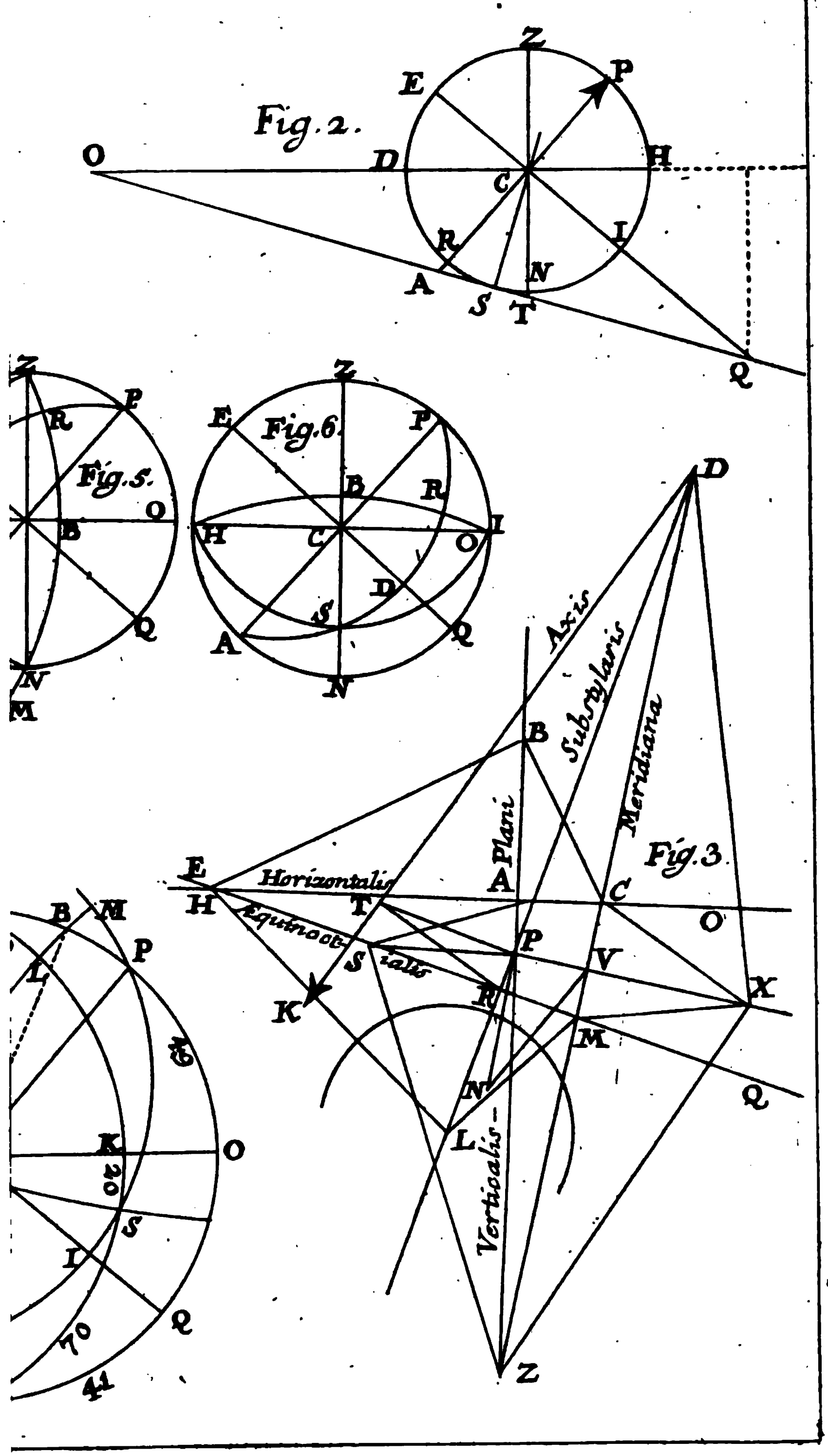

Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 3.
Axis
Subſtylaris
Meridiana
Plani
Horizontalis
Æquinoctialis
Verticalis

Fig. 1.

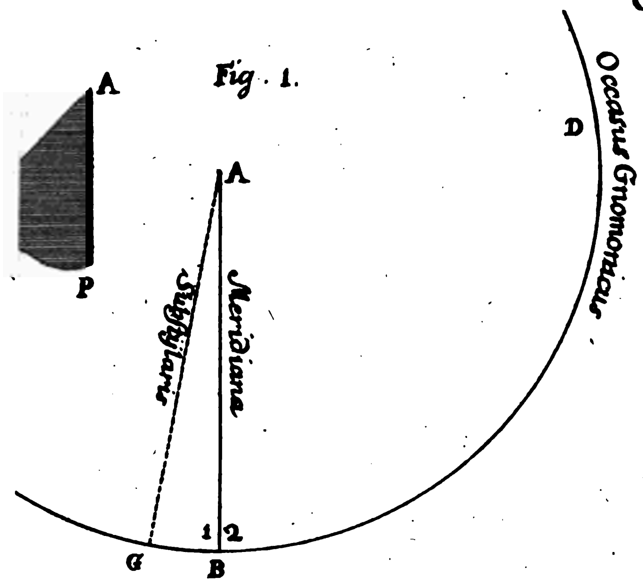
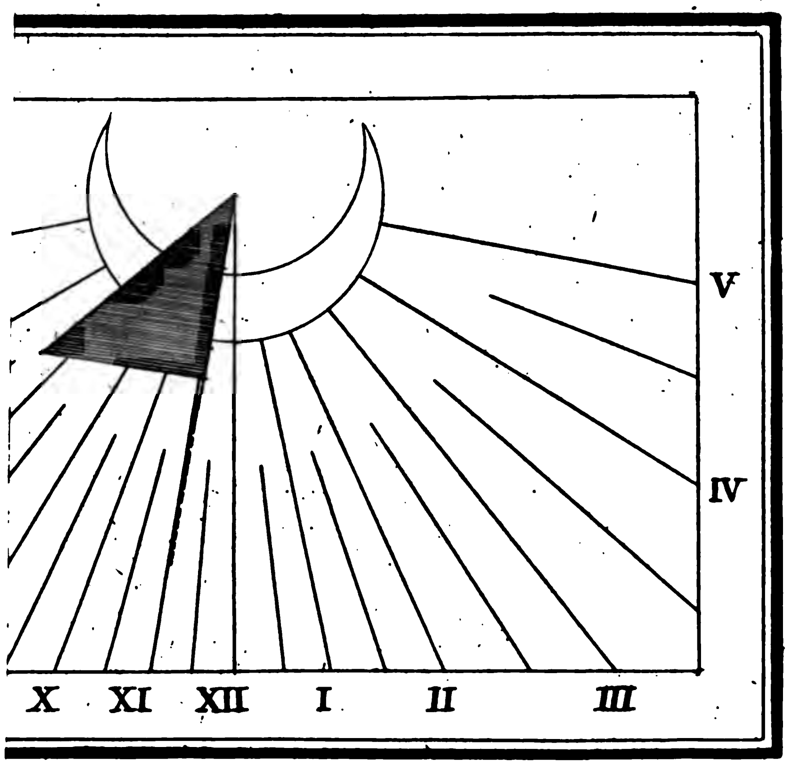


Fig. 2.



UNIV OF MICH.

INDEX
ALPHABETICUS.

A.

Achronycus Ortus & Occaſus. *Pag.* 191
Æquatio temporis. 346. & *ſeqq.*
Æquator ſeu *Æquinoctialis* circulus. 170
  ejus Secundarii ſeu circuli declinationum. 171. 172
Æquinoctiorum tempus determinare. 335
  Præceſſio. 108
Æra præcipuæ, veluti *Æra* Chriſtiana, &c. 206. 207
Aeris raritas quanta eſſe poſſit. 610
Almicantarath circuli. 178
Altitudo Poli in quolibet Loco ejuſdem Loci Latitudini æqualis eſt. 186
Amphiſcii incolæ Zonæ torridæ. 173
Amplitudo ortiva & occidua. 179
Andromeda. 238
Angulus Commutationis. 382
Annulus Saturni. 22
  Ejus magnitudo, figura & ſitus. 592
  Ejus Phaſes è ſole viſæ. 594
  Ejus Phaſes è Terra ſpectatæ 598
  Ejus Origo. 727
  Ejus Phænomena è Sole ſpectata. 728
Anni Tempeſtatum explicatio in Hypotheſi Terræ motæ 54
Annus Magnus. 199. 205
  Sydereus. 199
Anni Syderei quantitas. 341
Annus Tropicus ſeu Vertens. 199
  Civilis. 200
Annus Ægyptiacus. 201
  Julianus. 202
  Gregorianus. 202
Anni initium varium apud Populos. 204
  Vertentis quantitatem definire. 399

****** *An-*

INDEX
ALPHABETICUS.

A.

Achronycus Ortus & Occaſus. Pag. 191
Æquatio temporis. 346. & *ſeqq.*
Æquator ſeu *Æquinoctialis* circulus. 170
ejus Secundarii ſeu circuli declinationum. 171. 172
Æquinoctiorum tempus determinare. 335
Præceſſio. 108
Æra præcipuæ, veluti *Æra* Chriſtiana, &c. 206. 207
Aeris raritas quanta eſſe poſſit. 610
Almicantarath circuli. 178
Altitudo Poli in quolibet Loco ejuſdem Loci Latitudini æqualis eſt. 186
Amphiſcii incolæ Zonæ torridæ. 173
Amplitudo ortiva & occidua. 179
Andromeda. 238
Angulus Commutationis. 382
Annulus Saturni. 22
Ejus magnitudo, figura & ſitus. 592
Ejus Phaſes è ſole viſæ. 594
Ejus Phaſes è Terra ſpectatæ 598
Ejus Origo. 727
Ejus Phænomena è Sole ſpectata. 728
Anni Tempeſtatum explicatio in Hypotheſi Terræ motæ 54
Annus Magnus. 199. 205
Sydereus. 199
Anni Syderei quantitas. 341
Annus Tropicus ſeu Vertens. 199
Civilis. 200
Annus Ægyptiacus. 201
Julianus. 202
Gregorianus. 202
Anni initium varium apud Populos. 204
Vertentis quantitatem definire. 399

Annorum Collectiones ſeu Epochæ celebriores. - 205
Anomalias Medias & ipſis correſpondentes Veras calculo determinare. - - - - 313. 314
Anomalia Media data Veram invenire. 316. 317
Anomaliarum inveniendarum Methodi variæ. 319 & *ſeqq.*
Anſer Americanus, ſeu *Toucan.* - - 239
Antecedentia (Motus in) quid? - - 168
Antinoüs. - - - - - 239
Antipodes. - - - - - 177
Antœci. - - - - - 176
Apſides & Nodi Planetarum Primariorum quieſcunt. 77
Apſidum progreſſiones & regreſſiones in Satellitum Orbitis. 454
Motum in Satellitum Orbitis determinare. 445. 450
Motum in Jovis & Saturni Satellitum Orbibus invenenire. 566
Motum in iiſdem Orbibus inventum corrigere. 567
Apus. - - - - 239
Aquarius. - - - 238
Aquila. - - - - 238
Ara. - - - - - 239
Areæ quas Corpora in gyros acta, radiis ad centrum Virium ductis deſcribunt, ſunt temporibus deſcriptionum proportionales. 16
Aries - - - - - 238
Aſcenſio & Deſcenſio recta. - - - 184
Aſcenſio & Deſcenſio obliqua. - - 184
Aſcenſionalis Differentia. - - - 185
Aſpectus Syderum. - - - 169
Aſtronomicæ Tabulæ. *Vide* Tabulæ.
Atmoſphæra Telluris Refractiones. - - 296. 297
Atmoſphæra Cometarum ingens. - - 619
Attractionis Legum ſequelæ in motibus corporum circa commune centrum Gravitatis motorum. - - 95. 96
Axis Telluris. - - - 170
Azimuthales circuli ſeu *Azimuthi.* - - 178

B.

Berenices Comæ - - - - 239
Bernoullii Jac. Cometarum Syſtema. - - 608

De

De Caudis Cometarum opinio. 616
Bootes. - - - - - 238
Bullialdi Methodus ad inveniendas Anomalias - 324

C.

Cancer - - - - - 238
Canis Major & Minor. - - - 239
Capricornus. - - - - 238
Caput & Cauda Draconis, in Orbita Lunæ. - - 23
Carteſii de Vorticibus & motibus Planetarum circa Solem ſententia. - - - - - 125. & *ſeqq.*
Quæ in *Carteſiana* Mundani Syſtematis expoſitione parum accurata videntur, refelluntur. - - 137. & *ſeqq.*
Carteſii de Cometarum Origine opinio. - - 607
Caſſini Ellipſis. - - - - 326
Hypotheſis ad explicandas Cometarum Orbitas. 608
Caſſiopeia. - - - - 238
Cauda Cometarum. - - 614. 618. 619
Centrum ſyſtematis Solaris. - - 111
Cepheus. - - - - - 238
Circuli Sphæræ. - - - 167
Horarii. - - - 182
Climata - - - - - 174
Coluri Æquinoctiorum & Solſtitiorum. - - 172
Cometa quid ſint- - - 604. 605. 607, &c.
Non in Terram præcipue, ſed in Solem graves ſunt. 20
Cometarum Caudæ unde ortæ. - - 619
Philoſophorum de Caudis *Cometarum* placita. 614
Cometarum curſus varii. - - 2
Motus circa Solem. - - 2. 60
Orbitæ ſeu ſemitæ quando Ellipticæ. 62
Motuum apparentiæ è Tellure viſorum. 13. 61
Caudæ ſi Telluris Atmoſphæram attigerint nocere poſſunt animalibus & vegetalibus. - - - 620
Caudæ figuras diverſas induere poſſunt. 622
Cometa qua in cœli parte frequentiores videantur. 623
Cometa diſtantiam à Sole æſtimare. - 625
Viam inter Fixas, Nodos ejus, & inclinationem ad Eclipticam per obſervationes definire. - - 627

Perigæi locum, ad datum tempus invenire. - 628

Vapores quo progreſſu temporis à Nucleo ad Caudæ extremum aſcendant. - - - - - - 632

Trajectoriam per obſervationes quatuor determinare, ſi rectilinea ſit. - - - - - - 635

Locum è Terra viſum ad datum tempus per quatuor obſervationes invenire. - - - - - - 638

Diſtantiam à Terra & magnitudinem ſicuti & magnitudinem Atmoſphæræ ejus determinare. - - - 639

Cometa Trajectoria Parabolica. - - - - 640

Cometa Velocitas cum Planetæ cujuslibet Primarii comparatur. 643

Cometa motus in Parabola explicatur. - - 644. *& ſeqq.*

Viam ex aliquibus obſervatis determinare. - 656

Trajectoriam Parabolicam ex obſervationibus aliquot invenire, & ad Eclipticam reducere, ac motum in Longitudinem invenire. - - - - 660. *& ſeqq.*

Motum in Longitudinem accuratius determinare. 672

Motum in Latitudinem determinare. - - 675

Trajectoriæ Nodos, & tempus quo Cometa in Nodis verſatur invenire. - - - - - - 675. *& ſeqq.*

Orbitæ inclinatio ad Eclipticæ planum. - 676

Orbitæ Parabolicæ Parametrum præcipuum ſeu Latus rectum principale reperire. - - - - 677

Perihelium & Perigæum invenire. - - 677

Trajectoriam accuratius determinare per Regulas falſæ Poſitionis. - - - - - - 68?

Cometa Locus Heliocentricus ſecundum Longitudinem & Latitudinem invenitur ad tempus datum. - - - 688

Diſtantia à Sole determinatur. - - - 688

Locus Geocentricus in Longitudinem & Latitudinem invenitur. - - - - - - 690

Diſtantia à Terra reperitur. - - - ibid.

Cometa quales appareant è Sole conſpecti. - - 705. 706

Commutationis Angulus. - - - - 382

Conjunctio Lunæ cum Sole. - - - 512. 513

Conſtellationes recenſentur. - - - - 238

Corona Septentrionalis. - - - - 238

Corpora ſe invicem attrahentia, & circa commune Gravitatis centrum revoluta, deſcribunt figuras ſimiles; - - 88.

Et

Et radiis ad commune Gravitatis centrum ductis, areas verrunt temporibus proportionales, per quæ in Orbitæ ſuæ reſpectivæ parte aliqua delata ſunt. - - - - - 89
Corporis in Parabola revoluti & ad Focum Parabolæ tendentis Velocitates æſtimantur. - - - - 641
Corporis in Parabola moti Velocitas cum Velocitate corporis in circulo moti (ſi utrumque *Corpus* ad idem centrum tendat) comparatur. - - - - - 642
Corporum duorum circa commune Gravitatis centrum revolutorum tempora Periodica determinantur. - - - 92
Corporum eorumdem Orbitæ, ſeu Ellipſium quas deſcribunt majores Axes inveniuntur. - - - - 94
Eorundem Orbitæ Ellipticæ mutuo comparantur. - ibid.
Coſmicus Ortus & Occaſus. - - - 191
Crater. - - - - - - 239
Crepuſculi cauſæ. - - - - 187
Limites. - - - 188
Initium & finis. - - - 267
Crepuſculo lumen ſimile obſervatum primùm anno 1685. à DD. Caſſino & Fatio. - - - - 188
Crepuſculi minimi tempus reperire. - - - 269
Cycloïdis proprietas in Pendulorum æquandis Oſcillationibus. 409

D.

Declinatio Syderum - - - - 171. 172.
Declinationem Syderum obſervare. - - - - 231
Declinationum circuli. - - - 171. 172
Delineatio Phaſium Lunarium. - - - 25
Denſitatis Solis ratio ad *Denſitatem* Planetæ Primarii circa quem Satelles revolvitur. - - - - 405
Diametri Planetarum Primariorum è Sole viſorum. - 703
Dies varii diſtinguntur. - - - - 197
Dierum varia initia. - - - - 297
Differentia Aſcenſionalis. - - - - 185
Directio Planetarum. - - - - 374
Diſtantia Planetarum Primariorum à Sole quam proportionem habeant inter ſe cum temporibus Periodicis eorumdem circa Solem. 36. 71
Diurnus motus Telluris circa Axem. - - - 53. 54
Dorado. - - - - - - 239
Draco. - - - - - - 238

Perigæi locum, ad datum tempus invenire. - 628
Vapores quo progreſſu temporis à Nucleo ad Caudæ extremum aſcendant. - - - - - 632
Trajectoriam per obſervationes quatuor determinare, ſi rectilinea ſit. - - - - - - 635
Locum è Terra viſum ad datum tempus per quatuor obſervationes invenire. - - - - - - 638
Diſtantiam à Terra & magnitudinem-ſicuti & magnitudinem Atmoſphæræ ejus determinare. - - - - 639
Cometa Trajectoria Parabolica. - - - - 640
Cometa Velocitas cum Planetæ cujuslibet Primarii comparatur. 643
Cometa motus in Parabola explicatur. - - 644. & *ſeqq.*
Viam ex aliquibus obſervatis determinare. - 656
Trajectoriam Parabolicam ex obſervationibus aliquot invenire, & ad Eclipticam reducere, ac motum in Longitudinem invenire. - - - - 660. & *ſeqq.*
Motum in Longitudinem accuratius determinare. 672
Motum in Latitudinem determinare. - - 675
Trajectoriæ Nodos, & tempus quo Cometa in Nodis verſatur invenire. - - - - - 675. & *ſeqq.*
Orbitæ inclinatio ad Eclipticæ planum. - 676
Orbitæ Parabolicæ Parametrum præcipuum ſeu Latus rectum principale reperire. - - - - 677
Perihelium & Perigæum invenire. - - 677
Trajectoriam accuratius determinare per Regulas falſæ Poſitionis. - - - - - - 681
Cometa Locus Heliocentricus ſecundum Longitudinem & Latitudinem invenitur ad tempus datum. - - - 688
Diſtantia à Sole determinatur. - - - 688
Locus Geocentricus in Longitudinem & Latitudinem invenitur. - - - - - - 690
Diſtantia à Terra reperitur. - - - ibid.
Cometa quales appareant è Sole conſpecti. - - 705. 706
Commutationis Angulus. - - - - 382
Conjunctio Lunæ cum Sole. - - - 512. 513
Conſtellationes recenſentur. - - - - 238
Corona Septemtrionalis. - - - - 238
Corpora ſe invicem attrahentia, & circa commune Gravitatis centrum revoluta, deſcribunt figuras ſimiles; - - 88.

Et

Et radiis ad commune Gravitatis centrum ductis, areas verrunt temporibus proportionales, per quæ in Orbitæ ſuæ reſpectivæ parte aliqua delata ſunt. - - - - 89
Corporis in Parabola revoluti & ad Focum Parabolæ tendentis Velocitates æſtimantur. - - - - 641
Corporis in Parabola moti Velocitas cum Velocitate corporis in circulo moti (ſi utrumque *Corpus* ad idem centrum tendat) comparatur. - - - - - 642
Corporum duorum circa commune Gravitatis centrum revolutorum tempora Periodica determinantur. - - - 92
Corporum eorumdem Orbitæ, ſeu Ellipſium quas deſcribunt majores Axes inveniuntur. - - - - 94
Eorundem Orbitæ Ellipticæ mutuo comparantur. - ibid.
Coſmicus Ortus & Occaſus. - - - 191
Crater. - - - - - 239
Crepuſculi cauſæ. - - - - 187
Limites. - - - 188
Initium & finis. - - - 267
Crepuſculo lumen ſimile obſervatum primùm anno 1685. à DD. Caſſino & Fatio. - - - - 188
Crepuſculi minimi tempus reperire. - - - 269
Cycloidis proprietas in Pendulorum æquandis Oſcillationibus. 409

D.

Declinatio Syderum - - - - 171. 172.
Declinationem Syderum obſervare. - - - - 231
Declinationum circuli. - - - 171. 172
Delineatio Phaſium Lunarium. - - - 25
Denſitatis Solis ratio ad *Denſitatem* Planetæ Primarii circa quem Satelles revolvitur. - - - - 405
Diametri Planetarum Primariorum è Sole viſorum. - 703
Dies varii diſtinguntur. - - - - 197
Dierum varia initia. - - - - 297
Differentia Aſcenſionalis. - - - - 185
Directio Planetarum. - - - - 374
Diſtantia Planetarum Primariorum à Sole quam proportionem habeant inter ſe cum temporibus Periodicis eorumdem circa Solem. 36. 71
Diurnus motus Telluris circa Axem. - - - 53. 54
Dorado. - - - - - - 239
Draco. - - - - - - 238

Draconis caput & cauda. - - - - 23
Durationem Eclipſis Solis & Lunæ invenire. 529. 541. 558

E.

Eclipſis Lunæ. - - - - - - 27
Solis. - - - - - 30
Eclipſium Lunarium doctrina. - - - 515. *& ſeqq.*
Eclipſis Lunaris initium & finem determinare. - 529
quantitatem invenire. - - 530
ſchema graphicè delineare. - - 532
Eclipſium Solarium doctrina. - - - 533
Eclipſis Solaris duratio. - - - 541. 558
Quantitas. - - - - - 544
Phænomena præcipua. - - 546
Eclipſis Solaris uſus in determinanda Longitudine & Latitudine Loci, ſeu Tractûs Terræ, in quo Sol oriens deficere incipit. 549
Eclipſis Solis quibus in Locis centralis appareat. 550. 552
quibus in Locis viſibilis. - - 554
Ecliptica planum Terricolis norma eſt juxta quam Orbitarum Planetariarum obliquitas definitur. - - - 5
Ecliptica. - - - - - - 167
Ecliptica Secundarii, ſeu circuli Latitudinum. - - 169
Ecliptica Obliquitatem ad Æquatorem determinare. - 232
Ecliptica partium ſeu graduum Aſcenſionem rectam invenire. 235
Ecliptica graduum Declinationem reperire. - - 235
Angulum cum Meridiano ad datum in ea gradum definire. - - - - - - 235
Angulum cum Horizonte & gradus *Ecliptica* ab Horizonte Nonageſimi altitudinem & poſitionem invenire. - 264
Ellipſis proprietas quædam. - - - 65
Ellipſis ſeu Orbita à Caſſino inventa deſcribitur. - 326
defectus hujus Orbitæ Ellipticæ notantur. 328. 329. &c.
Ellipſis deſcriptio nonnullis datis. - 357. 362. *& ſeqq.*
Epocha præcipuæ. - - - - 205
Errores ac deviationes Planetarum ſecundariorum ex Planorum Orbitarum inclinatione & Solis attractione orti. 101. 102. 103
Errores in motibus Planetarum Primariorum circa ſolem à mutua actione oriundi. - - - - 407

In motibus ſecundariorum circa Primarium à Sole orti. 430. *& ſeqq.*
Excentricitates & Axes majores Orbitarum Planetarum invenire. 399.

F.

Figura Telluris. - - - - - 408
Solis aut Planetæ cujuslibet. - - - 414
Telluris ac Lunæ quænam foret ſi utraque aquis operta eſſet. - - - - - - 581. 588
Figura Lunæ ſphærois oblonga. - - - - 590
Fixa Vide Stella fixa.
Fluxus & refluxus Maris cauſæ. - - - 584. &c.

G.

Galilæi Theorema de projectorum corporum ſemita Parabolica. 69
Galaxia ſeu Via Lactea. - - - - 240
Gemini. - - - - - - 238
Globus Cœleſtis deſcribitur. - - - 209 .210
Terreſtris. - - - - 212
Globorum Terreſtris & Cœleſtis uſus varii. - - 213 &c.
Gravitatis Acceleratricis verſus diverſa Corpora, in diſtantiis æqualibus, æſtimatio. - - - - 86
Gregorii (Jacobi) de Cometis & Cometarum Caudis ſententia, - - - - - - 618
Grus. - - - - - 239
Gyratio Terræ circa axem. - - - 53. 54

H.

Halleius laudatur. - - - 239. 692. 695
Harmonica circulatio Fluidorum deferentium Planeratum juxta mentem Leibnitii. - - - - 145
Hegira Æra ſeu Epocha. - - - - 208
Heliacus ortus & occaſus. - - - - - 191
Heteroſcii Zonarum Temperatarum incolæ. - - 173
Horæ æquales & inæquales ſeu temporariæ. - - 197
Horarii circuli - - - - 182

Horolo-

Horologium Scioтericum Horizontale dato, loco congruum Globi ope deſcribere. - - - - - 224
Horologium Solare in Plano quolibet per calculum delineare. 272. 273
Horizon Senſibilis, Rationalis. - - - 177
Horizontis Secundarii, ſeu Verticales circuli. - - 178
Paralleli ſeu Almicantarath circuli. - - - 178
Horizontis diviſio in Rhumbos. - - - - 180
Horizontis Parallelum invenire in quo Sol verſatur tempore minimi Crepuſculi. - - - - - 269
Hugenii (Chriſtiani) Coſmotheoria laudatur, - - 698
Hypotheſis Caſſini ad explicandos Cometarum motus. - 608

I.

Inaequalitas prima & ſecunda in Planetarum motibus. - 354
Inaequalitates Lunæ. - - - 103. 104. 106. &c.
Inclinatio Orbitarum Planetarum Primariorum ad Eclipticam 5. 6
Informes Stellæ. - - - - 240
Jovis Satellites quatuor. - - - - 21
Jubilaeum. - - - - - 205
Jupiter Planeta. - - - - 2. 6

K.

Kalendarium Julianum. - - - - 202
Gregorianum. - - - *ibid.*
Kepleri Phyſica Cœleſtium motuum exponitur. 113. & *ſeqq.*
Placita nonnulla rejiciuntur. - - 122. &c.
Problema celeberrimum ſolvitur. - - 316. 317
Kepleri opinio de Cometis eorumque Caudis. - 618

L.

Latitudo Heliocentrica Planetarum. - - - 8
Veneris & Mercurii è Terra viſorum. - 8. 9
Latitudo Syderum. - - - - - 170
Terræ tractuum. - - - 175
Leibnitii de motibus Planetarum opinio. - 143. &c.
Quæ in ejus opinione parum Phyſica videantur. 147
Leo. - - - - - - 238

Libra

Libra. 238
Limites Ecliptici. 523
Linea Nodorum quid. 5
Linea Nodorum poſitionem in Orbita Planetæ reperire. 352
Longitudo & Latitudo Syderum. . . . 170
Longitudo & Latitudo Locorum ſeu Terræ tractuum. . 175
Loxodromia. 180
Luna movetur in Peripheria Ellipſis circa Terram. . 62
Orbita ejus eſt Ellipſis mutabilis. . . *ibid.*
Luna diſtantia à Terra. 81
Inæqualitates aliquot explicantur. 103. 104. 106. &c.
Eclipſis Totalis, centralis, Partialis, &c. . . 27
Luna inæqualitates omnes tam ſecundum Longitudinem, quàm ſecundum Latitudinem &c, à Solis attractionibus proficiſcuntur. 481. *& ſeqq.*
Luna motus circa proprium centrum, ejuſque Librationes. 570 572. &c.
Luna diſtantiam à centro Terræ per unius Lunaris Eclipſis obſervationem invenire. 485
Luna Theoria præſtantiſſima à Newtono compoſita. 505. *& ſeqq.*
Luna & Solis conjunctio & oppoſitio Media & vera. 512. 513
Luna Magnitudo. 576
Quantitas materiæ in *Luna* reſpectu quantitatis materiæ in Terra. . . . . . *ibid.*
Luna Denſitatis ratio ad Denſitatem Terræ. . . 578
Luna Figura orta ex mutua *Luna* in Terram & Terræ in *Lunam* Gravitatione. 580
Luna Figura quænam foret, ſi *Luna* aquis operta eſſet. 488
Luna Figura ſphærois oblonga ſeu prolata. . . 590
Lunaris Orbitæ ad Eclipticam inclinatio. . . 22
Ejus Nodi, ſeu Caput & Cauda Draconis. . 23
Lupus. 239
Luſtrum. 205
Lyra. 238

M.

Magnitudo Solis & Planetarum Primariorum definitur. 400
Magnitudo Lunæ. 576
Maris Fluxus & Refluxus. 584

****

Mars Planeta. 2. 6
Materia quantitas in Sole quam rationem habeat ad quantitatem materiæ in Planeta Primario circa quem ſatelles revolvitur. 403
Media diſtantia Planetæ Primarii à ſole æqualis eſt ſemi-axi majori Orbitæ Planetæ illius. . . . . .
Menſis Periodicus Lunæ. . . . 24. 198
Synodicus Lunæ. . . . 25. 199
Solaris. 198
Mercurius Planeta. . . . . . 1. 6. &c.
Mercurii Phaſes. 10. 11
Meridianus circulus. 175. 180
Meridianus Primarius. 175
Meridianam lineam invenire. . . . 228
Motus Corporum ſe invicem attrahentium, & circa commune centrum Gravitatis revolutorum. . . 88. 91. 95
Motuum Cœleſtium Phænomena è Sole conſpectorum. . 3
Eorundem Phænomena è Terra viſorum. . . 4
Motus in Conſequentia ſeu ſecundum ordinem ſignorum. 168
Motus in Antecedentia ſeu contra ordinem ſignorum. 169
Motus Paracentricus in Hypotheſi Leibnitii. . . 145
Mundani Syſtematis generalis conſpectus. . 1. *& ſeqq.*

N.

Nabonaſſari Æra 207
Nadir & Zenith, Horizontis Poli. . . . 178
Nativitatis Chriſti Epocha. . . . 205. 206
Nevvtoni Theoria Lunæ eximia. . . 505. &c.
Nevvtoni de Cometarum Caudis opinio. . . . 619
Nodi quid ſint. 5. 23
Nodorum lineæ in Orbita Planetaria Poſitionem, & Planetæ in Nodo verſantis à ſole diſtantiam invenire. . . 351
Nonageſimus ab Horizonte Eclipticæ gradus invenitur. 264
Novilunium. 24
Novilunium dati menſis, an futurum ſit Eclipticum, invenire. 534

O.

Obitus Alevandri Magni Epocha. . . . 208
Obliquitas Eclipticæ qua ratione determinetur. . . 232

Occaſus

Occaſus Syderum multiplex diſtinguitur. . . . 191
Olympias. 205
Olympiadum Epocha. 207
Ophiuchus ſeu ſerpentarius. . . . 238
Orbis Conditi Epocha. 207
Orbis Annui vel Magni Parallaxis. . . . 416. 417
Orbita Planetarum ſunt Ellipſes. . . 58. 62. &c 97
Orbitarum ad Eclipticam inclinatio. . . 5. 6
Orbita Planetariæ ad Eclipticam inclinationem determinare. 353
Orbitarum Planetariarum axes majores excentricitates, &c. invenire. 399
Axes inventos corrigere. . . . 406
Orbitarum revolventium & quiſcentium comparatio, & Virium centripetarum Leges in Orbitis revolventibus. 434. *& ſeqq.*
Orbita Satellitis Axis major progreditur & regreditur in ſingulis Satellitis revolutionibus. . . . 454
Orbita Satellitis Excentricitas mutatur. . . . 460
Excentricitas quando maxima. . . . 463
Nodi regrediuntur ſeu moventur contra ordinem ſignorum, ſed motu inæquabili. 464
Inclinatio ad Planum *Orbita* Primarii mutabilis eſt. 468
Orion. 239
Ortus & Occaſus ſyderum Poëticus triplex. . . 191

P.

Parabolæ ſive lineæ *Parabolicæ* deſcriptio. . . 655
Parabolæ quadratura. . . . 684. 685. &c.
Parallaxis natura & ſpecies diverſæ . . . 276
Parallaxium theoria. . . . 278. 279
Parallaxis Fixarum reſpectu Orbis magni, ſeu Orbitæ Telluris. 416. 417
Parallaxin Phænomeni cujuſpiam invenire. . 279. 281
Longitudinis & Latitudinis inveſtigare. . . 292
Parallaxis Horizontalis Solis juxta *Nevvtonum*. . . 511
Lunæ juxta eundem. . . . 511
Paralleli Æquatoris. 172
Horizontis. 178
Penduli motus in cycloïde æquabilis. . . . 409
Periœci. 176

Peripateticorum de Cometarum loco & naturâ opinio. . 605
Periſcii Zonarum Frigidarum incolæ. . . . 173
Phænomena motuum Cœleſtium è Sole conſpectorum. 3. 700. *& ſeqq.*
eorundem motuum è Terra viſorum. . . 4
Phænomena ex Planetarum Orbium ad Eclipticam inclinatione orta è Sole ſpectata. . . . 5. 700. *& ſeqq.*
Phænomena viſa ex Mercurio. . . . 707
ex Venere. 712
ex Marte. 717
ex Jove. 719
ex Saturno. 724
ex Cometa aliquo. . . . 730
ex aliqua Fixa. . . . 733
Phænomena præcipua Fixarum, Solis & Planetarum ex Luna conſpecta. 734
Phænomena præcipua Telluris ex Luna viſa. . . 738
Phænomena ex Jovis aut Saturni ſatellite aliquo ſpectata. 746
Phaſes Mercurii, Veneris & Martis è Tellure viſorum. 9. 10. 13
Phaſes Lunæ deſcribuntur. 25
Phaſes Annuli Saturnii è Sole viſæ. . . . 594
è Terra conſideratæ. . . . 598
Philoſophorum opiniones de Cometarum duratione & loco. 604
placita De Cometarum origine & Orbitis. . . 607
conjecturæ de Caudis Cometarum. . . 614
Piſces. 238
Planetæ omnes tam Primarii quam ſecundarii in ſolem gravitant. 83
Planetæ Primarii ſunt Mercurius & Venus Inferiores dicti; Mars, Jupiter & Saturnus Superiores nuncupati.
Planetarum Primariorum ordo & motus & Periodicæ revolutiones. 2
Orbium inclinatio ad Eclipticam. . . 6
Orbium Nodi & Apſides quieſcunt. . . 77
Planetarum Inferiorum motus apparentes è Terra ſpectati. 7
Inferiorum ſtationes, Retrogradationes & Directiones. 7
Inferiorum Latitudinis Phœnomena è Tellure viſa. 8
Inferiorum Phaſes è Terra conſpectæ. . . 9. 10
Planetarum Superiorum motus in Longitudinem è Tellure viſorum. 11
Motus in Latitudinem è Terra viſus. . . 12
Planetarum Primariorum revolutiones circa ſolem tales ſunt, ut quadrata temporum Periodicorum ſint inter ſe, ut cubi diſtantiarum media-

mediarum eorum à Sole. 36. 71
Primariorum motus gyrationis circa proprios axes. 49
Primariorum Figura ſphæroïdis verſus Polos eorum depreſſæ, & ſub eorumdem Æquatore prominentis. 51
Figuræ hujuſce cauſa. *ibid.*
Planetæ Primarii non gravitant præcipue in Terram, ſed in ſolem. 19
Soli propiores velocius moventur. 48
Planetæ Primarii & Cometæ qua lege moveantur circa Solem. 78
Planetæ Primarii Tempus Periodicum circa ſolem revoluti definire. 356
Locum centricum & diſtantiam à ſole reperire. 371
Orbitæ ſpeciem determinare, & orbitam deſcribere 357
Locum Geocentricum & diſtantiam à Terra invenire. 372
Elongatio maxima à ſole quomodo inveniatur. 373
Planetarum duorum Primariorum Parallaxin inveſtigare, obſervata amborum conjunctione corporali. 395. 397
Planetarum Stationes, Directiones, & Retrogradationes. 374
Planetarum illuſtratio. 422. &c.
Planetarum Primariorum Tabulæ, & earum uſus. 384. 387. 393
Planetæ Secundarii ſeu Satellites. Eorum ordo, numerus, & revolutiones circa Primarium. 21. 35
tendunt verſus centra ſuorum Primariorum reſpective. 34
Areas, radiis ad centrum Primarii ſui ductis, deſcribunt temporibus proportionales. 33
urgentur vi compoſita ex Vi qua tendunt verſus ſuum Primarium, & ex Vi qua Primarius tendit verſus ſolem. 33
Planetarum Secundariorum motus circa Primarium talis eſt, ut quadrata temporum periodicorum inter ſe ſint ut cubi diſtantiarum mediarum eorundem à centro Primarii. 35
Planetæ Secundarii Primario ſuo propiores accelerato magis motu feruntur. 48
Planetarum Secundariorum Orbitæ ſunt Ellipſes in quarum Umbilico uno Primarius poſitus eſt. 62
Orbitæ eorum ſunt Ellipſes mutabiles, quarum Excentricitas perpetuò mutatur. 63
Planetæ Secundarii qua lege circa Primarium ſuum moveantur. 79
Plenilunium. 24
Plenilunium dati Menſis an Eclipticum futurum ſit determinare. 520
Polares Circuli duo. 172

Poli duo - - - - - - 171
Poli Altitudinem invenire. - - - - 229
Praceſſionis Æquinoctiorum cauſa. - - - 108
Praceſſionem Æquinoctialium punctorum invenire. - - 258
Primi motûs doctrina, ſeu doctrina ſphærica. - - 166
Primi motûs problemata inſigniora per calculum reſolvenda. 260 *& ſeqq.*
Problematis Kepleriani ſolutio. - - - 316.-317
Projectum corpus in quo caſu Planeta fieri, aut Planetæ in modum circa Terram revolutiones peragere queat. - - - 82
Puncta Cardinalia. - - - - 179
Puncta Solſtitialia & Æquinoctialia. - - - 258

Q.

Quantitas materiæ in Planetis. - - - - 403

R.

Radix ſeu Epocha - - - - 205
Raritas Aeris quanta eſſe poſſit, & quid inde ſequatur. - 610
Refractio Syderum - - - - 294
Refractionis Atmoſphæræ effectus - - - 296. 297
Refractionum Tabulæ - - - 298. 299. &c.
Retrogradationes Planetarum. - - - 374
Rhumbi. - - - - - 180

S.

Sagitta. - - - - - - 238
Sagittarius. - - - - - - *ibid.*
Satellites. Vide *Planeta ſecundarii*.
Satellitis revolutionum tempora Periodica quando & quibus de cauſis inæqualia. - - - - 473
Satellitis inæquales motus. - - - - 466
Errores & deviationes æſtimantur. 476. &c. 563. &c.
Satellitum Jovis & Saturni immerſiones in Umbram Primarii, & emerſiones ex Umbra. - - - 569
Satellitum eorundem motus circa proprium centrum. - 570
Semicirculum è puncto in Diametro dato in areas dividere quæ ſint

ſint in ratione data. - - - 316. 317
Semi-ellipſis Peripheriam ſecundum rationem datam dividere in partes. 313
Saturnus Planeta. - - - - 2. 6
Saturni Satellites quinque. - - - - 21
Annulus unde ortus juxta Halleium. - - 727
Annulus qualis ex ipſo *Saturno* viſus. - *ibid.* 728
Scorpio. - - - - - - 238
Sethi Wardi Hypotheſis Elliptica. - - - 320
ejus Methodus aliquando valde utilis, licet non accurata, nec Phyſica. - - - - - 321. 322
Signa Zodiaci. - - - - - 168. 238
Sol in Foco communi Orbitarum Planetarum Primariorum poſitus eſt. - - - - - - 58. 97
Solis Eclipſis. - - - - - - 30
Solis & Lunæ conjunctionis & oppoſitionis Mediæ tempus invenire. - - - - - - - 512
Conjunctionis & oppoſitionis veræ tempus determinare. 513
Sol circa axem ſibi proprium revolvitur. - - 703
Solis Eclipſis ex Luna viſa. - - - 742
Solſtitiorum tempus determinare. - - - 336
Sphæra Recta, Obliqua, Parallela. - - - 183
Sphæra Armillaris. - - - - 210. 211
Sphæra circuli. - - - - - 167
Stationes Planetarum. - - - - 374
Stellæ Fixæ ſoli noſtro non abſimiles. - - - 2
Stellarum Fixarum diviſio in diverſas magnitudines. 236
Stellæ Informes. - - - - - - 240
Stellarum Fixarum Aſcenſionem Rectam determinare. 241. 243
Declinationem & Aſcenſionem Rectam reperire. 245
Longitudinem & Latitudinem invenire. - 246. 247
Stellarum Fixarum catalogi, catalogorumque conditores præcipui. 248. &c.
Stellarum Fixarum mutationes variæ. - - 255. 256
Diſtantiam à Terra invenire. - - 415. 426. &c.
Motum in Conſequentia, ſeu Præceſſionem Æquinoctialium punctorum determinare. - - - - 258
Syderum declinatio. - - - - - 171. 172
declinationem obſervare. - - - 231

Altitu-

Altitudinem & Azimuthum inveſtigare. - - 265
Ortum & Occaſum Coſmicum & Achronycum determinare. 266
Ortum & Occaſum Heliacum invenire. - - 267.
Syſtema Planetarium vocatur congeries duorum vel plurium ſyderum circa ſe invicem revolutorum. Sic Sol cum Planetis Primariis & Cometis *Syſtema Planetarium* conſtituit; ſic Tellus cum Luna, Jupiter cum ſuis Satellitibus, & Saturnus cum ſuis Aſſeclis totidem *Syſtemata Planetaria* componunt. Hoc ſenſu.
Syſtematis unius centrum commune Gravitatis, circa corpus maximum revolutiones ſuas peragere poteſt in ſectione Conica, & rectis lineis ad maximi Corporis, Focum Sectionis internum occupantis, centrum ductis areas deſcribere temporibus proportionales. - - - 98. 99. 100. &c.
Syſtema vocatur quoque Hypotheſis motuum Cœleſtium ab Aſtronomis aut à Philoſophis excogitata. Hoc ſenſu.
Syſtema Semi-tychonicum exponitur. - - - 152
Syſtema illud quibus motuum legibus conſervari queat. 153
Syſtema Tychonicum. - - - - 155
Quibus rationibus conſervari poſſit. - - *ibid.*
Syſtema Ptolemaïcum. - - - - 157
Leges motuum Viriumque Directiones ad illud conſervandum neceſſariæ. - - - - 158
Syſtema Philolaïcum ſeu Copernicanum. - - 161. 162
Syſtema Ægyptium & Ricciolicum. - - - *ibid.*
Syſtematis Mundani brevis deſcriptio. - - 1. 2. &c.

T.

Tabula Primi Motûs & Fixarum. - - 303. 304
Longitudinis & Latitudinis Locorum. - 305
Planetarum Primariorum & earum uſus 384. 387. 393
Lunares, earumque ordo. - - 490
earum uſus. - - - - 497. 499
Cometicæ ad Cometarum loca facile invenienda, earumque *Tabularum* Methodus & uſus. - 691. *&* *ſeqq.*
Taurus. - - - - - 238
Telluris Figura. - - - - 51. 408
Motus Diurnus circa Axem, & Phænomena ex illo motu conſequentia. - - - - 52

Telluris motus annuus circa Solem, & diurnus circa Axem, & apparentiæ ex duplici illo motu ortæ. - - 53. 54. &c.
Telluris Axis inclinatio ad Eclipticam bis anni unius ſpatio mutatur, & bis reſtituitur. - - - 108
Telluris Orbitæ ſpecies, poſitio lineæ Apſidum, & revolutionis tempus periodicum. - - - 333. 341. 344
Telluris locum è Sole viſum, & a Sole diſtantiam invenire 345. 351
Tempora Periodica revolutionum Planetarum Primariorum circa Solem. - - - - 1. 2. 36. 71
Tempora Periodica ſecundariorum circa Primarium. 21. 35
Temporis Æquatio. - - - 346. & *ſeqq.*
Partes, ſcilicet, Horæ, Dies, Hebdomadæ. - 195
- Diviſio in Menſes & Annos. - - - 198
Termini Ecliptici. - - - - - 523
Terra Axis. - - - - - 170
Theoria Lunæ Autore Newtono. - - 505 & *ſeqq.*
Tropici duo Cancri & Capricorni. - - - 172

V.

Variationes in motibus Planetarum ſecundariorum à Sole orti ſecundum Velocitatem, in Orbita Primario concentrica. 430
Variationes & Errores Satellitis à Sole orti in Orbita à Primario excentrica. - - - - - - 434
in Orbitæ Satellitis Figura & ſpecie. - 432
Velocitatum in motibus Planetarum æſtimatio. - - 73
Velocitatis corporum in ſectionibus conicis motorum æſtimatio. 74. 75
Venus Planeta. - - - - - 1. 6. 7.
Veneris Phaſes. - - - - - - 10
Verticalis Primarius. - - - - - 178
Verticales Circuli. - - - - *ibid.*
Via Lactea. - - - - - - 240
Vires Attractivæ conſiderantur, earumque rationes definiuntur. 87
Virium Centripetarum proprietas. - - - - 18
Virium Centripetarum & Centrifugarum Corporum in circuli peripheria revolutorum æſtimatio. - - 39. 42. 44
Virium, quibus Planetæ Primarii retinentur in Orbitis ſuis circa

****

Solem, æſtimatio. - - - - - - 46
Virium quibus Satellites retinentur in Orbitis ſuis circa Primarium, æſtimatio. - - - - - - 47
Virium compoſitarum, quibus corpus tendens ad Focum Ellipſis retinetur in Elliptica Orbita, æſtimatio. - - 66
Virium à centro aliquo proſciſcenrium, vel ad centrum quoddam tendentium æſtimatio. - - - - 85
Vires à Sole profectæ, Satellitis motum perturbantes & Satellitem in Orbita ſua retinentes inveniuntur. - - 479
Vires à Sole profectas, motum Lunæ perturbantes determinare. 489
Vires illæ non diverſæ ſunt à Gravitate Corporum omnibus nota. *ibid.*
Vis centripeta Corporis in circulo moti. - - - 68
Corporis Parabolam deſcribentis. - - *ibid.*
Corporis in Hyperbola delati. - - 69
Corporis Ellipſin deſcribentis. - - 66
Corporis in ſectione qualibet Conica moti. 70
Vis qua Luna ad Telluris centrum tendit, non differt à Gravitate qua corpora omnia terreſtria tendunt ad Terræ centrum. 80
Vortices Carteſii. - - - - - 125. &c.
Urbis Conditæ Epocha. - - - - 207
Urſa Major, & *Urſa* Minor. - - - 238
Wardi (*Sethi*) methodus ad inveniendas Anomalias. 320. 321

X.

Xyphias ſive *Dorado.* - - - - - 239

Z.

Zenith & *Nadir.* - - - - - - 178
Zodiacus, cujus partes ſeu Signa duodecim enumerantur. 168. 238
Zona: Frigidæ duæ, Temperatæ duæ, & Torrida una. 172. 173

FINIS.

LIBRI

LIBRI COMPACTORI MONITUM.

Non debet compactor Cartam Tabularum Candidam auferre, ut, Libro compacto, Tabula quæque evoluta, tota extra librum conſpiciatur.

TABULARUM ORDO.

Tabula Præf. poſt Præfationem Editoris.

AVIS AU RELIEUR.

Il doit obſerver d'abord, qu'il ne faut point couper le papier blanc qui eſt aux Planches, afin que le Livre étant relié chaque Planche depliée ſorte.

ORDRE DES PLANCHES.

La Planche de la Preface, après la Preface de l'Editeur.

Tab.	poſt Paginam		
I.	8.	XXI.	370.
II.	14.	XXII.	382.
III.	22.	XXIII.	410.
IV.	28.	XXIV.	424.
V.	38.	XXV.	436.
VI.	58.	XXVI.	464.
VII.	68.	XXVII.	464.
VIII.	80.	XXVIII.	470.
IX.	100.	XXIX.	520.
X.	110.	XXX.	530.
XI.	136.	XXXI.	546.
XII.	156.	XXXII.	576.
XIII.	160.	XXXIII.	594.
XIV.	246.	XXXIV.	628.
XV.	272.	XXXV.	638.
XVI.	282.	XXXVI.	650.
XVII.	294.	XXXVII.	660.
XVIII.	326.	XXXVIII.	666.
XIX. N°. 2.	334.	XXXIX.	672.
XIX.	340.	XL.	676.
XX.	360.	XLI.	690.

Gnomonicæ tabulæ quinque ad finem *brevis Horologiorum Sciotericorum Tractatûs* referantur.

Il faut placer les cinq Tab. de Gnomonique toutes enſembles à la fin de l'Appendix.